

1. 이차방정식 $x^2 - 3x - 5 = 0$ 의 두 근을 각각 α, β 라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2 - 3\alpha\beta$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 34

해설

근과 계수와의 관계에서 $\alpha + \beta = 3, \alpha\beta = -5$

$$\therefore \alpha^2 + \beta^2 - 3\alpha\beta = (\alpha + \beta)^2 - 5\alpha\beta = 9 + 25 = 34$$

2. 이차방정식 $x^2 - (5m - 3)x + 2m + 2 = 0$ 의 두 근의 비가 $4 : 5$ 일 때, m 의 값을 구하여라. (단, 두 근은 양수이다.)

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{3}{2}$

해설

두 근을 $4a$, $5a$ 라고 하면 근과 계수의 관계로부터

$$4a + 5a = 5m - 3, 9a = 5m - 3 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$4a \times 5a = 2m + 2, 10a^2 = m + 1 \cdots \textcircled{㉡}$$

$\textcircled{㉡}$ 에서 $m = 10a^2 - 1$ 을 $\textcircled{㉠}$ 에 대입하면

$$9a = 5(10a^2 - 1) - 3$$

$$50a^2 - 9a - 8 = 0$$

$$(2a - 1)(25a + 8) = 0$$

두 근이 양수이므로 $a = \frac{1}{2}$

$$\therefore m = 10 \times \frac{1}{4} - 1 = \frac{3}{2}$$

3. 이차방정식 $2x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근은 $-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}$ 이다. 이 때, 두 근이 $x = a, x = b$ 인 이차방정식을 구하면?

① $x^2 - 3x + 2 = 0$

③ $x^2 - 2 - \frac{3}{4} = 0$

⑤ $x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{1}{2} = 0$

② $x^2 + \frac{7}{2}x + 3 = 0$

④ $x^2 + \frac{4}{3}x - 5 = 0$

해설

$$\alpha + \beta = -\frac{1}{2} + \frac{3}{2} = -\frac{a}{2}$$

$$\therefore a = -2$$

$$\alpha\beta = \left(-\frac{1}{2}\right) \times \frac{3}{2} = \frac{b}{2}$$

$$\therefore b = -\frac{3}{2}$$

$$a + b = -\frac{7}{2}, ab = 3$$

$$\therefore x^2 + \frac{7}{2}x + 3 = 0$$

4. 구청에서 매달 2째, 4째 주 수요일에만 컴퓨터 수업을 한다. 어느 달에 수업한 수요일의 날짜의 곱이 176 일 때, 이 달에 4째 주 수요일의 날짜는?

① 8 일

② 15 일

③ 18 일

④ 22 일

⑤ 29 일

해설

2째 주 수요일과 4째 주 수요일의 날짜를 각각 $x-14$, x 일이라 하면,

$$x(x-14) = 176$$

$$x^2 - 14x - 176 = 0$$

$$(x-22)(x+8) = 0$$

$x > 0$ 이므로 22 일이다.

5. 지철이가 높이 30m 되는 건물의 옥상에서 야구공을 위를 향해서 초속 25m 로 던졌다. 이 때, x 초 후의 이 야구공의 지상으로부터의 높이는 $(30 + 25x - 5x^2)$ m 라고 한다. 야구공의 높이가 처음으로 60m 가 되는 데 걸리는 시간은?

- ① 2 초 ② 3 초 ③ 4 초 ④ 5 초 ⑤ 6 초

해설

$$30 + 25x - 5x^2 = 60$$

$$5(x^2 - 5x + 6) = 0$$

$$5(x - 2)(x - 3) = 0$$

$$x = 2, 3$$

따라서 처음으로 60m가 되는 데 걸리는 시간은 2 초이다.

6. 이차함수 $y = 2(x-3)^2 - 2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동시켰더니, $y = 2(x+2)^2 + 1$ 의 그래프와 겹쳐졌다. 이 때, $m - n$ 의 값은?

① -6

② -8

③ 6

④ 8

⑤ 2

해설

원래 식의 꼭짓점은 $(3, -2)$ 이고
평행이동한 후의 꼭짓점은 $(-2, 1)$ 이다.

$$\therefore m = -5, n = 3$$

$$m - n = -5 - 3 = -8$$

7. 이차함수 $y = a(x + 2)^2$ 의 그래프를 원점에 대하여 대칭이동하면 점 $(-2, 4)$ 를 지난다. a 의 값은?

① $-\frac{1}{4}$

② $\frac{1}{4}$

③ $-\frac{1}{2}$

④ $\frac{1}{2}$

⑤ $\frac{1}{8}$

해설

$y = a(x + 2)^2$ 의 그래프를 원점에 대칭이동한 함수의 식은

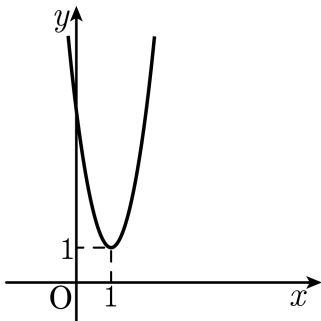
$$-y = a(-x + 2)^2$$

$(-2, 4)$ 를 대입하면

$$-4 = 16a$$

$$\therefore a = -\frac{1}{4}$$

8. 다음 중 이차함수 $y = 4x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a , y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동 한 그래프가 다음 그림과 같을 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$y = 4x^2$ 의 그래프를 x 축 방향으로 $+1$, y 축 방향으로 $+1$ 만큼 평행이동한 그래프이다. 따라서 $a = 1$, $b = 1$ 이므로 $a - b = 0$ 이다.

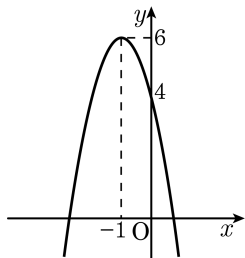
9. 이차함수 $y = -(x+1)^2 + 3$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① $y = -x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼, y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 것이다.
- ② 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 3)$ 이다.
- ③ 축의 방정식은 $x = -1$ 이다.
- ④ y 축과 만나는 점의 y 좌표는 3 이다.
- ⑤ $x > -1$ 일 때, x 의 값이 증가하면, y 의 값은 감소한다.

해설

- ④ y 축과 만나는 점의 y 좌표는 $x = 0$ 일 때, y 의 값이므로
 $y = -(x+1)^2 + 3$ 에 $x = 0$ 을 대입하면
 $y = -(0+1)^2 + 3 = 2$
따라서 y 축과 만나는 점의 y 좌표는 2

10. 다음 그림과 같이 꼭짓점의 좌표가 $(-1, 6)$ 이고, 점 $(0, 4)$ 를 지나는 이차함수는 $y = ax^2 + bx + c$ 이다. $a + b + c$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

꼭짓점의 좌표가 $(-1, 6)$ 이므로

$$y = a(x + 1)^2 + 6$$

점 $(0, 4)$ 를 지나므로

$$4 = a(0 + 1)^2 + 6$$

$$\therefore a = -2$$

$$y = -2(x + 1)^2 + 6$$

$$= -2x^2 - 4x + 4$$

$$\therefore a = -2, b = -4, c = 4$$

$$\therefore a + b + c = (-2) + (-4) + 4 = -2$$

11. 축의 방정식이 $x = 4$ 이고, 두 점 $(2, -10), (3, -4)$ 를 지나는 포물선의 y 절편은?

① -30

② -32

③ -34

④ -36

⑤ -38

해설

$y = a(x - 4)^2 + q$ 에 두 점 $(2, -10), (3, -4)$ 를 각각 대입하면

$$4a + q = -10, a + q = -4$$

$$\therefore a = -2, q = -2$$

$y = -2(x - 4)^2 - 2$ 에 $x = 0$ 을 대입하면 $y = -34$

12. 가로, 세로의 길이가 각각 8cm, 6cm 인 직사각형에서 가로의 길이는 x cm 만큼 줄이고, 세로의 길이는 $2x$ cm 만큼 길게 하여 얻은 직사각형의 넓이를 y cm² 라고 할 때, y 를 최대가 되게 하는 x 의 값은?

① $\frac{5}{2}$

② $\frac{15}{2}$

③ $\frac{25}{2}$

④ $\frac{31}{5}$

⑤ $\frac{16}{5}$

해설

줄어든 가로의 길이는 $(8 - x)$ cm ,
늘어난 세로의 길이는 $(6 + 2x)$ cm 에서

$$\begin{aligned}y &= (8 - x)(6 + 2x) \\&= 48 + 10x - 2x^2 \\&= -2 \left(x^2 - 5x + \frac{25}{4} - \frac{25}{4} \right) + 48 \\&= -2 \left(x - \frac{5}{2} \right)^2 + \frac{121}{2}\end{aligned}$$

따라서 $x = \frac{5}{2}$ 일 때, 최댓값 $\frac{121}{2}$ 을 갖는다.

13. $7x - 5 < 4(x + 1)$ 이고 x 는 자연수일 때, $x^2 - 5x + 6 = 0$ 를 풀면?

① $x = 0, x = 1$

② $x = 2$

③ $x = 2, x = 3$

④ $x = 3$

⑤ $x = -2, x = 3$

해설

$7x - 5 < 4(x + 1)$ 에서 $7x - 4x < 4 + 5$, $3x < 9 \therefore x < 3$

따라서 x 의 값은 1, 2이다.

$x^2 - 5x + 6 = 0$ 의 해는 $x = 2, x = 3$ 이므로 해는 $x = 2$ 가 된다.

14. $x^2 - 6xy + 9y^2 = 0 (xy \neq 0)$ 일 때, $9y^2 - 3x + \frac{9}{4} = 0$ 의 x, y 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = \frac{3}{2}$ 또는 1.5

▷ 정답 : $y = \frac{1}{2}$ 또는 0.5

해설

$$x^2 - 6xy + 9y^2 = 0 \text{ 에서 } (x - 3y)^2 = 0$$

$$\therefore x = 3y$$

$$x^2 = 9y^2 \text{ 이므로 } 9y^2 - 3x + \frac{9}{4} = 0 \text{ 에 대입하면}$$

$$x^2 - 3x + \frac{9}{4} = 0$$

$$\therefore \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = 0$$

$$\text{따라서 } x = \frac{3}{2}, y = \frac{1}{2} \text{ 이다.}$$

15. 직선 $y = ax + b$ 의 그래프가 2, 3, 4 분면을 지날 때, x 에 대한 이차 방정식 $ax^2 + bx + 1 = 0$ 근의 개수에 대한 설명으로 옳은 것은?

① 서로 다른 두 실근을 갖는다.

② 하나의 중근을 갖는다.

③ 근은 존재하지 않는다.

④ 근의 개수는 무한하다.

⑤ 알 수 없다.

해설

직선 $y = ax + b$ 의 기울기와 y 절편이 모두 음수이므로 $a < 0$, $b < 0$,

$ax^2 + bx + 1 = 0$ 에서 $D = b^2 - 4a > 0$ 이므로 서로 다른 두 실근을 갖는다.

16. 이차방정식 $x^2 - (a-1)x + 1 = 0$ 의 두 근이 α, β 일 때,
 $(\alpha^2 - a\alpha + 1)(\beta^2 - a\beta + 1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$x = \alpha, x = \beta$ 를 대입하면

$$\alpha^2 - a\alpha + \alpha + 1 = 0, \alpha^2 - a\alpha + 1 = -\alpha$$

$$\beta^2 - a\beta + \beta + 1 = 0, \beta^2 - a\beta + 1 = -\beta$$

$$\therefore (\alpha^2 - a\alpha + 1)(\beta^2 - a\beta + 1) = (-\alpha)(-\beta) = \alpha\beta = 1$$

17. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 근을 구하는데 소연은 일차항의 계수를 잘못 보고 풀어서 두 근이 $x = 1 \pm \sqrt{2}$ 가 나왔고, 소희는 상수항을 잘못 보고 풀어서 두 근이 $x = 2 \pm \sqrt{6}$ 이 나왔다. 이 때, ab 의 값은?

① -4

② -2

③ 1

④ 2

⑤ 4

해설

근과 계수와의 관계에 의해 $x^2 + ax + b = 0$ 의 두근의 합은 $-a$, 두 근의 곱은 b 이다.

소연이는 상수항을 제대로 본 것이므로 소연이가 구한 두 근의 곱은

$$(1 + \sqrt{2})(1 - \sqrt{2}) = -1 = b$$

한편, 소희는 일차항을 제대로 본 것이므로 소희가 구한 두 근의 합은

$$(2 + \sqrt{6}) + (2 - \sqrt{6}) = -a$$

$$\therefore a = -4, b = -1$$

$$\therefore ab = 4$$

해설

소연이 푼 식은

$$\{x - (1 + \sqrt{2})\} \{x - (1 - \sqrt{2})\} = 0$$

소연이는 상수항을 제대로 본 것이므로 구하는 상수항 $b = (1 + \sqrt{2})(1 - \sqrt{2}) = -1$

소희가 푼 식은

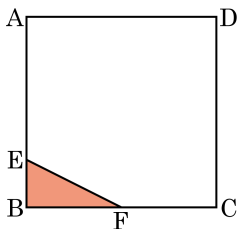
$$\{x - (2 + \sqrt{6})\} \{x - (2 - \sqrt{6})\} = 0$$

소희는 일차항의 계수를 제대로 본 것이므로 일차항의 계수는 $a = -2 + \sqrt{6} - 2 - \sqrt{6} = -4$

따라서, 처음 이차방정식은 $x^2 - 4x - 1 = 0$

$$\therefore ab = 4$$

18. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 20 cm 인 정사각형 ABCD 가 있다. 점 F 는 변 BC 위를 점 C 로부터 B 까지 매초 2cm 의 속력으로 움직이고, 점 E 는 변 AB 위를 점 B 로부터 A 까지 매초 1cm 의 속력으로 움직이고 있다. 두 점 E, F 가 동시에 출발하였다면 몇 초 후에 $\triangle BEF$ 의 넓이가 정사각형 넓이의 $\frac{1}{16}$ 배가 되는지 구하여라.



▶ 답 :

초

▷ 정답 : 5 초

해설

x 초 후에 $\overline{BF} = (20 - 2x)$ cm , $\overline{BE} = x$ cm

$\triangle BEF$ 의 넓이는 $\frac{1}{2}\overline{BF} \times \overline{BE}$ 이고,

정사각형 넓이인 $20 \times 20 = 400$ cm² 의 $\frac{1}{16}$ 배 인 25 cm² 이므로

$$\frac{1}{2}(20 - 2x)x = 25$$

$$x^2 - 10x + 25 = 0$$

$$(x - 5)^2 = 0$$

$$\therefore x = 5 \text{ (초)} (\text{단, } 0 < x < 10)$$

19. 이차함수 $y = 3x^2$ 의 그래프는 점 $(a, 12)$ 를 지나고, 이차함수 $y = bx^2$ 과 x 축에 대하여 대칭이다. 이 때, ab 의 값은?

① ± 2

② ± 3

③ ± 5

④ ± 6

⑤ ± 7

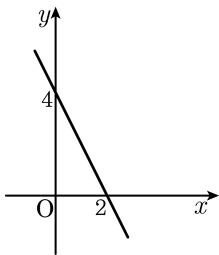
해설

$y = 3x^2$ 에 $(a, 12)$ 를 대입하면 $a = \pm 2$ 이다.

x 축과 대칭인 함수는 x^2 의 계수의 절댓값이 같고 부호가 서로 반대이므로 $b = -3$ 이다.

$$\therefore ab = \pm 6$$

20. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차함수 $y = \frac{1}{2}ax^2 + bx + 3$ 의 꼭짓점의 좌표를 구하면?



- ① $(-2, 7)$ ② $(-2, -7)$
 ③ $(7, 2)$ ④ $(-7, 2)$

⑤ $(2, 7)$

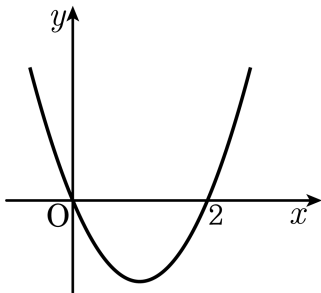
해설

$a = -2, b = 4$ 이므로

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2}ax^2 + bx + 3 \\ &= -x^2 + 4x + 3 \\ &= -(x-2)^2 + 7 \end{aligned}$$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $(2, 7)$ 이다.

21. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 일차함수 $ax + by + c = 0$ 의 그래프는 몇 사분면을 지나는가?



① 제 1, 2, 3 사분면

② 제 1, 3 사분면

③ 제 2, 4 사분면

④ 제 2, 3, 4 사분면

⑤ 제 1, 2 사분면

해설

$$y = ax^2 + bx + c \text{ 에서 } c = 0$$

$$\text{또한, } y = ax \left(x + \frac{b}{a} \right) \text{ 에서}$$

$$-\frac{b}{a} = 2 > 0$$

$$\therefore \frac{b}{a} < 0$$

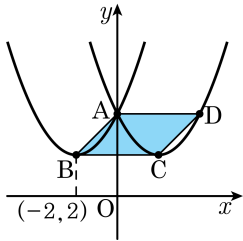
$$\text{그러므로 } ax + by + c = 0 \text{ 에서}$$

$$y = -\frac{a}{b}x$$

$$\therefore -\frac{a}{b} > 0 \left(\because \frac{b}{a} < 0 \right)$$

따라서 제1, 3 사분면을 지난다.

22. 다음 그림은 이차함수 $y = \frac{1}{2}(x+2)^2 + 2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 4만큼 평행이동시킨 것이다. 이 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라. (단, 점 B와 C는 두 포물선의 꼭짓점이다.)



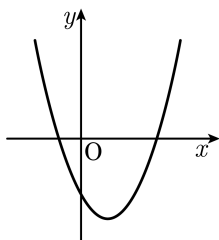
▶ 답 :

▷ 정답 : 8

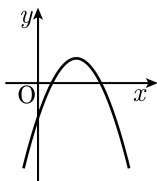
해설

$y = \frac{1}{2}(x+2)^2 + 2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 4만큼 평행이동시키면 $y = \frac{1}{2}(x-2)^2 + 2$ 이다. 꼭짓점이 $(-2, 2)$ 에서 $(2, 2)$ 로 변하였고 점 A의 좌표는 $(0, 4)$ 이므로 평행사변형의 가로 길이는 4, 높이는 2이다. 따라서 넓이는 $4 \times 2 = 8$ 이다.

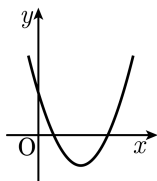
23. 이차함수 $y = ax^2 + bx - c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $y = cx^2 + bx + a$ 의 그래프는?



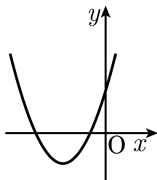
①



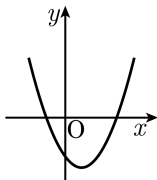
②



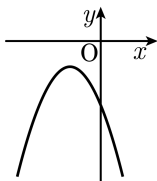
③



④



⑤



해설

$y = ax^2 + bx - c$ 의 그래프가 아래로 볼록하므로 $a > 0$ 이다.

축이 y 축의 오른쪽에 있으므로 a 와 b 의 부호는 반대이다.

따라서, $b < 0$ 이다.

y 절편이 음수이므로 $-c < 0$, $c > 0$ 이다.

$y = cx^2 + bx + a$ 에서

$c > 0$ 이므로 아래로 볼록한 그래프이다.

$b < 0$ 이므로 축은 y 축의 오른쪽에 있다.

$a > 0$ 이므로 y 절편은 양수이다.

따라서 구하는 그래프는 ②이다.

24. 이차함수 $y = x^2 - 4kx + 2k^2 + k - 1$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, m 의 최댓값은?

① $-\frac{7}{8}$

② -1

③ $\frac{1}{8}$

④ 1

⑤ $-\frac{9}{8}$

해설

$$y = x^2 - 4kx + 2k^2 + k - 1 = (x - 2k)^2 - 2k^2 + k - 1$$

$m = -2k^2 + k - 1 = -2\left(k - \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{7}{8}$ 이므로 m 의 최댓값은 $-\frac{7}{8}$ 이다.

25. 이차방정식 $ax^2 + bx + ca = -b$ 가 a 의 값에 관계없이 항상 $x = 1$ 을 근으로 가질 때, bc 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$x = 1$ 을 주어진 이차방정식에 대입하면

$$a + b + ca = -b$$

a 에 대하여 정리하면

$$(1 + c)a + 2b = 0$$

이 식이 a 의 값에 관계없이 항상 성립하려면

$1 + c = 0, 2b = 0$ 이어야 한다.

$$\therefore b = 0, c = -1$$

$$\therefore bc = 0$$