1. 이차방정식 $x^2-3x-5=0$ 의 두 근을 각각 α , β 라 할 때, $\alpha^2+\beta^2-3\alpha\beta$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 34

해설

근과 계수와의 관계에서 $\alpha+\beta=3,\ \alpha\beta=-5$
$\therefore \alpha^2+\beta^2-3\alpha\beta=(\alpha+\beta)^2-5\alpha\beta=9+25=34$

2. 이차방정식 $x^2-(5m-3)x+2m+2=0$ 의 두 근의 비가 $4:5$ 일 때, m 의 값을 구하여라. (단, 두 근은 양수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{3}{2}$

해설

두 근을 $4a,\ 5a$ 라고 하면 근과 계수의 관계로부터

$4a+5a=5m-3,\ 9a=5m-3\cdots$ ㉠

$4a\times 5a=2m+2,\ 10a^2=m+1\cdots$ ㉡

㉡에서 $m=10a^2-1$ 을 ㉠에 대입하면

$9a=5\left(10a^2-1\right)-3$

$50a^2-9a-8=0$

$(2a-1)(25a+8)=0$

두 근이 양수이므로 $a=\frac{1}{2}$

$\therefore\ m=10\times\frac{1}{4}-1=\frac{3}{2}$

3. 이차방정식 $2x^2+ax+b=0$ 의 두 근은 $-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}$ 이다. 이 때, 두 근이 $x=a, x=b$ 인 이차방정식을 구하면?

① $x^2-3x+2=0$
② $x^2+\frac{7}{2}x+3=0$
③ $x^2-2-\frac{3}{4}=0$
④ $x^2+\frac{4}{3}x-5=0$
⑤ $x^2+\frac{3}{2}x-\frac{1}{2}=0$

해설

$\alpha+\beta=-\frac{1}{2}+\frac{3}{2}=-\frac{a}{2}$

$\therefore a=-2$

$\alpha\beta=\left(-\frac{1}{2}\right)\times\frac{3}{2}=\frac{b}{2}$

$\therefore b=-\frac{3}{2}$

$a+b=-\frac{7}{2}, ab=3$

$\therefore x^2+\frac{7}{2}x+3=0$

4. 구청에서 매달 2 째, 4 째 주 수요일에만 컴퓨터 수업을 한다. 어느 달에 수업한 수요일의 날짜의 곱이 176 일 때, 이 달에 4 째 주 수요일의 날짜는?

① 8 일 ② 15 일 ③ 18 일 ④ 22 일 ⑤ 29 일

해설

2 째 주 수요일과 4 째 주 수요일의 날짜를 각각 $x-14$, x 일이라 하면,

$x(x-14)=176$

$x^2-14x-176=0$

$(x-22)(x+8)=0$

$x>0$ 이므로 22 일이다.

5. 지철이가 높이 30m 되는 건물의 옥상에서 야구공을 위를 향해서 초속 25m 로 던졌다. 이 때, x 초 후의 이 야구공의 지상으로부터의 높이는 $(30+25x-5x^2)$m 라고 한다. 야구공의 높이가 처음으로 60m 가 되는 데 걸리는 시간은?

① 2 초　② 3 초　③ 4 초　④ 5 초　⑤ 6 초

해설

$30+25x-5x^2=60$

$5(x^2-5x+6)=0$

$5(x-2)(x-3)=0$

$x=2,\ 3$

따라서 처음으로 60 m 가 되는 데 걸리는 시간은 2 초이다.

6. 이차함수 $y = 2(x-3)^2 - 2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동시켰더니, $y = 2(x+2)^2 + 1$ 의 그래프와 겹쳐졌다. 이 때, $m - n$ 의 값은?

① -6　② -8　③ 6　④ 8　⑤ 2

해설

원래 식의 꼭짓점은 $(3,\ -2)$ 이고
평행이동한 후의 꼭짓점은 $(-2,\ 1)$ 이다.
$\therefore\ m = -5,\ n = 3$
$m - n = -5 - 3 = -8$

7. 이차함수 $y=a(x+2)^2$ 의 그래프를 원점에 대하여 대칭이동하면 점 $(-2,\ 4)$ 를 지난다. a 의 값은?

① $-\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $-\frac{1}{2}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{1}{8}$

해설

$y=a(x+2)^2$ 의 그래프를 원점에 대칭이동한 함수의 식은

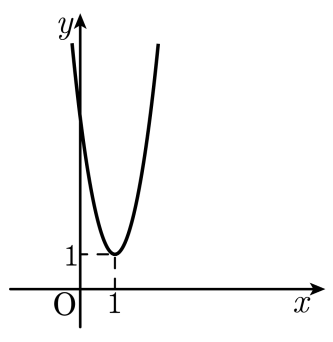
$-y=a(-x+2)^2$

$(-2,4)$ 를 대입하면

$-4=16a$

$\therefore a=-\frac{1}{4}$

8. 다음 중 이차함수 $y = 4x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a , y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동 한 그래프가 다음 그림과 같을 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

$y = 4x^2$ 의 그래프를 x 축 방향으로 $+1$, y 축 방향으로 $+1$ 만큼 평행이동한 그래프이다. 따라서 $a = 1,\ b = 1$ 이므로 $a - b = 0$ 이다.

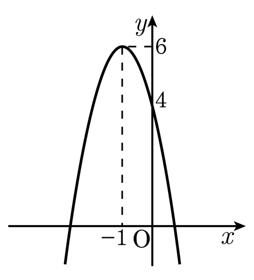
9. 이차함수 $y = -(x+1)^2 + 3$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $y = -x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼, y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 것이다.
② 꼭짓점의 좌표는 $(-1,\ 3)$ 이다.
③ 축의 방정식은 $x = -1$ 이다.
④ y 축과 만나는 점의 y 좌표는 3 이다.
⑤ $x > -1$ 일 때, x 의 값이 증가하면, y 의 값은 감소한다.

해설

④ y 축과 만나는 점의 y 좌표는 $x = 0$ 일 때, y 의 값이므로
$y = -(x+1)^2 + 3$에 $x = 0$을 대입하면
$y = -(0+1)^2 + 3 = 2$
따라서 y 축과 만나는 점의 y 좌표는 2

10. 다음 그림과 같이 꼭짓점의 좌표가 $(-1,\ 6)$ 이고, 점 $(0,\ 4)$ 를 지나는 이차함수는 $y = ax^2 + bx + c$ 이다. $a + b + c$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

꼭짓점의 좌표가 $(-1,\ 6)$ 이므로
$y = a(x+1)^2 + 6$
점$(0,\ 4)$ 를 지나므로
$4 = a(0+1)^2 + 6$
$\therefore\ a = -2$
$y = -2(x+1)^2 + 6$
$\quad = -2x^2 - 4x + 4$
$\therefore a = -2,\ b = -4,\ c = 4$
$\therefore\ a + b + c = (-2) + (-4) + 4 = -2$

11. 축의 방정식이 $x = 4$ 이고, 두 점 $(2, -10), (3, -4)$ 를 지나는 포물선의 y 절편은?

① -30 ② -32 ③ -34 ④ -36 ⑤ -38

해설

$y = a(x-4)^2 + q$ 에 두 점 $(2, -10), (3, -4)$ 를 각각 대입하면
$4a + q = -10, a + q = -4$
$\therefore a = -2, q = -2$
$y = -2(x-4)^2 - 2$ 에 $x = 0$ 을 대입하면 $y = -34$

12. 가로, 세로의 길이가 각각 8cm, 6cm 인 직사각형에서 가로의 길이는 $x$cm 만큼 줄이고, 세로의 길이는 $2x$cm 만큼 길게 하여 얻은 직사각형의 넓이를 $y$cm^2 라고 할 때, y 를 최대가 되게 하는 x 의 값은?

① $\frac{5}{2}$ ② $\frac{15}{2}$ ③ $\frac{25}{2}$ ④ $\frac{31}{5}$ ⑤ $\frac{16}{5}$

해설

줄어든 가로의 길이는 $(8-x)$cm ,
늘어난 세로의 길이는 $(6+2x)$cm 에서

$$\begin{aligned} y &= (8-x)(6+2x) \\ &= 48+10x-2x^2 \\ &= -2\left(x^2-5x+\frac{25}{4}-\frac{25}{4}\right)+48 \\ &= -2\left(x-\frac{5}{2}\right)^2+\frac{121}{2} \end{aligned}$$

따라서 $x=\frac{5}{2}$ 일 때, 최댓값 $\frac{121}{2}$ 을 갖는다.

13. $7x-5<4(x+1)$이고 x는 자연수일 때, $x^2-5x+6=0$를 풀면?

① $x=0,\ x=1$ ② $x=2$ ③ $x=2,\ x=3$
④ $x=3$ ⑤ $x=-2,\ x=3$

해설

$7x-5<4(x+1)$ 에서 $7x-4x<4+5$, $3x<9$ $\therefore\ x<3$
따라서 x의 값은 1, 2이다.
$x^2-5x+6=0$의 해는 $x=2,\ x=3$이므로 해는 $x=2$가 된다.

14. $x^2-6xy+9y^2=0(xy\neq 0)$ 일 때, $9y^2-3x+\frac{9}{4}=0$ 의 x, y의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x=\frac{3}{2}$ 또는 1.5

▷ 정답 : $y=\frac{1}{2}$ 또는 0.5

해설

$x^2-6xy+9y^2=0$ 에서 $(x-3y)^2=0$

$\therefore x=3y$

$x^2=9y^2$ 이므로 $9y^2-3x+\frac{9}{4}=0$ 에 대입하면

$x^2-3x+\frac{9}{4}=0$

$\therefore \left(x-\frac{3}{2}\right)^2=0$

따라서 $x=\frac{3}{2}$, $y=\frac{1}{2}$ 이다.

15. 직선 $y = ax + b$ 의 그래프가 2, 3, 4 분면을 지날 때, x 에 대한 이차 방정식 $ax^2 + bx + 1 = 0$ 근의 개수에 대한 설명으로 옳은 것은?

① 서로 다른 두 실근을 갖는다.

② 하나의 중근을 갖는다.

③ 근은 존재하지 않는다.

④ 근의 개수는 무한하다.

⑤ 알 수 없다.

해설

직선 $y = ax + b$ 의 기울기와 y 절편이 모두 음수이므로 $a < 0$, $b < 0$,
$ax^2 + bx + 1 = 0$ 에서 $D = b^2 - 4a > 0$ 이므로 서로 다른 두 실근을 갖는다.

16. 이차방정식 $x^2 - (a-1)x + 1 = 0$ 의 두 근이 α, β 일 때, $(\alpha^2 - a\alpha + 1)(\beta^2 - a\beta + 1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$x = \alpha,\ x = \beta$ 를 대입하면

$\alpha^2 - a\alpha + \alpha + 1 = 0,\ \alpha^2 - a\alpha + 1 = -\alpha$

$\beta^2 - a\beta + \beta + 1 = 0,\ \beta^2 - a\beta + 1 = -\beta$

$\therefore (\alpha^2 - a\alpha + 1)(\beta^2 - a\beta + 1) = (-\alpha)(-\beta) = \alpha\beta = 1$

17. 이차방정식 $x^2+ax+b=0$의 근을 구하는데 소연은 일차항의 계수를 잘못 보고 풀어서 두 근이 $x=1\pm\sqrt{2}$가 나왔고, 소희는 상수항을 잘못 보고 풀어서 두 근이 $x=2\pm\sqrt{6}$이 나왔다. 이 때, ab의 값은?

① -4　② -2　③ 1　④ 2　⑤ 4

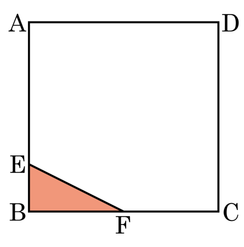
해설

근과 계수와의 관계에 의해 $x^2+ax+b=0$의 두근의 합은 $-a$, 두 근의 곱은 b이다.
소연이는 상수항은 제대로 본 것이므로 소연이가 구한 두 근의 곱은
$(1+\sqrt{2})(1-\sqrt{2})=-1=b$
한편, 소희는 일차항을 제대로 본 것이므로 소희가 구한 두 근의 합은
$(2+\sqrt{6})+(2-\sqrt{6})=-a$
$\therefore\ a=-4,\ b=-1$
$\therefore ab=4$

해설

소연이 푼 식은
$\left\{x-(1+\sqrt{2})\right\}\left\{x-(1-\sqrt{2})\right\}=0$
소연이는 상수항을 제대로 본 것이므로 구하는 상수항 $b=(1+\sqrt{2})(1-\sqrt{2})=-1$
소희가 푼 식은
$\left\{x-(2+\sqrt{6})\right\}\left\{x-(2-\sqrt{6})\right\}=0$
소희는 일차항의 계수를 제대로 본 것이므로 일차항의 계수는
$a=-2+\sqrt{6}-2-\sqrt{6}=-4$
따라서, 처음 이차방정식은 $x^2-4x-1=0$
$\therefore\ ab=4$

18. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 20 cm 인 정사각형 ABCD 가 있다. 점 F 는 변 BC 위를 점 C 로부터 B 까지 매초 2 cm 의 속력으로 움직이고, 점 E 는 변 AB 위를 점 B 로부터 A 까지 매초 1 cm 의 속력으로 움직이고 있다. 두 점 E, F 가 동시에 출발하였다면 몇 초 후에 △BEF 의 넓이가 정사각형 넓이의 $\frac{1}{16}$ 배가 되는지 구하여라.



▶ 답: ＿＿＿＿ 초

▷ 정답: 5 초

해설

x초 후에 $\overline{BF} = (20 - 2x)$ cm , $\overline{BE} = x$ cm

△BEF 의 넓이는 $\frac{1}{2}\overline{BF} \times \overline{BE}$ 이고,

정사각형 넓이인 $20 \times 20 = 400\,\text{cm}^2$ 의 $\frac{1}{16}$ 배 인 $25\,\text{cm}^2$ 이므로

$\frac{1}{2}(20 - 2x)x = 25$

$x^2 - 10x + 25 = 0$

$(x - 5)^2 = 0$

$\therefore\ x = 5$ (초)(단, $0 < x < 10$)

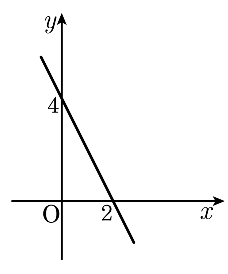
19. 이차함수 $y=3x^2$ 의 그래프는 점 $(a,\ 12)$ 를 지나고, 이차함수 $y=bx^2$ 과 x 축에 대하여 대칭이다. 이 때, ab 의 값은?

① ±2　② ±3　③ ±5　④ ±6　⑤ ±7

해설

$y=3x^2$ 에 $(a,\ 12)$ 를 대입하면 $a=\pm2$ 이다.
x 축과 대칭인 함수는 x^2 의 계수의 절댓값이 같고 부호가 서로 반대이므로 $b=-3$ 이다.
$\therefore ab=\pm6$

20. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차함수 $y = \frac{1}{2}ax^2 + bx + 3$ 의 꼭짓점의 좌표를 구하면?



① $(-2,\ 7)$　② $(-2,\ -7)$　③ $(7,\ 2)$　④ $(-7,\ 2)$　⑤ $(2,\ 7)$

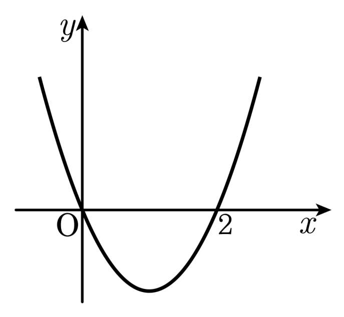
해설

$a = -2, b = 4$ 이므로

$$y = \frac{1}{2}ax^2 + bx + 3$$
$$= -x^2 + 4x + 3$$
$$= -(x-2)^2 + 7$$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $(2, 7)$ 이다.

21. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 일차함수 $ax + by + c = 0$ 의 그래프는 몇 사분면을 지나는가?



① 제 1, 2, 3 사분면
② 제 1, 3 사분면
③ 제 2, 4 사분면
④ 제 2, 3, 4 사분면
⑤ 제 1, 2 사분면

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 에서 $c = 0$

또한, $y = ax\left(x + \frac{b}{a}\right)$ 에서

$-\frac{b}{a} = 2 > 0$

$\therefore \frac{b}{a} < 0$

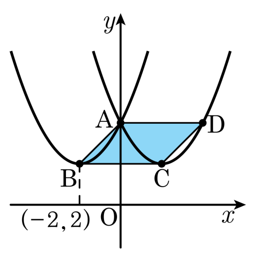
그러므로 $ax + by + c = 0$ 에서

$y = -\frac{a}{b}x$

$\therefore -\frac{a}{b} > 0 \left(\because \frac{b}{a} < 0\right)$

따라서 제1, 3 사분면을 지난다.

22. 다음 그림은 이차함수 $y=\frac{1}{2}(x+2)^2+2$ 의 그래프를 x축의 방향으로 4만큼 평행이동 시킨 것이다. 이 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라. (단, 점 B와 C는 두 포물선의 꼭짓점이다.)



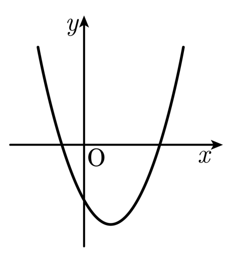
▶ 답 :

▷ 정답 : 8

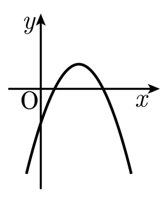
해설

$y=\frac{1}{2}(x+2)^2+2$ 의 그래프를 x축의 방향으로 4만큼 평행이동 시키면 $y=\frac{1}{2}(x-2)^2+2$ 이다. 꼭짓점이 $(-2,\ 2)$ 에서 $(2,\ 2)$ 로 변하였고 점 A의 좌표는 $(0,\ 4)$ 이므로 평행사변형의 가로의 길이는 4 , 높이는 2 이다. 따라서 넓이는 $4\times2=8$ 이다.

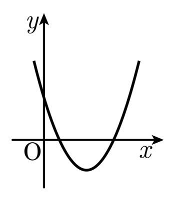
23. 이차함수 $y = ax^2 + bx - c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $y = cx^2+bx+a$ 의 그래프는?



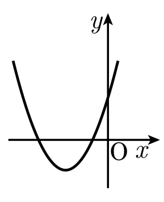
①



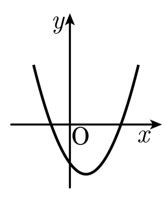
②



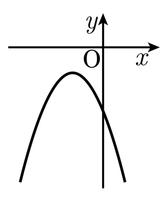
③



④



⑤



해설

$y = ax^2 + bx - c$ 의 그래프가 아래로 볼록하므로 $a > 0$이다.
축이 y 축의 오른쪽에 있으므로 a 와 b 의 부호는 반대이다.
따라서, $b < 0$이다.
y 절편이 음수이므로 $-c < 0,\ c > 0$이다.
$y = cx^2 + bx + a$ 에서
$c > 0$ 이므로 아래로 볼록한 그래프이다.
$b < 0$ 이므로 축은 y 축의 오른쪽에 있다.
$a > 0$ 이므로 y 절편은 양수이다.
따라서 구하는 그래프는 ②이다.

24. 이차함수 $y = x^2 - 4kx + 2k^2 + k - 1$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, m 의 최댓값은?

① $-\frac{7}{8}$ ② -1 ③ $\frac{1}{8}$ ④ 1 ⑤ $-\frac{9}{8}$

해설

$y = x^2 - 4kx + 2k^2 + k - 1 = (x - 2k)^2 - 2k^2 + k - 1$

$m = -2k^2 + k - 1 = -2\left(k - \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{7}{8}$ 이므로 m 의 최댓값은 $-\frac{7}{8}$ 이다.

25. 이차방정식 $ax^2 + bx + ca = -b$ 가 a 의 값에 관계없이 항상 $x = 1$ 을 근으로 가질 때, bc 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$x = 1$을 주어진 이차방정식에 대입하면
$a + b + ca = -b$
a에 대하여 정리하면
$(1 + c)a + 2b = 0$
이 식이 a 의 값에 관계없이 항상 성립하려면
$1 + c = 0$, $2b = 0$ 이어야 한다.
$\therefore\ b = 0,\ c = -1$
$\therefore\ bc = 0$