

1. 연립방정식 $\begin{cases} x^2 - 3xy + 2y^2 = 0 \\ x^2 + 2y^2 = 12 \end{cases}$ 을 만족하는 x, y 에 대하여 $x + y$

값이 될 수 없는 것은?

① $3\sqrt{2}$

② 4

③ $-3\sqrt{2}$

④ -4

⑤ $4\sqrt{2}$

해설

$x^2 - 3xy + 2y^2 = 0$ 에서

$(x - y)(x - 2y) = 0 \quad \therefore x = y$ 또는 $x = 2y$

i) $x = y$ 일 때

$$x^2 + 2y^2 = 3x^2 = 12$$

$$x = \pm 2, y = \pm 2$$

ii) $x = 2y$ 일 때

$$x^2 + 2y^2 = 6y^2 = 12$$

$$y = \pm \sqrt{2}, x = \pm 2\sqrt{2}$$

$$\therefore x + y = 4, -4, 3\sqrt{2}, -3\sqrt{2}$$

2. 다음 <보기>의 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠ $a > b, c > d$ 이면 $a + c > b + d$ 이다.
- ㉡ $a > b$ 이면 $a^2 > b^2$ 이다.
- ㉢ $a > b > 0$ 이면 $\frac{1}{b} > \frac{1}{a}$ 이다.

- ① ㉠

② ㉠, ㉡

③ ㉠, ㉢

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉡, ㉢, ㉣

해설

- ㉠ $a - b > 0, c - d > 0$ 에서 양변을 더해 정리하면 주어진 식이 나온다.
- ㉡ $a > 0 > b$ 인 경우 b 의 절댓값이 a 보다 크면 주어진 식은 성립하지 않는다.
- ㉢ 주어진 식에서 a, b 의 부호가 모두 양수이므로 그 역수는 반대가 된다.

3. $3x + y = 1$ 이고 $1 \leq x \leq 5$ 일 때, y 의 최댓값과 최솟값의 합은?

- ① -20 ② -16 ③ -12 ④ -8 ⑤ 4

해설

$x = \frac{1-y}{3}$ 이므로 $1 \leq x \leq 5$ 에 대입하면

$$1 \leq \frac{1-y}{3} \leq 5, \quad 3 \leq 1-y \leq 15$$

$$2 \leq -y \leq 14$$

$$\therefore -14 \leq y \leq -2$$

따라서 y 의 최댓값은 -2 , 최솟값은 -14 이므로 합은 -16

4. x 에 대한 부등식 $ax + b \leq bx + a$ 에 대하여 다음 중 옳은 것은? (단 a, b 는 실수)
- ① $a > b > 0$ 일 때, 해는 $x \geq 1$ 이다.
 - ② $a < b < 0$ 일 때, 해는 없다.
 - ③ $a = b$ 일 때, 해는 모든 실수이다.
 - ④ $a = b$ 일 때, 해는 없다.
 - ⑤ $a = b$ 일 때, 해는 $x > 1$ 이다.

해설

$ax + b \leq bx + a$ 에서 $(a - b)x \leq a - b$

(i) $a > b$ 일 때, $a - b > 0$ 이므로 $x \leq \frac{a - b}{a - b}$

$\therefore x \leq 1$

(ii) $a = b$ 일 때, $a - b = 0$ 이므로 $0 \cdot x \leq 0$

$\therefore$ 해가 무수히 많다

(iii) $a < b$ 일 때, $a - b < 0$ 이므로 $x \geq \frac{a - b}{a - b}$

$\therefore x \geq 1$

(i), (ii), (iii)에서 해는 모든 실수

5. $ax + b > 0$ 의 해가 $x < 2$ 일 때, $(a + b)x < 5b$ 의 해는?

① $x > 5$

② $x > 10$

③ $x < 1$

④ $x < 5$

⑤ $x < 10$

해설

$ax + b > 0$ 에서 $ax > -b$

해가 $x < 2$ 이므로

$a < 0$ ㉠

$-\frac{b}{a} = 2$ ㉡

㉡을 정리하면 $b = -2a$ ㉢

㉢에서 $b = -2a$ 를 $(a + b)x < 5b$ 에 대입하면

$(a - 2a)x < 5 \cdot (-2a), -ax < -10a$

㉠에서 $a < 0$ 이므로 $x < 10$

6. $5x + 2 > 2x + 8$, $7 > 2x - 3$ 을 모두 만족하는 x 의 값은?

① $2 < x < 5$

② $3 < x < 5$

③ $x > 2$

④ $x < 5$

⑤ 없다.

해설

$$3x > 6 \rightarrow x > 2$$

$$10 > 2x \rightarrow 5 > x$$

따라서 $2 < x < 5$ 이다.

7. 두 점 A(4, -3), B(a, 3) 사이의 거리가 $6\sqrt{2}$ 일 때, 양수 a 의 값은?

① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

두 점 A(4, -3), B(a, 3) 에 대하여

$$\begin{aligned}\overline{AB} &= \sqrt{(a-4)^2 + (3+3)^2} \\ &= \sqrt{a^2 - 8a + 52} \\ &= 6\sqrt{2}\end{aligned}$$

위의 식의 양변을 제곱하면 $a^2 - 8a + 52 = 72$

$$a^2 - 8a - 20 = 0$$

$$(a-10)(a+2) = 0$$

$$\therefore a = 10 (\because a > 0)$$

8. 두 점 $A(-4, 6)$, $B(1, 1)$ 을 이은 선분 AB 를 $3 : 2$ 로 내분하는 점 P 와 $1 : 2$ 로 외분하는 점 Q 의 중점의 좌표를 구하면?

① $(1, -2)$

② $(-3, 2)$

③ $(-5, 7)$

④ $(3, 2)$

⑤ $(0, 4)$

해설

내분점, 외분점 구하는 공식을 이용하면,

$$P = \left(\frac{3 \times 1 + 2 \times (-4)}{3 + 2}, \frac{3 \times 1 + 2 \times 6}{3 + 2} \right) = (-1, 3)$$

$$Q = \left(\frac{1 \times 1 - 2 \times (-4)}{1 - 2}, \frac{1 \times 1 - 2 \times 6}{1 - 2} \right) = (-9, 11)$$

$\therefore$ P 와 Q 의 중점은

$$\left(\frac{-9 + (-1)}{2}, \frac{11 + 3}{2} \right) = (-5, 7)$$

9. 삼차방정식 $x^3 - 3x^2 + 2x + 1 = 0$ 의 세 근을 α, β, γ 라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$\alpha + \beta + \gamma = 3$, $\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = 2$, $\alpha\beta\gamma = -1$ 이므로
 $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = (\alpha + \beta + \gamma)^2 - 2(\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha) = 3^2 - 2 \cdot (2) = 9 - 4 = 5$

10. 두 실수 x, y 에 대하여 $x^2 - 4xy + 5y^2 + 2x - 8y + 5 = 0$ 일 때, $x + y$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - 4xy + 5y^2 + 2x - 8y + 5 \\ &= x^2 - 2(2y - 1)x + 4y^2 - 4y + 1 + y^2 - 4y + 4 \\ &= x^2 - 2(2y - 1)x + (2y - 1)^2 + (y - 2)^2 \\ &= (x - 2y + 1)^2 + (y - 2)^2 = 0 \\ &\therefore x - 2y + 1 = 0, y - 2 = 0 \text{ 이므로} \\ &y = 2, x - 4 + 1 = 0 \quad \therefore x = 3 \\ &\text{따라서 } x + y = 3 + 2 = 5 \end{aligned}$$

11. 연립부등식 $\begin{cases} 2x+5 \geq 3x+a \\ x+7 < 2x-3 \end{cases}$ 의 해가 없을때, 상수 a 의 값의 범위는?

- ① $-5 \leq a \leq 5$ ② $a \leq -5$ ③ $a \geq -5$
④ $a > 3$ ⑤ $a < -3$

해설

$$\begin{cases} 2x+5 \geq 3x+a \\ x+7 < 2x-3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \leq 5-a \\ x > 10 \end{cases}$$

$$5-a \leq 10$$

$$\therefore a \geq -5$$

12. 이차방정식 $f(x) = 0$ 의 두 근의 합이 3일 때, 방정식 $f(2x + 1) = 0$ 의 두 근의 합을 구하면?

- ① $\frac{1}{2}$ ② 2 ③ $\frac{1}{3}$ ④ 3 ⑤ $\frac{1}{4}$

해설

이차방정식 $f(x) = 0$ 의 두 근을

α, β 라 하면, $\alpha + \beta = 3$

한편, $f(2x + 1) = 0$ 에서

$2x + 1 = \alpha, 2x + 1 = \beta$ 이므로

$$x = \frac{\alpha - 1}{2}, \frac{\beta - 1}{2}$$

따라서, $\frac{\alpha - 1}{2} + \frac{\beta - 1}{2}$

$$= \frac{\alpha + \beta - 2}{2} = \frac{3 - 2}{2} = \frac{1}{2}$$

해설

$f(x) = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하면, $\alpha + \beta = 3$

$f(x) = k(x - \alpha)(x - \beta)$ 라 하면

$f(2x + 1) = k(2x + 1 - \alpha)(2x + 1 - \beta)$

$\therefore f(2x + 1) = 0$ 의 두 근은 $x = \frac{\alpha - 1}{2}, \frac{\beta - 1}{2}$

$$\therefore \frac{\alpha - 1}{2} + \frac{\beta - 1}{2} = \frac{\alpha + \beta - 2}{2} = \frac{3 - 2}{2} = \frac{1}{2}$$

13. x 에 관한 연립방정식

$$\begin{cases} |x+4| > 3x \\ 2x(x-3) \geq 0 \end{cases} \quad \text{을 풀면?}$$

- ① $x \leq 0$ ② $-2 < x < 3$ ③ $x < 0, x > 2$
④ $0 < x < 2$ ⑤ $x \geq 3$

해설

$$\begin{cases} |x+4| > 3x & \cdots \textcircled{1} \\ 2x(x-3) \geq 0 & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

① 식에서

i) $x \geq -4$ 일때

$$x+4 > 3x \rightarrow 2x < 4 \rightarrow x < 2$$

$$\Rightarrow -4 \leq x < 2$$

ii) $x < -4$ 일때

$$-x-4 > 3x \rightarrow 4x < -4 \rightarrow x < -1$$

$$\therefore x < -4$$

i), ii)에서 $x < 2$

$$\textcircled{2} \text{식에서 } 2x(x-3) \geq 0 \rightarrow x \geq 3, x \leq 0$$

①과② 공통범위 : $x \leq 0$

14. 이차방정식 $x^2 - (a+1)x - 3 = 0$ 의 한 근은 1보다 크고, 다른 한 근은 1보다 작도록 하는 실수 a 의 값의 범위를 구하면?

① $a > -1$

② $a > -2$

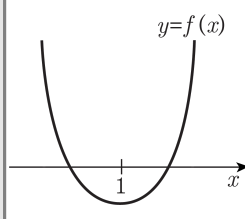
③ $a > -3$

④ $a > -4$

⑤ $a > -5$

해설

$f(x) = x^2 - (a+1)x - 3$ 이라 하면
 $f(x) = 0$ 의 한 근은 1보다 크고
다른 한 근은 1보다 작으므로
 $y = f(x)$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.
즉, $f(1) < 0$ 이므로 $-a-3 < 0$
 $\therefore a > -3$



15. 점 A(1, 2)와 B(-1, -2)를 두 개의 꼭짓점으로 하는 정삼각형의 다른 꼭짓점 C의 좌표를 구하면?
- ① $C(\sqrt{3}, -2\sqrt{3})$ 또는 $C(-2\sqrt{3}, \sqrt{3})$
 - ② $C(-\sqrt{3}, \sqrt{3})$ 또는 $C(-2\sqrt{3}, \sqrt{3})$
 - ③ $C(2\sqrt{3}, -\sqrt{3})$ 또는 $C(-2\sqrt{3}, \sqrt{3})$
 - ④ $C(2\sqrt{3}, \sqrt{3})$ 또는 $C(2\sqrt{3}, \sqrt{3})$
 - ⑤ $C(-2\sqrt{3}, -\sqrt{3})$ 또는 $C(-2\sqrt{3}, -\sqrt{3})$

해설

정삼각형이므로 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA}$
점 C의 좌표를 (x, y)라 하면, $\overline{AB} = \overline{BC}$ 에서
 $\sqrt{(1+1)^2 + (2+2)^2} = \sqrt{(x+1)^2 + (y+2)^2}$
양변을 제곱하여 정리하면
 $x^2 + 2x + y^2 + 4y = 15 \dots\dots \textcircled{A}$
 $\overline{AB} = \overline{CA}$ 에서
 $\sqrt{(1+1)^2 + (2+2)^2} = \sqrt{(x-1)^2 + (y-2)^2}$
양변을 제곱하여 정리하면
 $x^2 - 2x + y^2 - 4y = 15 \dots\dots \textcircled{B}$
 $\textcircled{A} - \textcircled{B}$ 에서 $x + 2y = 0$
 $\therefore x = -2y$
이것을 $\textcircled{A}$ 에 대입하면 $4y^2 - 4y + y^2 + 4y = 15$
 $\therefore y^2 = 3$
 $\therefore y = \pm\sqrt{3}$
따라서 $x = \mp 2\sqrt{3}$ (복호동순)
 $\therefore C(2\sqrt{3}, -\sqrt{3})$ 또는 $C(-2\sqrt{3}, \sqrt{3})$

16. 삼각형 ABC의 두 꼭짓점의 좌표가 A(-1, 4), B(0, 3)이고, 무게중심의 좌표가 G(2, 1)일 때, 꼭짓점 C의 좌표를 구하면?

- ① (7, -4) ② (3, -6) ③ (5, -5)
④ (-1, 8) ⑤ (1, 1)

해설

무게중심 구하는 공식을 이용한다.

C = (x, y) 라 하면

$$\left(\frac{-1+0+x}{3}, \frac{4+3+y}{3} \right) = (2, 1)$$

$$\therefore x = 7 \quad y = -4$$

$$\therefore C = (7, -4)$$

17. 두 직선 $l: y = mx + n$, $l': y = m'x + n'$ 에 대하여 옳은 것을 고르면?

- ① $l // l'$ 이면 $n = n'$ 이다.
- ② $l \perp l'$ 이면 $mm' = 1$ 이다.
- ③ $n = n'$ 이면 l 과 l' 은 $(n, 0)$ 에서 만난다.
- ④ $l = l'$ 이면 두 직선사이의 거리는 0이다.
- ⑤ $m = m'$ 이면 두 직선은 만나지 않는다.

해설

- ① $l // l' \Rightarrow m = m'$
- ② $l \perp l' \Rightarrow mm' = -1$
- ③ $n = n' \Rightarrow$ 두 직선은 $(0, n)$ 에서 만난다.
- ④ 두 직선이 일치하면 두 직선 사이 거리는 0이다. (참)
- ⑤ $m = m'$, $n = n'$ 이면 두 직선은 만난다.

18. 두 직선 $(m+1)x+y=1$, $2x-(m-2)y=1$ 에서 다음 중 옳지 않은 것은 ?
- ① 평행일 때 $m=0$
 - ② 일치할 때 $m=1$
 - ③ 수직일 때 $m=-4$
 - ④ 만날 때 $m \neq 2$
 - ⑤ $m \neq 0$ 이면 두 직선의 교점이 존재한다.

해설

- i) $\frac{m+1}{2} = \frac{1}{-m+2} = \frac{1}{1}$ 에서
 $-m^2+m+2=2$
 $-m(m-1)=0$, $m=0$, $m=1$
 $m=0$ 이면 평행
 $m=1$ 이면 일치
- ii) $(m+1)2-(m-2)=0$ 에서
 $m=-4$ 이면 수직
- iii) $m \neq 0$, $m \neq 1$ 이면 한 점에서 만난다.

19. 두 직선 $x-y+3=0$, $2x-y=0$ 의 교점을 지나고 점 $(1, 0)$ 을 지나는 직선의 방정식은?

- ① $3x-y-3=0$ ② $3x+y+3=0$ ③ $3x-y+3=0$
④ $x+3y+3=0$ ⑤ $3x+y-3=0$

해설

두 직선의 교점을 연립방정식을 풀어 계산하면
교점은 $(3, 6)$, $(1, 0)$ 을 지나므로 직선의 방정식은

$$y = \frac{6-0}{3-1}(x-1)$$

$$\therefore y = 3x - 3$$

20. 이차방정식 $x^2 - 2x - 6 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, 원점에서 직선 $\alpha x + \beta y + 10 = 0$ 까지의 거리를 구하시오.

- ① $\frac{1}{2}$
- ② 1
- ③ $\frac{3}{2}$
- ④ 2
- ⑤ $\frac{5}{2}$

해설

이차방정식 $x^2 - 2x - 6 = 0$ 의 두 근이 α, β 이므로 근과 계수와의 관계에 의해

$\alpha + \beta = 2, \alpha\beta = -6$

$$l = \frac{|0 + 0 + 10|}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} = \frac{10}{\sqrt{(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta}} = \frac{10}{\sqrt{16}} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2}$$

21. 직선 $x + 2y - 1 = 0$ 에 수직이고 원점에서의 거리가 $\sqrt{5}$ 인 직선의 방정식은?

- ① $y - 2x = -5$ ② $y - 2x = -\sqrt{5}$ ③ $y + 2x = 5$
④ $y + 2x = \sqrt{5}$ ⑤ $y + 2x = -\sqrt{5}$

해설

구하는 직선의 기울기를 m' 라 하면

$$-\frac{1}{2}m' = -1 \text{ 에서 } m' = 2$$

따라서, 구하는 직선의 식은

$$y = 2x + n, \quad 2x - y + n = 0$$

원점에서 이 직선까지의 거리

$$d = \frac{|n|}{\sqrt{4+1}} = \sqrt{5},$$

$$|n| = 5, \quad n = \pm 5$$

$\therefore$ 구하는 직선의 식 : $y = 2x + 5$ 또는 $y = 2x - 5$

22. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + mx + m^2 - 1 = 0$ 이 정수근을 가질 때, 정수 m 의 개수는?

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

해설

$x^2 + mx + m^2 - 1 = 0$ 에서 근의 공식에 의하여

$$x = \frac{-m \pm \sqrt{m^2 - 4(m^2 - 1)}}{2}$$

이 때, x 가 정수이므로

$\sqrt{m^2 - 4(m^2 - 1)} = k$ (단, k 는 정수는 $k \geq 0$)라 하면

$$-3m^2 + 4 = k^2$$

따라서, m 의 개수는 $-1, 0, 1$ 로 3개다.

23. 자연수 n 에 대하여 이차방정식 $x^2 + nx + 2n = 0$ 의 두 근을 α, β 라 한다. α, β 가 정수일 때, n 은?

- ① 7, 8 ② 8, 9 ③ 9, 10 ④ 9 ⑤ 10

해설

근과 계수와의 관계에 의하여 $\alpha + \beta = -n$, $\alpha\beta = 2n$ 이므로
 $\alpha\beta = -2(\alpha + \beta)$, $\alpha\beta + 2(\alpha + \beta) = 0$, $(\alpha + 2)(\beta + 2) = 4$
 α, β 가 정수이므로 $\alpha + 2, \beta + 2$ 도 정수
따라서

$$\begin{cases} \alpha + 2 = 1 \\ \beta + 2 = 4 \end{cases}, \quad \begin{cases} \alpha + 2 = 2 \\ \beta + 2 = 2 \end{cases}, \quad \begin{cases} \alpha + 2 = -1 \\ \beta + 2 = -4 \end{cases},$$

$$\begin{cases} \alpha + 2 = -2 \\ \beta + 2 = -2 \end{cases} \text{가 되어}$$

$$\begin{cases} \alpha = -1 \\ \beta = 2 \end{cases}, \quad \begin{cases} \alpha = 0 \\ \beta = 0 \end{cases}, \quad \begin{cases} \alpha = -3 \\ \beta = -6 \end{cases}, \quad \begin{cases} \alpha = -4 \\ \beta = -4 \end{cases}$$

각각의 경우, n 의 값은 $n = -(\alpha + \beta)$ 이므로
-1, 0, 9, 8의 값을 갖는다.

24. 임의의 실수 x, y 에 대하여 부등식 $x^2 + 4xy + 4y^2 + 10x + ay + b > 0$ 이 항상 성립 할 때, 실수 a, b 의 조건으로 바른 것은?
- ① $a \neq 20, b < 25$

② $a = 20, 0 < b < 25$

③ $a = 20, b > 25$

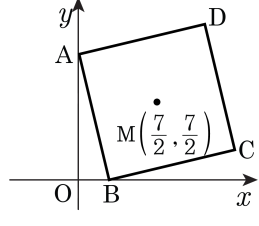
④ $0 < a < 20, b > 25$

⑤ $0 < a \leq 20, 0 \leq b \leq 25$

해설

x 에 대한 내림차순으로 정리한다
 $\Rightarrow x^2 + 2(2y + 5)x + 4y^2 + ay + b > 0$
항상 성립하려면 판별식이 0보다 작아야 한다
 $D' = (2y + 5)^2 - (4y^2 + ay + b) < 0$
 $\Rightarrow (20 - a)y + 25 - b < 0$
임의의 x, y 에 대해 성립하려면, $a = 20, b > 25$

25. 다음 그림과 같이 좌표평면 위에 한 변의 길이가 5인 정사각형 ABCD가 있다. 정사각형 ABCD의 중심 M의 좌표가 $\left(\frac{7}{2}, \frac{7}{2}\right)$ 일 때, $\triangle OAB$ 의 넓이는? (단, O는 원점이다.)



- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

다음 그림과 같이 두 점 A, B의 좌표를 $A(0, a), B(b, 0)$ 이라 하고 점 D를 지나면서

x 축에 평행한 직선이 y 축과 만나는 점을 E라 하면 $\triangle OAB \cong \triangle EDA$

따라서 $\overline{AE} = \overline{BO} = b, \overline{DE} = \overline{AO} = a$

이므로 $D(a, a+b)$

이 때, 점 M은 선분 BD의 중점이므로

$$M\left(\frac{a+b}{2}, \frac{a+b}{2}\right)$$

$$\text{즉, } \frac{a+b}{2} = \frac{7}{2} \text{에서 } a+b=7$$

또, 정사각형 ABCD의 한 변의 길이가 5이므로

$\triangle OAB$ 에서 피타고라스의 정리에 의하여

$$\sqrt{a^2 + b^2} = 5, a^2 + b^2 = 25$$

$$\begin{aligned} \therefore \triangle OAB &= \frac{1}{2}ab = \frac{1}{4}\{(a+b)^2 - (a^2 + b^2)\} \\ &= \frac{1}{4}(7^2 - 25) = 6 \end{aligned}$$

