

1. 사차방정식 $x^4 + 5x^3 - 20x - 16 = 0$ 의 네 근의 제곱의 합을 구하면?

① 25 ② 20 ③ 10 ④ 7 ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} & x^4 + 5x^3 - 20x - 16 \\ &= (x+1)(x^3 + 4x^2 - 4x - 16) \\ &= (x+1)(x+4)(x^2 - 4) \\ &= (x+1)(x+4)(x+2)(x-2) \\ &\text{따라서 네근은 } -1, -2, -4, 2 \\ &\therefore \text{네근의 제곱의 합은 } 1 + 4 + 16 + 4 = 25 \end{aligned}$$

2. 다음 연립부등식을 풀면?

$$\begin{cases} 2(2x-3) > x+3 \\ 5x-9 < 3x+7 \end{cases}$$

① $2 < x < 8$

② $3 < x < 9$

③ $3 < x < 8$

④ $5 < x < 9$

⑤ $4 < x < 10$

해설

i) $2(2x-3) > x+3$
 $\Rightarrow 4x-6 > x+3$
 $\Rightarrow x > 3$

ii) $5x-9 < 3x+7$
 $\Rightarrow 2x < 16$
 $\Rightarrow x < 8$

$\therefore 3 < x < 8$

3. 연립부등식 $5x + 3 \leq x + 19 < 3x + 13$ 을 풀어라.

① $-3 \leq x < 4$

② $-1 \leq x < 5$

③ $2 < x \leq 3$

④ $3 < x \leq 4$

⑤ $4 < x \leq 7$

해설

주어진 연립부등식은 다음과 같다.

$5x + 3 \leq x + 19 \cdots \textcircled{1}$

$x + 19 < 3x + 13 \cdots \textcircled{2}$

부등식 ①을 풀면 $4x \leq 16 \quad \therefore x \leq 4$

부등식 ②를 풀면 $-2x < -6 \quad \therefore x > 3$

$\therefore 3 < x \leq 4$

4. 연립부등식 $\begin{cases} 2x-1 < 5 \\ 5-x \leq a+3 \end{cases}$ 이 해를 가질 때, a 의 값의 범위를 구하면?

- ① $a < 5$ ② $a \leq 5$ ③ $a > -1$
④ $a < -1$ ⑤ $a \geq -1$

해설

i) $2x-1 < 5, x < 3$
ii) $5-x \leq a+3, x \geq 2-a$
 $2-a < 3$
 $\therefore a > -1$

5. 모든 실수 x 에 대하여 부등식 $kx^2 - 2(k-4)x + 2 \geq 0$ 이 성립하도록 하는 실수 k 의 값의 범위는?
- ① $k \leq -2$ ② $-1 \leq k \leq 2$ ③ $1 \leq k \leq 8$
④ $2 \leq k \leq 8$ ⑤ $k \leq 8$

해설

x^2 의 계수가 미지수 k 이므로

i) $k = 0$ 일 때 $8x + 2 \geq 0$ 에서 $x \geq -\frac{1}{4}$ 이므로
모든 실수 x 에 대하여 성립하는 것은 아니다.

ii) $k \neq 0$ 일 때 $kx^2 - 2(k-4)x + 2 \geq 0$ 의 해가 모든 실수이려면 $k > 0 \cdots \textcircled{1}$

$\frac{D}{4} = (k-4)^2 - 2k \leq 0, k^2 - 10k + 16 \leq 0,$
 $(k-2)(k-8) \leq 0 \quad \therefore 2 \leq k \leq 8 \cdots \textcircled{2}$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 의 공통 범위를 구하면 $2 \leq k \leq 8$
i), ii)에서 $2 \leq k \leq 8$ 이다.

6. 이차부등식 $ax^2 + bx + c > 0$ 의 해가 $-2 < x < 1$ 일 때 부등식 $cx^2 - bx - a > 0$ 을 만족하는 한 자리의 자연수 x 의 개수는?

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 4 개 ④ 6 개 ⑤ 9 개

해설

$ax^2 + bx + c > 0$ 의 해가 $-2 < x < 1$ 이므로 $a < 0$
해가 $-2 < x < 1$ 이고 이차항의 계수가 1인 부등식은 $(x+2)(x-1) < 0$,
즉 $x^2 + x - 2 < 0$ 양변에 a 를 곱하면
 $ax^2 + ax - 2a > 0$ 이 부등식이
 $ax^2 + bx + c > 0$ 과 같으므로
 $b = a, c = -2a \cdots (가)$
(가)를 $cx^2 - bx - a > 0$ 에 대입하면
 $-2ax^2 - ax - a > 0, 2x^2 + x + 1 > 0 (\because -a > 0)$
이 때 방정식 $2x^2 + x + 1 = 0$ 의 판별식
 $D = 1^2 - 4 \cdot 2 = -7 < 0$ 이므로
 $2x^2 + x + 1 > 0$ 은
모든 실수 x 에 대하여 성립한다.
따라서 주어진 부등식을 만족하는
한자리의 자연수는 $1, 2, 3, \dots, 9$ 의 9 개이다.

7. 두 점 A(1, 2), B(7, 5)를 잇는 선분 AB를 1:2로 내분하는 점을 P, 외분하는 점을 Q라 할 때, 두 점 P, Q 사이의 거리는?

① $3\sqrt{3}$ ② $4\sqrt{5}$ ③ $5\sqrt{2}$ ④ $6\sqrt{2}$ ⑤ $2\sqrt{5}$

해설

$\overline{AB}$ 를 1:2로 내분하는 점을 P(x, y)라고 하면,

$$x = \frac{1 \times 7 + 2 \times 1}{3} = \frac{9}{3} = 3,$$

$$y = \frac{1 \times 5 + 2 \times 2}{3} = \frac{9}{3} = 3$$

$\overline{AB}$ 를 1:2으로 외분하는 점 Q(x, y)라고 하면,

$$x = \frac{7-2}{-1} = -5,$$

$$y = \frac{5-4}{-1} = -1$$

∴ P(3, 3), Q(-5, -1)

$$\overline{PQ} = \sqrt{(-5-3)^2 + (-1-3)^2}$$

$$= \sqrt{64+16} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$$

8. 세 점 $A(-2, 9)$, $B(3, -1)$, $C(5, a)$ 가 일직선 위에 있을 때, 상수 a 의 값은 얼마인가?

① -6

② -5

③ 2

④ 9

⑤ 13

해설

일직선 위에 있으려면 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ 의 기울기가 같다.

$\overline{AB}$ 의 기울기는 $\frac{9 - (-1)}{-2 - 3} = -2$ 이고

$\overline{BC}$ 의 기울기는 $\frac{a - (-1)}{5 - 3}$ 이다.

$\therefore a = -5$

9. $x^2 + x + 1 = 0$ 의 한 허근을 ω 라고 할 때, $\omega^{2012} + \omega^{2013} + \omega^{2014}$ 의 값은?

① 3 ② -1 ③ 1 ④ 0 ⑤ 2

해설

문제의 조건에서 ω 는
 $\omega^2 + \omega + 1 = 0$ 를 만족시키므로
위식의 양변에 $\omega - 1$ 을 곱하면
 $\omega^3 - 1 = 0$
 $\therefore \omega^3 = 1$
 $\therefore \omega^{2012} + \omega^{2013} + \omega^{2014}$
 $= (\omega^3)^{670} \cdot \omega^2 + (\omega^2)^{671} + (\omega^3)^{671} \cdot \omega$
 $= \omega^2 + \omega + 1 = 0$

10. 사차방정식 $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$ 의 서로 다른 실근은 모두 몇 개인가?

- ① 0개 ② 1개 ③ 2개 ④ 3개 ⑤ 4개

해설

$$\begin{aligned} x^4 - 5x^2 + 4 = 0 &\Rightarrow (x^2 - 4)(x^2 - 1) = 0 \Rightarrow (x + 2)(x - 2)(x + 1)(x - 1) = 0 \\ \therefore x = 2 \text{ 또는 } x = -2 \text{ 또는 } x = 1 \text{ 또는 } x = -1 \end{aligned}$$

11. 연립방정식 $\begin{cases} 2x^2 + 3xy - 2y^2 = 0 \\ x^2 + y^2 = 20 \end{cases}$ 의 해를 $x = \alpha, y = \beta$ 라 할 때,
 $\alpha + \beta$ 의 최솟값을 구하여라.

① -8 ② -6 ③ -4 ④ -2 ⑤ 0

해설

$$\begin{cases} (2x - y)(x + 2y) = 0 \\ x^2 + y^2 = 20 \end{cases}$$

1) $y = 2x$ 일 때

$$x^2 + 4x^2 = 5x^2 = 20$$

$$\therefore x = \pm 2, y = \pm 4$$

2) $x = -2y$ 일 때

$$4y^2 + y^2 = 5y^2 = 20$$

$$\therefore y = \pm 2, x = \mp 4$$

$$(x, y) = (2, 4), (-2, -4), (-4, 2), (4, -2)$$

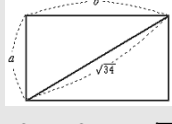
$$\therefore \alpha + \beta = 6, -6, -2, 2$$

그러므로 $\alpha + \beta$ 의 최솟값은 -6

12. 대각선의 길이가 $\sqrt{34}$ m 인 직사각형 모양의 땅이 있다. 이 땅의 가로, 세로의 길이를 각각 2 m 씩 늘였더니, 넓이가 20 m^2 만큼 늘어졌다고 한다. 처음 땅의 가로, 세로의 길이를 구하면?

- ① 가로의 길이: 3 m, 세로의 길이: 5 m
 ② 가로의 길이: 5 m, 세로의 길이: 3 m
 ③ 가로의 길이: 3 m, 세로의 길이: 5 m 또는 가로의 길이: 5 m, 세로의 길이: 3 m
 ④ 가로의 길이: $(3\sqrt{6}-2)$ m, 세로의 길이: $(3\sqrt{6}-2)$ m
 ⑤ 가로의 길이: $\sqrt{3}$ m, 세로의 길이: $\sqrt{5}$ m

해설



$$a^2 + b^2 = (\sqrt{34})^2 = 34$$

$$(a+2)(b+2) = ab + 20$$

$$ab + 2(a+b) + 4 = ab + 20$$

$$\therefore a + b = 8$$

$$2ab = (a+b)^2 - (a^2 + b^2) = 64 - 34 = 30$$

$$\therefore ab = 15 \quad b = 8 - a$$

$$a \cdot (8 - a) = 15 \rightarrow (a - 5)(a - 3) = 0$$

$$\therefore a = 3, b = 5 \text{ 또는 } a = 5, b = 3$$

13. x 에 대한 두 이차방정식 $x^2 + 2x + k = 0$, $x^2 + kx + 2 = 0$ 이 단 한 개의 공통근을 가질 때, k 의 값은?

① -3 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

공통근을 α 라 하면

$\alpha^2 + 2\alpha + k = 0$ 이고 $\alpha^2 + k\alpha + 2 = 0$ 이므로

$\alpha^2 + 2\alpha + k = \alpha^2 + k\alpha + 2$

$(2 - k)\alpha + (k - 2) = 0$

따라서 $\alpha = 1$ 이고

$1 + 2 + k = 0$ 이므로 $k = -3$

14. 다음 세 부등식을 동시에 만족시키는 정수 x 의 개수는 모두 몇 개인가?

$\textcircled{\tiny{\Gamma}} \quad -\frac{3}{2}x + 6 \geq -9$

$\textcircled{\tiny{\Delta}} \quad 3(5 - x) + 4x \geq 5$

$\textcircled{\tiny{\Theta}} \quad 0.4x + 1.2 > 0.9x - 0.8$

- ① 10개 ② 11개 ③ 12개 ④ 13개 ⑤ 14개

해설

$\textcircled{\tiny{\Gamma}} \quad -\frac{3}{2}x + 6 \geq -9$
 $\therefore x \leq 10$
 $\textcircled{\tiny{\Delta}} \quad 3(5 - x) + 4x \geq 5$
 $\therefore x \geq -10$
 $\textcircled{\tiny{\Theta}} \quad 0.4x + 1.2 > 0.9x - 0.8$
 $\therefore x < 4$
따라서 ①, ②, ③을 동시에 만족하는 정수는 14개이다.

15. 부등식 $|x^2 - 4x - 6| \leq 6$ 의 해를 구하면?

① $-2 \leq x < 6$

② $0 \leq x \leq 4$

③ $x \leq -2$ 또는 $x \geq 6$

④ $-2 \leq x \leq 0$ 또는 $4 \leq x \leq 6$

⑤ $x \leq 0$ 또는 $x \geq 4$

해설

$$|x^2 - 4x - 6| \leq 6 \text{에서}$$

$$\frac{-6 < x^2 - 4x - 6 \leq 6}{\textcircled{1} \qquad \qquad \textcircled{2}}$$

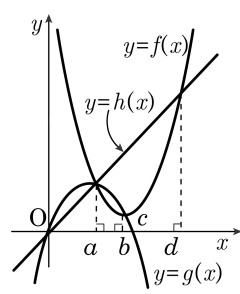
$$\textcircled{1}\text{에서 } x^2 - 4x \geq 0, x(x - 4) \geq 0 \\ \therefore x \leq 0 \text{ 또는 } x \geq 4$$

$$\textcircled{2}\text{에서 } x^2 - 4x - 12 \leq 0, (x + 2)(x - 6) \leq 0 \\ \therefore -2 \leq x \leq 6$$

따라서 공통 범위를 구하면
 $-2 \leq x \leq 0$ 또는 $4 \leq x \leq 6$

16. 세 함수 $y = f(x)$, $y = g(x)$, $y = h(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 부등식 $f(x) \leq g(x) \leq h(x)$ 의 해는?

- ① $0 \leq x \leq a$ ② $a \leq x \leq b$
 ③ $b \leq x \leq c$ ④ $c \leq x \leq d$
 ⑤ $a \leq x \leq d$



해설

그래프에서 $f(x) \leq g(x) \leq h(x)$ 인 부분을 찾는다. $\Rightarrow a \leq x \leq b$

17. 다음은 삼각형 ABC에서 변 $\overline{BC}$ 의 중점을 M이라 할 때, $\overline{AB^2} + \overline{AC^2} = 2(\overline{AM^2} + \overline{BM^2})$ 임을 보이는 과정이다. 다음 중 ㉠, ㉡을 차례로 쓴 것을 고르면?

$\overline{BC}$ 를 x 축
 $\overline{BC}$ 의 수직이등분선을 y 축으로 하여
좌표평면을 정하면 점 (㉠)은 원점이다.
이 때, 세 점 A, B, C의 좌표를
각각 (a, b) , $(-c, 0)$, $(c, 0)$ 으로 놓으면
 $\overline{AB^2} + \overline{AC^2} = (\text{㉡}) \cdots (가)$
 $2(\overline{AM^2} + \overline{BM^2}) = (\text{㉡}) \cdots (나)$
(가), (나)에서 $\overline{AB^2} + \overline{AC^2} = 2(\overline{AM^2} + \overline{BM^2})$

- ① $A, a^2 + b^2 + c^2$

② $B, a^2 + b^2 + c^2$

③ $M, a^2 + b^2 + c^2$

④ $M, 2(a^2 + b^2 + c^2)$

⑤ $C, 2(a^2 + b^2 + c^2)$

해설

㉠ = M
㉡ = $2(a^2 + b^2 + c^2)$

18. A (-1, -1), B (5, -2), C (3, 3)을 세 꼭짓점으로 하고 $\overline{AB}$ 와 $\overline{BC}$ 를 이루는 두 변으로 하는 평행사변형 ABCD 에서 꼭짓점 D의 좌표는?

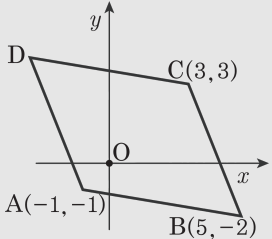
- ① $\left(2, -\frac{3}{2}\right)$
- ② (1, 1)
- ③ (-3, 4)
- ④ (8, 1)
- ⑤ $\left(4, \frac{1}{2}\right)$

해설

평행사변형의 두 대각선이 서로 이등분하므로
 $\overline{AC}$ 와 $\overline{BD}$ 의 중점이 일치
D(x,y)라 하면
 $\overline{AC}$ 의 중점 : $\left(\frac{-1+3}{2}, \frac{-1+3}{2}\right) = (1, 1)$
 $\overline{BD}$ 의 중점 : $\left(\frac{5+x}{2}, \frac{-2+y}{2}\right)$
 $\frac{5+x}{2} = 1, \frac{-2+y}{2} = 1$
 $\therefore x = -3, y = 4$
 $\therefore D(-3, 4)$

해설

B → C로 갈 때 x축으로 -2, y축으로 +5만큼 이동했으므로
A → D로 갈때도 같은 만큼 이동한다.
 $\therefore D = (-1 - 2, -1 + 5) = (-3, 4)$



19. $\triangle ABC$ 의 무게중심이 $(3, 1)$ 이고 각 변 AB, BC, CA를 3 : 2로 내분하는 점을 각각 P, Q, R이라 할 때, $\triangle PQR$ 의 무게중심의 좌표를 구하면?

- ① (2, 3)
- ② (1, 3)
- ③ (3, 2)
- ④ (2, 2)
- ⑤ (3, 1)

해설

세 점을 $(a, d), (b, e), (c, f)$ 라 하면,
무게중심이 $(3, 1)$ 이므로,

$$\frac{a+b+c}{3} = 3, \frac{d+e+f}{3} = 1 \cdots \textcircled{㉠}$$

변 AB, BC, CA를 3 : 2로 내분하는
점 P, Q, R의 좌표는

$$P\left(\frac{2a+3b}{3+2}, \frac{2d+3e}{3+2}\right) = \left(\frac{2a+3b}{5}, \frac{2d+3e}{5}\right)$$

$$Q\left(\frac{2b+3c}{3+2}, \frac{2e+3f}{3+2}\right) = \left(\frac{2b+3c}{5}, \frac{2e+3f}{5}\right)$$

$$R\left(\frac{2c+3a}{3+2}, \frac{2f+3d}{3+2}\right) = \left(\frac{2c+3a}{5}, \frac{2f+3d}{5}\right) \text{이며,}$$

$\triangle PQR$ 의 무게중심의 좌표는

$$\left(\frac{5(a+b+c)}{5 \cdot 3}, \frac{5(d+e+f)}{5 \cdot 3}\right)$$

$$= \left(\frac{a+b+c}{3}, \frac{d+e+f}{3}\right)$$

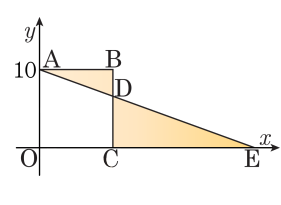
$\therefore \textcircled{㉠}$ 에 의해 $(3, 1)$

해설

변을 일정하게 내분하는 점으로 이루어진 삼각형의 무게중심은
원래 삼각형의 무게중심과 같다.

$\therefore (3, 1)$

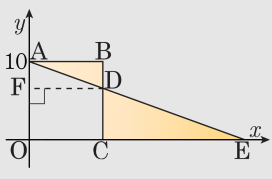
20. 다음 그림과 같은 정사각형 OABC 가 있다. 변 BC 위의 B,C 가 아닌 한 점 D 를 지나는 직선 AD 를 그을 때, 색칠된 부분의 넓이가 사다리꼴 OADC 의 넓이와 같다면 직선 AD 의 기울기는?



- ① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ $-\frac{1}{4}$ ④ $-\frac{1}{5}$ ⑤ $-\frac{1}{6}$

해설

다음 그림과 같이 점 D 에서
 y 축에 내린 수선의 발을 F 라 하면
 $\triangle ADB = \triangle AFD$ 이므로
 $\square OCDF = \triangle DCE$
 즉, $\overline{OC} \cdot \overline{CD} = \frac{1}{2} \overline{CE} \cdot \overline{CD}$
 $\therefore \overline{CE} = 2\overline{OC}$
 $E(30, 0)$ 이므로 직선 AD 의 기울기는 $-\frac{1}{3}$



21. 직선 $kx - y + 3k = 1$ 는 k 값에 관계없이 항상 일정한 점 A를 지난다.
이 점 A의 좌표는?

- ① A(-3, -1) ② A(-2, -1) ③ A(-1, -1)
④ A(1, -1) ⑤ A(2, 1)

해설

주어진 식을 k 에 대하여 정리하면
 $(x + 3)k - (y + 1) = 0$
위 식은 k 값에 관계없이
 $x + 3 = 0$, $y + 1 = 0$ 의 교점을 지난다.
 $\therefore x = -3$, $y = -1$
 $\therefore A(-3, -1)$

22. x 에 대한 삼차방정식 $x^3 + (3a-1)x^2 - 5ax + 2a = 0$ 이 중근을 갖도록 하는 모든 실수 a 의 값의 합을 구하면?

① -1

② 0

③ 1

④ $-\frac{8}{9}$

⑤ $-\frac{17}{9}$

해설

$x^3 + (3a-1)x^2 - 5ax + 2a = 0$ 을 인수분해하면

$$(x-1)(x^2 + 3ax - 2a) = 0$$

i) 중근이 $x=1$ 인 경우

$x=1$ 을 $x^2 + 3ax - 2a$ 에 대입하면 0이 된다.

$$1 + 3a - 2a = 0$$

$$\therefore a = -1$$

ii) $x^2 + 3ax - 2a = 0$ 이 중근을 갖는 경우

$$\text{판별식 } D = 9a^2 + 8a = 0, \quad a(9a + 8) = 0,$$

$$\therefore a = 0, \quad a = -\frac{8}{9}$$

$$-1 + 0 - \frac{8}{9} = -\frac{17}{9}$$

23. 계수가 실수인 사차방정식 $x^4 + 2x^3 + ax^2 + bx + 15 = 0$ 의 한 근이 $1 + 2i$ 일 때, 나머지 세 근 중 실근의 합은?

① -4 ② -3 ③ 0 ④ 3 ⑤ 4

해설

두 허근은 $1 + 2i$, $1 - 2i$ 나머지 두 실근을 α, β 라 하면
네 근의 합 : $(1 + 2i) + (1 - 2i) + \alpha + \beta = -2$
 $\therefore$ 두 실근의 합 : $\alpha + \beta = -4$

24. $3x-8 < -(2x+1)$, $\frac{x+3}{4} \leq \frac{x-1}{2}$, $0.6(1-2x) \leq 0.3x+1.2$ 을 만족하는 x 의 개수는?

- ① 0개 ② 1개 ③ 2개 ④ 3개 ⑤ 4개

해설

$3x - 8 < -(2x + 1)$
 $\therefore x < 1.4$
 $\frac{x+3}{4} \leq \frac{x-1}{2}$
 $\therefore 5 \leq x$
 $0.6(1-2x) \leq 0.3x+1.2$, x 는 정수
 $\therefore -0.4 \leq x$
따라서 모두 만족하는 x 는 없으므로 0개이다.

25. 두 직선 $y = -x + 3$, $y = mx + m + 2$ 이 제 1사분면에서 만나도록 하는 m 의 값의 범위가 $\alpha < m < \beta$ 일 때, $2\alpha + \beta$ 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$m(x+1) - (y-2) = 0$ 에서 $y = mx + m + 2$ 는 m 의 값에 관계없이 $(-1, 2)$ 를 지난다.

$(3, 0)$ 을 지날때 $m = -\frac{1}{2}$

$(0, 3)$ 을 지날때 $m = 1$

$\therefore -\frac{1}{2} < m < 1$

따라서 $2\alpha + \beta = 0$

