

1. 다음 중  $(x-y)^2(x+y)^2$  을 전개한 식은?

①  $x^4 - y^4$

②  $x^2 - y^2$

③  $x^4 - 2x^2y^2 + y^4$

④  $x^4 - x^2y^2 + y^4$

⑤  $x^4 - 4x^2y^2 + y^4$

해설

$$\begin{aligned}(x-y)^2(x+y)^2 &= \{(x-y)(x+y)\}^2 \\ &= (x^2 - y^2)^2 \\ &= x^4 - 2x^2y^2 + y^4\end{aligned}$$

2. 다항식  $(x^2 + 2x - 3)(3x^2 + x + k)$  의 전개식에서 일차항의 계수가 15 일 때, 상수  $k$ 의 값은?

① -3

② 0

③ 3

④ 6

⑤ 9

해설

상수항과 일차항만의 곱을 구하면,

$$-3x + 2kx = 15x$$

$$\therefore k = 9$$

3.  $x + y = 4$ ,  $xy = 3$  일 때,  $x^2 - xy + y^2$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$x^2 - xy + y^2 = (x + y)^2 - 3xy = 7$$

4.  $x + y + z = 3$ ,  $xy + yz + zx = -1$  일 때  $x^2 + y^2 + z^2$  의 값을 구하면?

① 11

② 12

③ 13

④ 14

⑤ 15

해설

$$\begin{aligned}x^2 + y^2 + z^2 &= (x + y + z)^2 - 2(xy + yz + zx) \\ &= 9 + 2 = 11\end{aligned}$$

5. 등식  $2x^2 + 10x - 18 = a(x-2)(x+3) + bx(x-2) + cx(x+3)$  이  $x$  에 대한 항등식이 되도록 상수  $a, b, c$  의 값을 정할 때,  $a - b + c$  의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 6

### 해설

양변에  $x = 0$  을 대입하면,

$$-18 = -6a \quad \therefore a = 3$$

양변에  $x = 2$  를 대입하면

$$10 = 10c \quad \therefore c = 1$$

양변에  $x = -3$  을 대입하면,

$$-30 = 15b, \quad \therefore b = -2$$

$$\therefore a - b + c = 3 + 2 + 1 = 6$$

6. 두 다항식  $A, B$ 에 대하여 연산  $A \ominus B$ 와  $A \otimes B$ 를 다음과 같이 정의하기로 한다.

$$A \ominus B = A - 3B, \quad A \otimes B = (A + B)B$$

$P = 2x^3 + 2x^2y + 3xy^2 - y^3$ ,  $Q = x^3 + x^2y + xy^2$ 이라 할 때,  $(P \ominus Q) \otimes Q$ 를  $x, y$ 에 관한 다항식으로 나타내면?

①  $x^4y^2 + xy^5$

②  $x^4y^2 - xy^5$

③  $x^3y^2 - xy^4$

④  $x^3y^2 + xy^4$

⑤  $2x^3y^2 - xy^4$

### 해설

정의에 따라  $(P \ominus Q) \otimes Q$ 를 변형하면

$$\begin{aligned} (P \ominus Q) \otimes Q &= (P - 3Q) \otimes Q \\ &= (P - 3Q + Q)Q \\ &= (P - 2Q)Q \quad \dots \text{①} \end{aligned}$$

$$P - 2Q$$

$$\begin{aligned} &= 2x^3 + 2x^2y + 3xy^2 - y^3 - 2(x^3 + x^2y + xy^2) \\ &= xy^2 - y^3 \end{aligned}$$

이므로 ①식은

$$\begin{aligned} (P \ominus Q) \otimes Q &= (xy^2 - y^3)(x^3 + x^2y + xy^2) \\ &= x^4y^2 + x^3y^3 + x^2y^4 - x^3y^3 \\ &\quad - x^2y^4 - xy^5 \\ &= x^4y^2 - xy^5 \end{aligned}$$

7. 다항식  $x^3 - 3x - 3$ 을 다항식  $x^2 - 2x - 1$ 로 나누었을 때의 몫이  $ax + b$ 이고, 나머지가  $cx + d$ 이었다. 이 때,  $a + b + c + d$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$x^3 - 3x - 3 = (x^2 - 2x - 1)(ax + b) + cx + d$$

에서 계수를 비교하면

$$a = 1, -b + d = -3, -a - 2b + c = -3, b - 2a = 0$$

에서  $a = 1, b = 2, d = -1, c = 2$

$$\therefore a + b + c + d = 1 + 2 + (-1) + 2 = 4$$

8.  $x$  에 대한 다항식  $A = 2x^3 + 5x^2 + 4$  를 다항식  $B$  로 나눌 때, 몫이  $2x + 1$  이고, 나머지가  $-6x + 2$  이다. 이 때, 다항식  $B$  를 구하면?

①  $x^2 + 2x + 2$

②  $x^2 + x + 2$

③  $x^2 - x + 2$

④  $x^2 - 2x + 2$

⑤  $x^2 - 3x + 2$

해설

$$A = B(2x + 1) - 6x + 2 \text{ 에서}$$

$$B(2x + 1) = 2x^3 + 5x^2 + 6x + 2$$

$$\therefore B = (2x^3 + 5x^2 + 6x + 2) \div (2x + 1)$$

$$= x^2 + 2x + 2$$

9. 등식  $(x-2)(ax-3) = 4x^2 + bx + c$ 가 항등식이 되도록 상수  $a, b, c$ 의 값을 구하면?

①  $a = 4, b = 5, c = 6$

②  $a = 2, b = -10, c = 5$

③  $a = 4, b = -11, c = 6$

④  $a = 2, b = -10, c = 6$

⑤  $a = 2, b = -9, c = 5$

해설

(좌변) =  $ax^2 - (2a+3)x + 6$  이므로

$$ax^2 - (2a+3)x + 6 = 4x^2 + bx + c$$

계수를 비교하면  $a = 4, -2a - 3 = b, 6 = c$

이것을 풀면  $a = 4, b = -11, c = 6$

10. 다음 등식이  $k$ 의 값에 관계없이 항상 성립할 때,  $xy$ 의 값을 구하여라.

$$(2k + 3)x + (3k - 1)y + 5k - 9 = 0$$

▶ 답:

▷ 정답: -6

### 해설

$k$ 에 대하여 내림차순으로 정리하면

$$(2x + 3y + 5)k + (3x - y - 9) = 0$$

이것은  $k$ 에 대한 항등식이므로

$$2x + 3y + 5 = 0$$

$$3x - y - 9 = 0$$

연립방정식을 풀면  $x = 2, y = -3$

$$\therefore xy = 2 \times (-3) = -6$$

11.  $\frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{3}$  을 만족하는 모든 실수  $x, y$ 에 대하여 항상  $ax+by+5 = 0$ 이다. 이때  $a+b$ 의 값을 구하라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{3} = t \text{라 하면}$$

$$x = 2t - 1, y = 3t + 1$$

이것을  $ax + by + 5 = 0$ 에 대입하면

$$a(2t - 1) + b(3t + 1) + 5 = 0$$

$$(2a + 3b)t + (-a + b + 5) = 0$$

이 식이 모든 실수  $t$ 에 대하여 성립해야 하므로

$$2a + 3b = 0 \cdots \textcircled{1}$$

$$-a + b + 5 = 0 \cdots \textcircled{2}$$

①, ②를 연립하여 풀면

$$a = 3, b = -2 \quad \therefore a + b = 3 + (-2) = 1$$

해설

$$\frac{A}{B} = \frac{C}{D} \Leftrightarrow AD = BC \text{ 성질 이용}$$

$$3x + 3 = 2y - 2$$

$$3x - 2y + 5 = 0 \text{ 은 } ax + by + 5 = 0$$

$$\therefore a = 3, b = -2$$

12. 다항식  $2x^3 + ax^2 + x + b$ 가  $x^2 - x + 1$ 로 나누어떨어질 때,  $a - b$ 의 값은?

① -4

② -2

③ 2

④ 3

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} & 2x^3 + ax^2 + x + b \\ &= (x^2 - x + 1)(2x + c) \\ &= 2x^3 + (c - 2)x^2 + (2 - c)x + c \\ \therefore & a = c - 2, 1 = 2 - c, b = c \\ & c = 1 \text{ 이므로 } a = -1, b = 1 \\ \therefore & a - b = -2 \end{aligned}$$

13.  $x$ 에 대한 다항식  $(4x^2 - 3x + 1)^5$ 을 전개하였을 때, 모든 계수들(상수항 포함)의 합은?

① 0

② 16

③ 32

④ 64

⑤ 1024

해설

$(4x^2 - 3x + 1)^5$ 을 전개하여  $x$ 에 대한 내림차순으로 정리하면  
 $(4x^2 - 3x + 1)^5 = a_0x^{10} + a_1x^9 + a_2x^8 + \cdots + a_9x + a_{10}$ 과 같이 된다.

여기서 모든 계수들의 합

$a_0 + a_1 + a_2 + \cdots + a_{10}$ 을 구하려면

$x = 1$ 을 대입하면 된다.

즉,  $(4 - 3 + 1)^5 = a_0 + a_1 + a_2 + \cdots + a_{10}$

모든 계수들의 합은  $2^5 = 32$

14. 다음은 연산법칙을 이용하여  $(x+3)(x+2)$ 를 계산한 식이다.

$$\begin{aligned}(x+3)(x+2) &= (x+3)x + (x+3)\times 2 \\ &= (x^2 + 3x) + (2x + 6) \\ &= x^2 + (3x + 2x) + 6 \\ &= x^2 + 5x + 6\end{aligned}$$

위의 연산과정에서 사용한 연산법칙을 바르게 고른 것은?

- ① 교환법칙, 결합법칙
- ② 교환법칙, 분배법칙
- ③ 분배법칙, 결합법칙
- ④ 결합법칙, 분배법칙, 교환법칙
- ⑤ 연산법칙을 사용하지 않았다.

해설

$$\begin{aligned}(x+3)(x+2) &= (x+3)x + (x+3)\times 2 \quad (\text{분배}) \\ &= (x^2 + 3x) + (2x + 6) \quad (\text{분배}) \\ &= x^2 + (3x + 2x) + 6 \quad (\text{결합}) \\ &= x^2 + 5x + 6\end{aligned}$$

15.  $(a + b)(a^2 - ab + b^2)(a^3 - b^3)$  의 전개식으로 옳은 것은?

①  $a^3 + b^3$

②  $a^6 + b^6$

③  $a^6 - b^6$

④  $a^9 + b^9$

⑤  $a^9 - b^9$

해설

$$(\text{준 식}) = (a^3 + b^3)(a^3 - b^3) = a^6 - b^6$$