1. $\left(5a-\frac{1}{3}b\right)\left(5a+\frac{1}{3}b\right)$ 를 전개하면?

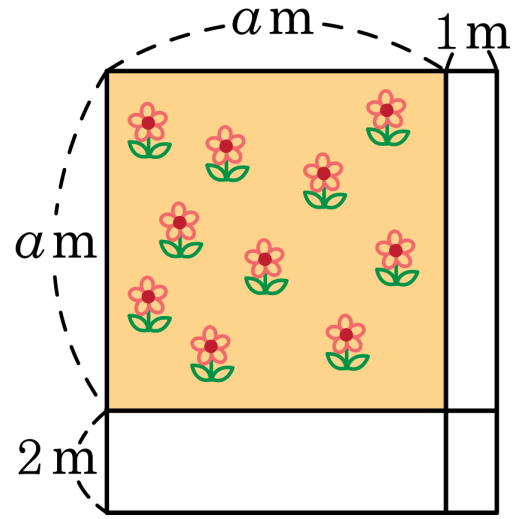
① $5a^2-\frac{1}{3}b^2$ ② $5a^2-\frac{2}{3}b^2$ ③ $10a^2-\frac{1}{9}b^2$

④ $25a^2-\frac{2}{3}b^2$ ⑤ $25a^2-\frac{1}{9}b^2$

해설

$(5a)^2-\left(\frac{1}{3}b\right)^2=25a^2-\frac{1}{9}b^2$

2. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 am 인 정사각형의 모양의 화단을 가로와 세로를 각각 1m , 2m 만큼 늘릴 때, 화단의 넓이는?



① $(a^2-3a+2)\text{m}^2$

② $(a^2+3a+2)\text{m}^2$

③ $(a^2+2a+1)\text{m}^2$

④ $(a^2-4a+4)\text{m}^2$

⑤ $(a^2+6a+9)\text{m}^2$

해설

늘어난 화단의 가로의 길이 $(a+1)\,\text{m}$, 세로의 길이 $(a+2)\,\text{m}$
따라서 화단의 넓이는 $(a+1)(a+2)=a^2+3a+2$ 이다.

3. $(x+a)^2 = x^2 + bx + 9$ 일 때, $a-b$ 의 값을 구하여라. (단, $a > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$a^2 = 9 \quad \therefore a = 3$

$(x+3)^2 = x^2 + 6x + 9 \quad \therefore b = 6$

따라서 $a - b = 3 - 6 = -3$ 이다.

4. 다음 □ 안에 알맞은 것을 써넣어라.

$$(3-1)(3+1)(3^2+1)(3^4+1)=3^{\square}-1$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$\begin{aligned}&(3-1)(3+1)(3^2+1)(3^4+1)\\&=(3^2-1)(3^2+1)(3^4+1)\\&=(3^4-1)(3^4+1)\\&=3^8-1\end{aligned}$$

5. $\left(x-\frac{1}{3}\right)\left(x+\frac{1}{7}\right) = x^2+ax+b$ 일 때, 상수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값은?

① $-\frac{5}{21}$ ② $-\frac{4}{21}$ ③ $-\frac{1}{21}$ ④ $\frac{1}{7}$ ⑤ $\frac{4}{21}$

해설

$$\left(x-\frac{1}{3}\right)\left(x+\frac{1}{7}\right) = x^2+\left(-\frac{1}{3}+\frac{1}{7}\right)x+\left(-\frac{1}{3}\right)\times\frac{1}{7}$$
$$= x^2-\frac{4}{21}x-\frac{1}{21}$$
$$= x^2+ax+b$$

x 의 계수는 $-\frac{4}{21}$ 이고, 상수항은 $-\frac{1}{21}$ 이므로 $a+b$는 $\left(-\frac{4}{21}\right)+\left(-\frac{1}{21}\right) = -\frac{5}{21}$ 이다.

6. $\left(x-\frac{1}{5}\right)\left(x-\frac{1}{7}\right)=x^2+ax+b$ 일 때, 상수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값은?

① $-\frac{5}{7}$ ② $-\frac{11}{35}$ ③ $-\frac{12}{35}$ ④ $\frac{13}{35}$ ⑤ $\frac{16}{35}$

해설

$\left(x-\frac{1}{5}\right)\left(x-\frac{1}{7}\right)$

$=x^2+\left(-\frac{1}{5}-\frac{1}{7}\right)x+\left(-\frac{1}{5}\right)\times\left(-\frac{1}{7}\right)$

$=x^2-\frac{12}{35}x+\frac{1}{35}$

$=x^2+ax+b$

x 의 계수는 $-\frac{12}{35}$ 이고,

상수항은 $\frac{1}{35}$ 이므로

$a+b$ 는 $\left(-\frac{12}{35}\right)+\frac{1}{35}=-\frac{11}{35}$ 이다.

7. $(3x-2)^2-(2x+2)(2x+5)$ 를 전개하면?

① $5x^2-26x-6$ ② $5x^2-25x-12$

③ $12x^2-25x+10$ ④ $12x^2-20x+20$

⑤ $12x^2-6x-20$

해설

$(3x)^2-2\times 6x+(-2)^2-(4x^2+10x+4x+10)$

$=9x^2-12x+4-4x^2-14x-10$

$=5x^2-26x-6$ 이므로 답은 ①번이다.

8. 다음 전개식 중 옳은 것은?

① $(x+3)^2 = x^2 + 3x + 9$

② $(4x-3y)^2 = 16x^2 - 12xy + 9y^2$

③ $(x+3y)(3y-x) = x^2 - 9y^2$

④ $(x-5)(x+4) = x^2 - x - 20$

⑤ $(x+5y)(2x-3y) = 2x^2 + 13x - 15y^2$

해설

① $(x+3)^2 = x^2 + 6x + 9$
② $(4x-3y)^2 = 16x^2 - 24xy + 9y^2$
③ $(x+3y)(3y-x) = (x+3y)(-x+3y) = -x^2 + 9y^2$
④ $(x-5)(x+4) = x^2 - x - 20$
⑤ $(x+5y)(2x-3y) = 2x^2 + 7xy - 15y^2$
따라서 옳은 식은 ④번이다.

9. $7(x+a)^2+(4x+b)(x-5)$ 를 간단히 하면 x 의 계수가 1 이다. a, b 가 자연수일 때, 상수항은?

① -28 ② -10 ③ 4 ④ 20 ⑤ 35

해설

$7(x^2+2ax+a^2)+(4x^2-20x+bx-5b)$

$=11x^2+(14a-20+b)x+7a^2-5b$

x 의 계수는 $14a-20+b=1$

$14a+b=21$

$\therefore a=1,\ b=7(\because a,\ b$는 자연수)

따라서상수항은 $7a^2-5b=7-35=-28$ 이다.

10. $x(x-1)(x+1)(x-2)$ 을 전개할 때, x^2 의 계수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$x(x-1)(x+1)(x-2)$
$= \{x(x-1)\}\{(x+1)(x-2)\}$
$= (x^2-x)(x^2-x-2)$
x^2 의 계수를 구해야 하므로 $-2x^2+x^2=-x^2$ 에서 x^2 의 계수는 -1 이다.

11. $x(x+2)(x-3)(x-5) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx$ 에서 상수 $a,\ b,\ c$ 의 합 $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 23

해설

$x(x+2)(x-3)(x-5)$
$= \{x(x-3)\}\{(x+2)(x-5)\}$
$= (x^2-3x)(x^2-3x-10)$
$x^2-3x = t$ 로 치환하면 $t(t-10) = t^2-10t$
$t = x^2-3x$ 를 대입하여 정리하면 $x^4-6x^3-x^2+30x$
따라서 $a+b+c = -6-1+30 = 23$ 이다.

12. 102×98 을 계산할 때, 곱셈 공식을 이용하려고 한다. 다음 중 가장 적당한 것은?

① $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

② $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

③ $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

④ $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$

⑤ $(ax+b)(cx+d) = acx^2 + (ad+bc)x + bd$

해설

$(100+2)(100-2) = 100^2 - 2^2 = 9996$

13. 다음 중 주어진 수의 계산을 간편하게 하기 위하여 이용할 수 있는 곱셈 공식으로 적절하지 <u>않은</u> 것은?

① $91^2 \rightarrow (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

② $597^2 \rightarrow (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

③ $103^2 \rightarrow (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

④ $84 \times 75 \rightarrow (a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

⑤ $50.9 \times 49.1 \rightarrow (a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

해설

④ $84 \times 75 = (80+4)(80-5)$

$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$

14. $x+y=4,\ xy=-2$ 일 때, x^2+y^2 의 값은?

① 5 ② 10 ③ 15 ④ 20 ⑤ 25

해설

$$\begin{aligned} x^2+y^2 &= (x+y)^2-2xy \\ &= 4^2-2\times(-2) \\ &= 16+4=20 \end{aligned}$$

15. $x-y=5,\ x^2+y^2=9$ 일 때, xy의 값은?

① -5 ② -8 ③ -10 ④ -12 ⑤ -14

해설

$(x-y)^2+2xy=x^2+y^2$

$25+2xy=9$

$2xy=-16$

$\therefore\ xy=-8$

16. $a+b=6$, $ab=8$ 일 때, a^2+b^2 의 값은?

① 0 ② 10 ③ 15 ④ 18 ⑤ 20

해설

$a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$ 이므로, $6^2-2\times 8=36-16=20$

17. $(-2x+5y)(2x+5y)-\left(\frac{1}{3}x+2y\right)\left(\frac{1}{3}x-2y\right)$ 를 간단히 하면?

① $-\frac{4}{9}x^2+29y^2$ ② $-\frac{4}{9}x^2+16y^2$ ③ $-\frac{4}{3}x^2+25y^2$

④ $-\frac{37}{9}x^2+25y^2$ ⑤ $-\frac{37}{9}x^2+29y^2$

해설

$$-(2x)^2+(5y)^2-\left\{\left(\frac{1}{3}x\right)^2-(2y)^2\right\}$$
$$=-4x^2+25y^2-\frac{1}{9}x^2+4y^2$$
$$=-\frac{37}{9}x^2+29y^2$$

18. $(-3x+4y)(3x+4y)-\left(\frac{1}{4}x+5y\right)\left(\frac{1}{4}x-5y\right)$ 를 간단히 하면?

① $-\frac{111}{16}x^2+25y^2$

② $-\frac{111}{16}x^2+16y^2$

③ $-\frac{145}{16}x^2+41y^2$

④ $-\frac{137}{4}x^2+41y^2$

⑤ $-\frac{137}{8}x^2+31y^2$

해설

$$-(3x)^2+(4y)^2-\left\{\left(\frac{1}{4}x\right)^2-(5y)^2\right\}$$
$$=-9x^2+16y^2-\frac{1}{16}x^2+25y^2$$
$$=-\frac{145}{16}x^2+41y^2$$

19. $(x-a)(2x+5)=2x^2-\dfrac{b^2}{2}$ 일 때, $2a-b$ 의 값은? (단, $b>0$)

① -20 ② -15 ③ -10 ④ -5 ⑤ 0

해설

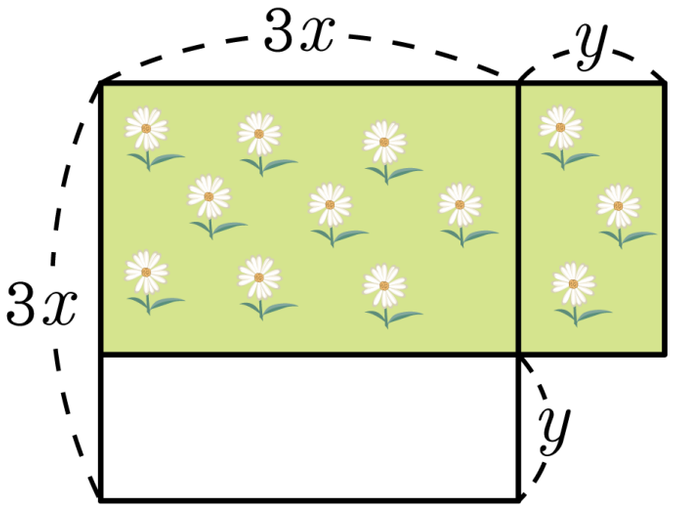
$$2\left(x-\frac{5}{2}\right)\left(x+\frac{5}{2}\right)=2x^2-2\left(\frac{5}{2}\right)^2$$

$$=2x^2-\frac{25}{2}$$

$a=\dfrac{5}{2},\ b=5$

$\therefore\ 2a-b=5-5=0$

20. 수진이네 가족은 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 $3x\,\mathrm{m}$ 인 정사각형의 꽃밭을 가로의 길이는 $y\,\mathrm{m}(3x > y)$ 늘이고, 세로의 길이는 $y\,\mathrm{m}$ 줄여서 새로운 꽃밭을 만들기로 하였다. 꽃밭의 넓이는?



① $9x^2 + 6xy + y^2(\mathrm{m}^2)$

② $9x^2 - 6xy + y^2(\mathrm{m}^2)$

③ $6x^2 - y^2(\mathrm{m}^2)$

④ $9x^2 - y^2(\mathrm{m}^2)$

⑤ $9x^2 + y^2(\mathrm{m}^2)$

해설

변화된 꽃밭의 가로의 길이는 $3x+y(\,\mathrm{m})$, 세로의 길이는 $3x-y(\,\mathrm{m})$ 이다. 따라서 변화된 꽃밭의 넓이는 $(3x + y)(3x - y) = 9x^2 - y^2(\,\mathrm{m}^2)$ 이다.

21. 곱셈 공식을 이용하여 $(x+a)(x+5)$ 를 전개한 식이 $x^2+bx-15$ 이다. 이때, 상수 a, b 의 값을 차례대로 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a=-3$

▷ 정답: $b=2$

해설

$(x+a)(x+5)=x^2+(a+5)x+5a$ 가 $x^2+bx-15$ 이므로
$a+5=b$, $5a=-15$ 이다.
따라서 $a=-3$, $-3+5=b$, $b=2$ 이다.

22. $(x+a)(x-3) = x^2 + bx + 11$ 일 때, $a+b$의 값은?

① $-\frac{31}{3}$ ② -10 ③ $-\frac{29}{3}$ ④ $-\frac{28}{3}$ ⑤ -9

해설

$(x+a)(x-3) = x^2 + (a-3) - 3a = x^2 + bx + 11$

$a-3 = b$, $-3a = 11$

따라서 $a = -\frac{11}{3}$, $b = -\frac{20}{3}$ 이므로, $a+b = -\frac{31}{3}$ 이다.

23. 비례식 $\left(2x+\frac{2}{3}y\right) : (x-y) = 2 : 3$ 을 y 에 관하여 풀면?

① $y = 2x$ ② $y = -2x$ ③ $y = x$

④ $y = -x$ ⑤ $y = \frac{1}{2}x$

해설

$2(x-y) = 3\left(2x+\frac{2}{3}y\right)$

$2x-2y = 6x+2y, \quad -4y = 4x$

$\therefore \ y = -x$

24. 곱셈 공식을 이용하여 다음 수의 값을 계산할 때, 나머지 넷과 다른 공식이 적용되는 것은?

① 5.8×6.2 ② 16×24 ③ 51×49

④ 98×102 ⑤ 27×30

해설

①, ②, ③, ④ $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

⑤ $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$

25. 다음을 곱셈 공식을 이용하여 계산하여라.

$$2011^2 - 2012 \times 2010$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$2011^2 - (2011 + 1)(2011 - 1)$
$= 2011^2 - 2011^2 + 1$
$= 1$

26. $\dfrac{1234}{4321^2 - 4320 \times 4322}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1234

해설

$$\frac{1234}{4321^2 - (4321-1)(4321+1)}$$
$$= \frac{1234}{4321^2 - 4321^2 + 1}$$
$$= 1234$$

27. $x^2 - 2x = 1$ 일 때, $x^2 + \frac{1}{x^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$x^2 - 2x - 1 = 0$ 에서 양변을 x 로 나누면

$x - \frac{1}{x} = 2$,

$\therefore\ x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2 = 2^2 + 2 = 6$

28. $(x+A)(x+B)$ 를 전개하였더니 x^2+Cx-3 이 되었다. 다음 중 C 의 값이 될 수 있는 것은?(단, A, B, C 는 정수이다.)

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

해설

$(x+A)(x+B)=x^2+(A+B)x+AB=x^2+Cx-3$ 이므로 $A+B=C$, $AB=-3$ 이다. 따라서 $C=(1-3,\ -1+3,\ 3-1,\ -3+1)=(-2,\ 2)$ 이다.

29. $(x-2y-1)^2$ 을 전개하였을 때 x^2 의 계수를 A , x 의 계수를 B , 상수항을 C 라 할 때, $A+B+C$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$(x-2y-1)(x-2y-1)$

$= x^2-2xy-x-2xy+4y^2+2y-x+2y+1$

$= x^2-4xy+4y^2-2x+4y+1$

x^2 의 계수는 1 , x 의 계수는 -2 , 상수항은 1 이다.

따라서 $A=1$, $B=-2$, $C=1$ 이다.

$\therefore A+B+C=1-2+1=0$

30. $x = a(a+5)$ 일 때, $(a-1)(a+2)(a+3)(a+6)$ 을 x에 관한 식으로 나타내면?

① $x^2 - 36$ ② $x^2 - 6$ ③ $x^2 + 6$

④ $x^2 + 36$ ⑤ $x^2 - 12x + 36$

해설

$x = a(a+5) = a^2 + 5a$일 때,

$(a-1)(a+2)(a+3)(a+6)$

$= \{(a-1)(a+6)\}\{(a+2)(a+3)\}$

$= (a^2 + 5a - 6)(a^2 + 5a + 6)$

$= (x-6)(x+6)$

$= x^2 - 36$

31. $x+y=3,\ xy=2$ 일 때, x^4+y^4 의 값은?

① 15 ② 16 ③ 17 ④ 18 ⑤ 19

해설

$x^2+y^2=(x+y)^2-2xy=3^2-2\times 2=5$

$\therefore\ x^4+y^4=(x^2+y^2)^2-2(xy)^2=25-2\times 4=17$

32. $x+y=5,\ x^2+y^2=13$ 일 때, xy 의 값은?

① -6 ② -12 ③ 4 ④ 6 ⑤ 12

해설

$(x+y)^2=x^2+2xy+y^2$

$25=13+2xy$

$2xy=12$

$\therefore\ xy=6$

33. $a-b=-2$, $ab=4$ 일 때, a^2+b^2 의 값은?

① 8 ② 12 ③ -4 ④ -7 ⑤ -15

해설

$a^2+b^2=(a-b)^2+2ab=(-2)^2+2\times 4=12$

34. $x+y=3,\ xy=-4$ 일 때, x^2+y^2-xy 의 값은?

① 18 ② 19 ③ 20 ④ 21 ⑤ 22

해설

$$\begin{aligned} x^2-xy+y^2 &= (x+y)^2-3xy \\ &= 3^2-3\times(-4) \\ &= 21 \end{aligned}$$

35. $x+y=9,\ xy=3$ 일 때, x^2+y^2-xy 의 값은?

① 52 ② 56 ③ 60 ④ 72 ⑤ 80

해설

$$\begin{aligned} x^2-xy+y^2 &= (x+y)^2-3xy \\ &= 9^2-3\times 3 \\ &= 72 \end{aligned}$$

36. $x+y=3,\ xy=-4$ 일 때, $(x-y)^2$ 의 값은?

① 20 ② 25 ③ 7 ④ 5 ⑤ 10

해설

$(x-y)^2=(x+y)^2-4xy=3^2-4\times(-4)=25$

37. $x^2+x+1=0$ 일 때, $x^{10}+\dfrac{1}{x^{10}}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$x^2+x+1=0$ 의 양변에 $(x-1)$ 을 곱하면

$(x-1)(x^2+x+1)=0$,

$x^3-1=0$

$\therefore x^3=1$

또한, $x^2+x+1=0$ 의 양변을 x 로 나누면 $x+\dfrac{1}{x}=-1$,

따라서 $x^{10}=(x^3)^3\times x=x$ 이므로 $x^{10}+\dfrac{1}{x^{10}}=x+\dfrac{1}{x}=-1$

이다.

38. $x+\frac{1}{x}=3$ 일 때, x^3-8x+6 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$x+\frac{1}{x}=3$ 의 양변에 x 를 곱하면 $x^2=3x-1$

$\therefore\ x^3=3x^2-x$,

$\therefore\ x^3-8x+6=3x^2-x-8x+6=3(x^2-3x+2)=3(3x-1-3x+2)=3$

39. $x+y=1,\ xy=-3$ 일 때, x^4+y^4 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 31

해설

$x+y=1,\ xy=-3$ 이므로

$$\begin{aligned} x^2+y^2 &= (x+y)^2-2xy \\ &= (1)^2-2\times(-3) \\ &= 7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore\ x^4+y^4 &= (x^2+y^2)^2-2x^2y^2 \\ &= (7)^2-2\times(-3)^2 \\ &= 31 \end{aligned}$$

40. $a+b=3,\ a^2+b^2=5,\ a>b$ 일 때, $\dfrac{ab}{a-b}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$a^2+b^2=(a+b)^2-2ab=5$ 에서 $ab=2$

$(a-b)^2=(a+b)^2-4ab$ 이므로

$\therefore\ a-b=1\ (\because\ a>b)$

$\therefore\ \dfrac{ab}{a-b}=\dfrac{2}{1}=2$