

1. $64^4 \div 8^5$ 을 간단히 하면?

- ① 2^8 ② 2^9 ③ 2^{10} ④ 2^{11} ⑤ 2^{12}

해설

$$(2^6)^4 \div (2^3)^5 = 2^{24-15} = 2^9$$

2. $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x-1} = 27^{x+2}$ 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -1

해설

$$\begin{aligned}3^{-2x+1} &= (3^3)^{x+2} = 3^{3x+6} \\-2x+1 &= 3x+6 \\ \therefore x &= -1\end{aligned}$$

4. $\frac{14a}{2^3 \times 3 \times 5^2 \times 7}$ 가 정수가 아닌 유한소수가 되기 위한 a 의 개수는?
(단, $a \leq 100$, a 는 자연수)

- ① 30 개 ② 31 개 ③ 32 개 ④ 33 개 ⑤ 34 개

해설

$\frac{14a}{2^3 \times 3 \times 5^2 \times 7} = \frac{a}{2^2 \times 3 \times 5^2}$ 가 유한소수이므로 a 는 100 이하의 3의 배수이다.

5. 분수 $\frac{36}{111}$ 을 소수로 나타낼 때, 소수점 아래 100 번째 자리의 숫자를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\frac{36}{111} = 0.324324\cdots = 0.\dot{3}2\dot{4}$$

$100 \div 3 = 33\cdots 1$ 이므로 소수점 아래 100 번째 숫자는 3 이다.

6. $x = 1.37\bar{5}$ 일 때, $10^3x - 10^2x$ 를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1238

해설

$$\begin{array}{r} 1000x = 1375.555\cdots \\ -) 100x = 137.555\cdots \\ \hline 900x = 1238 \end{array}$$

따라서

$$10^3x - 10^2x = 1000x - 100x = 900x = 1238$$

7. 0.4와 0.7 사이의 분모가 90인 분수 중 소수로 나타내었을 때 유한소수가 되는 것의 개수는 n 개이다. n 의 값을 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 3 개

해설

$$0.4 < \frac{a}{90} < 0.7$$

$$\frac{4}{9} < \frac{a}{90} < \frac{7}{9}$$

$$\frac{40}{90} < \frac{a}{90} < \frac{70}{90}$$

유한소수가 되기 위해 a 는 9의 배수여야 하므로
40과 70 사이의 9의 배수는 45, 54, 63의 3개이다.

8. 순환소수 $0.\dot{3}$ 와 $0.0\dot{2}$ 의 합을 $0.a\dot{b}$ 라고 할 때, $0.\dot{b}-0.0\dot{a}$ 를 순환소수로 나타낸 것은?

- ① $0.4\dot{8}$ ② $0.5\dot{2}$ ③ $0.5\dot{6}$ ④ $0.6\dot{0}$ ⑤ $0.6\dot{4}$

해설

$$0.\dot{3} + 0.0\dot{2} = \frac{3}{9} + \frac{2}{90} = 0.3\dot{5} \quad \therefore a = 3, b = 5$$

$$0.\dot{b} - 0.0\dot{a} = 0.5 - 0.0\dot{3} = \frac{5}{9} - \frac{3}{90} = \frac{47}{90} = 0.5\dot{2}$$

9. 기약분수 A 를 순환소수로 나타내는데, 세정이는 분자를 잘못 보아서 답이 0.5 가 되었고, 유정이는 분모를 잘못 보아서 답이 $0.5\dot{2}$ 가 되었다. 이 때, 기약분수 A 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{47}{9}$

해설

$$\text{세정 : } 0.\dot{5} = \frac{5}{9},$$

$$\text{유정 : } 0.5\dot{2} = \frac{52-5}{90} = \frac{47}{90}$$

따라서 처음의 기약분수는

$$\frac{\text{(유정이가 본 분자)}}{\text{(세정이가 본 분모)}} = \frac{47}{9} = A \text{ 이다.}$$

10. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

㉠ $8^4 = 2^{12}$

㉡ $(-25)^4 = -5^8$

㉢ $27^8 = 3^{11}$

㉣ $64^5 = 2^{30}$

① ㉠, ㉢

② ㉠, ㉣

③ ㉡, ㉣

④ ㉢, ㉣

⑤ ㉡, ㉢, ㉣

해설

㉠ $8^4 = (2^3)^4 = 2^{12}$

㉡ $(-25)^4 = (-5^2)^4 = 5^8$

㉢ $27^8 = (3^3)^8 = 3^{24}$

㉣ $64^5 = (2^6)^5 = 2^{30}$

따라서 옳은 것은 ㉠, ㉣이다.

11. 등식 $\frac{9(x^2y)^3}{xy} \div \frac{(xy^2)^2}{(2x)^3} \times \frac{xy}{(3x^3y^2)^2} = ax^by^c$ 일 때, $a+b+c$ 의 값은?

- ① 2 ② 4 ③ 8 ④ 16 ⑤ 32

해설

$$\begin{aligned} & \frac{9(x^2y)^3}{xy} \div \frac{(xy^2)^2}{(2x)^3} \times \frac{xy}{(3x^3y^2)^2} \\ &= \frac{9x^6y^3}{xy} \times \frac{8x^3}{x^2y^4} \times \frac{xy}{9x^6y^4} \\ &= \frac{8x}{y^5} = 8xy^{-5} \end{aligned}$$

$$a = 8, b = 1, c = -5$$

$$a + b + c = 8 + 1 - 5 = 4$$

12. $\frac{3^x}{9^{-x+y}} = 27$, $\frac{25^{x+y}}{5^{3y}} = 625$ 일 때, $64^x \times 625^y$ 의 자리의 수를 구하면?

① 10 자리 ② 12 자리 ③ 17 자리

④ 20 자리 ⑤ 26 자리

해설

$$3^x = 27 \times 9^{-x+y} = 3^3 \times 3^{-2x+2y} = 3^{-2x+2y+3}$$

$$\therefore x = -2x + 2y + 3$$

$$25^{x+y} = 625 \times 5^{3y} = 5^4 \times 5^{3y} = 5^{3y+4}$$

$$\therefore 2x + 2y = 3y + 4$$

두 식을 연립하면

$$x = 5, y = 6$$

$$64^x \times 625^y = (2^6)^5 \times (5^4)^6 = 2^{30} \times 5^{24}$$

$$= (10)^{24} \times 2^6 = 64 \times 10^{24}$$

따라서 26 자리의 수이다.

13. $2^{4n+3a} \div 4^{2n} = 512$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$2^{4n+3a} \div 4^{2n} = 512$$

$$2^{4n+3a} \div 2^{4n} = 2^9$$

$$4n + 3a - 4n = 9 \quad \therefore a = 3$$

14. $(-3x^2y)^2 \div \frac{3x^2y^4}{2y^2} - 2x^3y^2 \times \frac{1}{xy^2}$ 의 값은?

① $3xy^3$

② $-3x^3y$

③ $-4x^2$

④ $4x^2$

⑤ $4x^2y$

해설

$$\begin{aligned} & (-3x^2y)^2 \div \frac{3x^2y^4}{2y^2} - 2x^3y^2 \times \frac{1}{xy^2} \\ &= 9x^4y^2 \times \frac{2y^2}{3x^2y^4} - 2x^3y^2 \times \frac{1}{xy^2} \\ &= 6x^2 - 2x^2 = 4x^2 \end{aligned}$$

15. $216 = 3^m(3^n - 1)$ 일 때, $m + n$ 의 값은?

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$$216 = 3^3 \times 2^3 = 3^3 \times 8 = 3^3(3^2 - 1) = 3^m(3^n - 1)$$

$$m = 3, n = 2 \quad \therefore m + n = 5$$

16. 4개의 수 a, b, c, d 에 대하여 기호 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$ 로 정의

한다.

이때, $\begin{vmatrix} x+2y-3 & -\frac{3}{2} \\ y-x+1 & \frac{1}{2} \end{vmatrix}$ 은?

- ① $x - \frac{5}{2}y - 3$ ② $x - \frac{3}{2}y - 2$ ③ $x + \frac{3}{2}y - 1$
 ④ $-x + \frac{5}{2}y$ ⑤ $-x + \frac{7}{2}y$

해설

$$\begin{aligned} & (x+2y-3) \times \frac{1}{2} - \left(-\frac{3}{2}\right) \times (y-x+1) \\ &= \left(\frac{1}{2}x + y - \frac{3}{2}\right) - \left(-\frac{3}{2}y + \frac{3}{2}x - \frac{3}{2}\right) \\ &= \frac{1}{2}x + y - \frac{3}{2} + \frac{3}{2}y - \frac{3}{2}x + \frac{3}{2} \\ &= -x + \frac{5}{2}y \end{aligned}$$

17. 두 다항식 A, B 에 대하여 $A * B = A - 3B$ 라 정의 하자. $A = x^2 + 2x - 4$, $B = x^2 - 3x + 5$ 에 대하여 $(A * B) * B$ 를 간단히 하면?

① $-5x^2 - 20x - 22$

② $-5x^2 + 20x - 34$

③ $2x^2 - x + 1$

④ $2x^2 + 5x + 9$

⑤ $5x^2 + 22x - 4$

해설

$$\begin{aligned}(A * B) * B &= (A - 3B) - 3B = A - 6B \text{ 이므로} \\ (x^2 + 2x - 4) - 6(x^2 - 3x + 5) \\ &= x^2 + 2x - 4 - 6x^2 + 18x - 30 \\ &= -5x^2 + 20x - 34\end{aligned}$$

18. $-4a - \{3a + 5b - 2(a - 2b - \square)\} = -a - 11b$ 일 때, \square

안에 알맞은 식은?

- ① $-3b - 2a$ ② $-b - 4a$ ③ $b - 2a$
④ $2a + 3b$ ⑤ $3a + 3b$

해설

$$\begin{aligned} & -4a - \{3a + 5b - 2(a - 2b - \square)\} \\ &= -4a - (3a + 5b - 2a + 4b + 2\square) \\ &= -4a - 3a - 5b + 2a - 4b - 2\square \\ &= -5a - 9b - 2\square = -a - 11b \\ \therefore \square &= b - 2a \end{aligned}$$

19. 다음 식에서 P 의 값은? (단, $a \neq b \neq c$)

$$P = \frac{a}{(a-b)(a-c)} + \frac{b}{(b-c)(b-a)} + \frac{c}{(c-a)(c-b)}$$

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} P &= \frac{a}{(a-b)(a-c)} + \frac{b}{(b-c)(b-a)} + \frac{c}{(c-a)(c-b)} \\ &= \frac{-a}{(a-b)(c-a)} + \frac{-b}{(b-c)(a-b)} + \frac{-c}{(c-a)(b-c)} \\ &= \frac{-a(b-c) - b(c-a) - c(a-b)}{(a-b)(b-c)(c-a)} \\ &= \frac{-ab + ac - bc + ab - ac + bc}{(a-b)(b-c)(c-a)} = 0 \end{aligned}$$

20. $xyz \neq 0$, $xy = a$, $yz = b$, $zx = c$ 일 때, $x^2 + y^2 + z^2$ 의 값을 a, b, c 에 관하여 바르게 나타낸 것은?

- ① $\frac{bc}{c} + \frac{ac}{a} + \frac{ab}{b}$ ② $\frac{bc}{b} + \frac{ac}{c} + \frac{ab}{a}$ ③ $\frac{bc}{c} + \frac{ac}{b} + \frac{ab}{a}$
④ $\frac{bc}{b} + \frac{ac}{a} + \frac{ab}{c}$ ⑤ $\frac{bc}{a} + \frac{ac}{b} + \frac{ab}{c}$

해설

$$x^2y^2z^2 = abc \text{ 이고}$$

$$x^2 = \frac{abc}{y^2z^2} = \frac{abc}{b^2} = \frac{ac}{b}$$

$$y^2 = \frac{abc}{x^2z^2} = \frac{abc}{c^2} = \frac{ab}{c}$$

$$z^2 = \frac{abc}{x^2y^2} = \frac{abc}{a^2} = \frac{bc}{a}$$

$$\therefore x^2 + y^2 + z^2 = \frac{ac}{b} + \frac{ab}{c} + \frac{bc}{a}$$

21. $a - b < 0$, $a + b < 0$, $b > 0$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $|a| > |b|$

② $a < b$

③ $a^3 < b^3$

④ $a < 0$

⑤ $\left| \frac{1}{a} \right| > \left| \frac{1}{b} \right|$

해설

① $a < 0$, $b > 0$, $a + b < 0$ 에서 a 의 절댓값이 b 의 절댓값보다 크다는 것을 알 수 있다. $|a| > |b|$

② $a - b < 0$ 에서 $a < b$

③ $a^3 < 0$, $b^3 > 0 \therefore a^3 < b^3$

④ $b > 0$, $a + b < 0$ 에서 $a < 0$

⑤ $|a| > |b|$ 이기 때문에 $\left| \frac{1}{a} \right| < \left| \frac{1}{b} \right|$

22. 부등식 $6a - 9 \leq 3(x - 3) - 2x$ 를 만족하는 $-x$ 의 값 중에서 가장 큰 정수가 2일 때, 상수 a 의 값의 최댓값은?

- ① $a = -\frac{1}{3}$ ② $a = -\frac{1}{2}$ ③ $a = -1$
④ $a = \frac{1}{2}$ ⑤ $a = \frac{1}{3}$

해설

$6a - 9 \leq 3(x - 3) - 2x$ 를 정리하면

$$6a - 9 \leq 3x - 9 - 2x$$

$$6a \leq x$$

$$x \geq 6a$$

$$\therefore -x \leq -6a$$

위 부등식을 만족하는 가장 큰 정수가 2이므로 $2 \leq -6a < 3$

$$\therefore -\frac{1}{2} < a \leq -\frac{1}{3}$$

23. 부등식 $\frac{x+1}{3} + \frac{7}{2} > \frac{2x}{3}$ 을 만족하는 정수 중 최댓값을 a , 부등식 $\frac{1}{3}(x+4) + (-x) \leq \frac{2+x}{3} + 2$ 을 만족하는 정수 중 최솟값을 b 라고 할 때, $a-b$ 의 값은?

- ① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

해설

$\frac{x+1}{3} + \frac{7}{2} > \frac{2x}{3}$ 의 양변에 6을 곱한다.

$$2x + 2 + 21 > 4x$$

$$-2x > -23$$

$$x < \frac{23}{2}$$

따라서 $a = 11$ 이다.

$\frac{1}{3}(x+4) + (-x) \leq \frac{2+x}{3} + 2$ 의 양변에 3을 곱하면

$$x + 4 - 3x \leq 2 + x + 6$$

$$-3x \leq 4$$

$$x \geq -\frac{4}{3}$$

따라서 $b = -1$ 이다.

$$\therefore a - b = 11 - (-1) = 12$$

24. $m - 1 < 1$ 일 때, 일차부등식 $5mx - 2m \leq 10x - 4$ 의 해는?

- ① $x \leq \frac{1}{5}$ ② $x \leq \frac{2}{5}$ ③ $x \geq \frac{2}{5}$ ④ $x \geq \frac{3}{5}$ ⑤ $x \geq \frac{4}{5}$

해설

$$m - 1 < 1 \text{ 에서 } m - 2 < 0$$

$$5mx - 2m \leq 10x - 4$$

$$5(m - 2)x \leq 2(m - 2)$$

$$\therefore x \geq \frac{2}{5} \text{ (} \because m - 2 < 0 \text{)}$$

25. 일차부등식 $\frac{2x-1}{3} + 2a \geq \frac{3x+5}{6} + \frac{5x-4}{2}$ 를 만족하는 해의 최댓값이 $\frac{1}{2}$ 이다. 이때, 상수 a 의 값을 $\frac{y}{2x}$ 라고 하면 $x^2 + y^2$ 의 값을 구하여라.(단, x, y 는 5보다 작은 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$\frac{2x-1}{3} + 2a \geq \frac{3x+5}{6} + \frac{5x-4}{2}$ 의 양변에 6 을 곱하여 정리하면

$$4x - 2 + 12a \geq 3x + 5 + 15x - 12$$

$$4x - 3x - 15x \geq 2 + 5 - 12 - 12a$$

$$-14x \geq -5 - 12a$$

$$\therefore x \leq \frac{5 + 12a}{14}$$

부등식을 만족하는 해의 최댓값이 $\frac{1}{2}$ 이므로

$$\frac{5 + 12a}{14} = \frac{1}{2} \text{ 에서 } 14 = 10 + 24a, 24a = 4, a = \frac{1}{6}$$

$$\frac{y}{2x} = \frac{1}{6} \text{ 고, 5보다 작은 자연수이므로 } x = 3, y = 1$$

$$\therefore x^2 + y^2 = 3^2 + 1^2 = 10$$