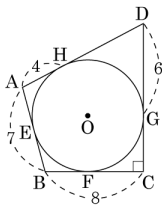


1. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90^\circ$ 인 $\square ABCD$ 가 원 O 에 외접하고 있다. 점 E, F, G, H 는 접점이고 $\overline{AH} = 4$, $\overline{AB} = 7$, $\overline{BC} = 8$, $\overline{DG} = 6$ 일 때, $\square ABCD$ 의 넓이를 구하면?



① 82

② 84

③ 86

④ 88

⑤ 90

해설

$$\overline{DH} = \overline{DG} = 6 \quad \therefore \overline{AD} = 10$$

$$\overline{AB} + \overline{CD} = \overline{BC} + \overline{AD}$$

$$7 + 6 + \overline{GC} = 8 + 10, \quad \overline{GC} = 5$$

$$\therefore (\text{원 O의 반지름}) = 5$$

원의 중심 O 에서 각 변에 이르는 거리는 원의 반지름과 같으므로 $\overline{OE} = \overline{OF} = \overline{OG} = \overline{OH} = 5$ 이다.

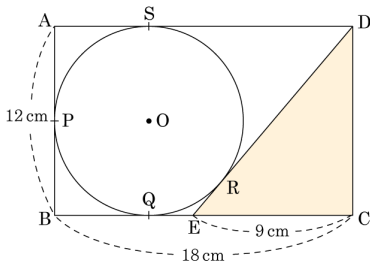
($\square ABCD$ 의 넓이)

$$= \triangle OAB + \triangle OBC + \triangle OCD + \triangle ODA$$

$$= \frac{1}{2} \times 5 \times (7 + 8 + 10 + 11)$$

$$= 90$$

2. 다음 그림과 같이 원 O는 직사각형 ABCD의 세변과 $\overline{DE}$ 에 접하고, 점 R은 접점이다. $\overline{AB} = 12\text{cm}$, $\overline{BC} = 18\text{cm}$, $\overline{CE} = 9\text{cm}$ 일 때, $\overline{DR}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 12cm

해설

$\overline{CE} = 9\text{cm}$ 이므로 $\overline{BE} = 9\text{cm}$, 외접하는 사각형의 성질에 의해

$$\overline{ED} + \overline{AB} = \overline{AD} + \overline{BE}$$

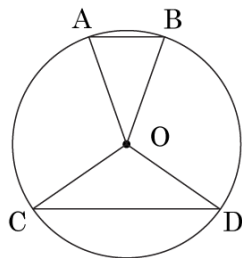
$$\overline{DE} + 12 = 18 + 9$$

$$\therefore \overline{DE} = 15\text{cm}$$

또한, $\overline{BE} = 9\text{cm}$, $\overline{BQ} = \frac{1}{2}\overline{AB} = 6\text{cm} \therefore \overline{QE} = \overline{ER} = 3\text{cm}$

따라서, $\overline{DR} = 15 - 3 = 12(\text{cm})$ 이다.

3. 주어진 그림처럼 원 O 에서 $5.0\text{pt}\widehat{CD} = 2 \times 5.0\text{pt}\widehat{AB}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것의 개수는?



보기

- ㉠ $\overline{AB} = 2 \times \overline{CD}$
- ㉡ $5.0\text{pt}\widehat{AB} = 2 \times 5.0\text{pt}\widehat{BD}$
- ㉢ $\angle COD = 2 \times \angle AOB$
- ㉣ 삼각형 COD 의 넓이 = $2 \times$ 삼각형 AOB 의 넓이
- ㉤ 부채꼴 COD 의 넓이 = $2 \times$ 부채꼴 AOB 의 넓이
- ㉥ 부채꼴 AOC 의 넓이 = 부채꼴 BOD 의 넓이

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

호의 길이와 부채꼴의 넓이는 중심각에 정비례한다.

현의 길이는 중심각의 크기에 정비례하지 않는다.

옳은 것은 $\angle COD = 2 \times \angle AOB$

(부채꼴 COD 의 넓이) = ($2 \times$ 부채꼴 AOB 의 넓이)

2 개이므로 옳지 않은 것은 4 개이다.

4. 어떤 구의 반지름은 18 cm 라고 한다. 이 구를 평면으로 잘랐더니 반지름이 10 cm 인 원이 나왔을 때, 이 평면과 구의 중심과의 거리는 몇 cm 인가?

① $4\sqrt{14}$ cm

② $3\sqrt{14}$ cm

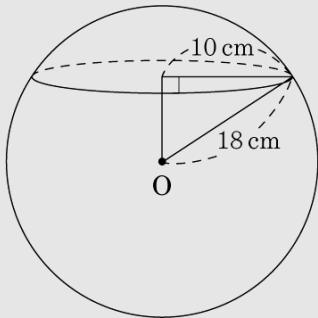
③ $2\sqrt{14}$ cm

④ $\sqrt{14}$ cm

⑤ $\frac{\sqrt{14}}{2}$ cm

해설

$$\begin{aligned} x &= \sqrt{18^2 - 10^2} \\ &= \sqrt{324 - 100} \\ &= \sqrt{224} \\ &= 4\sqrt{14} \text{ (cm)} \end{aligned}$$



5. 다음 그림의 $\square ABCD$ 에서 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 일 때,
 $\overline{AB}^2 - \overline{AD}^2$ 의 값은?

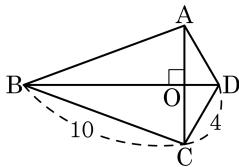
① 6

② 36

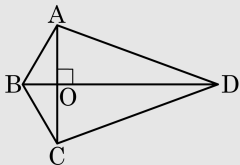
③ 54

④ 64

⑤ 84



해설

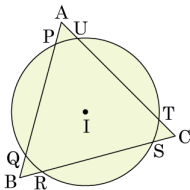


대각선이 직교하는 사각형에서는 다음 관계가 성립한다. $\overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{DA}^2$

$$\therefore \overline{AB}^2 + 4^2 = 10^2 + \overline{AD}^2$$

$$\therefore \overline{AB}^2 - \overline{AD}^2 = 100 - 16 = 84$$

6. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이며 원의 중심이다. $\overline{PQ} = 8\text{cm}$ 일 때, $\overline{RS}$ 의 길이를 구하여라.

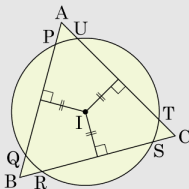


▶ 답 : cm

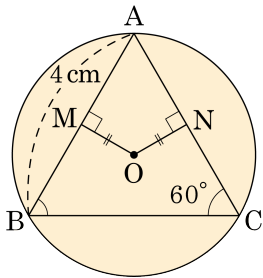
▶ 정답 : 8 cm

해설

삼각형의 내심에서 세 변에 이르는 거리는 같다. 중심과의 거리가 같은 현의 길이는 모두 같으므로 $\overline{PQ} = \overline{RS} = 8(\text{cm})$ 이다.



7. 다음 그림과 같이 원의 중심 O 와 두 현 AB , AC 사이의 거리가 같고 $\overline{AB} = 4$, $\angle BCA = 60^\circ$ 이다. 이 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?



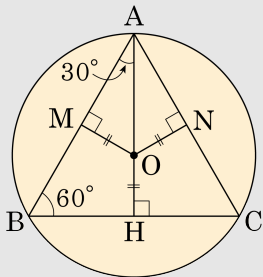
- ① $4\sqrt{3}$ ② $6\sqrt{2}$ ③ $9\sqrt{3}$ ④ $12\sqrt{2}$ ⑤ $12\sqrt{3}$

해설

$\overline{OM} = \overline{ON} \Rightarrow \overline{AB} = \overline{AC}$ 이다.

$\angle C = 60^\circ$ 이므로 $\angle B = 60^\circ$ 이고

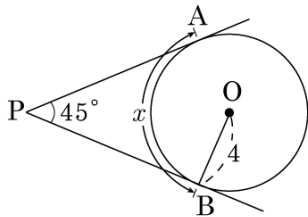
$\angle A = 180^\circ - 60^\circ \times 2 = 60^\circ$



따라서 $\triangle ABC$ 는 정삼각형이다.

$$\therefore \triangle ABC = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 4^2 = 4\sqrt{3}$$

8. 다음 그림과 같이 점 P 에서 반지름의 길이가 4 인 원 O 에 그은 두 접선의 접점을 A, B 라 하고, $\angle APB = 45^\circ$ 일 때, $5.0\text{pt}\widehat{AB}$ 의 길이는?



① π

② 3π

③ 4π

④ 6π

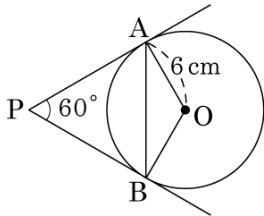
⑤ 12π

해설

$\angle AOB = 135^\circ$ 이므로

$$x = 2\pi \times 4 \times \frac{135^\circ}{360^\circ} = 3\pi \text{ 이다.}$$

9. 다음 그림에서 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$ 는 원 O 의 접선이다. $\angle P = 60^\circ$, $\overline{OA} = 6\text{cm}$ 일 때, $\triangle ABP$ 의 넓이는?



① 24cm^2

② $27\sqrt{3}\text{cm}^2$

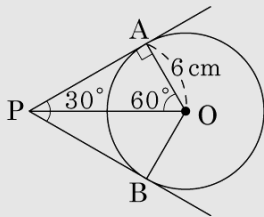
③ $12\sqrt{6}\text{cm}^2$

④ $40\sqrt{3}\text{cm}^2$

⑤ 54cm^2

해설

$\overline{PA} = \overline{PB}$ 이므로 $\triangle ABP$ 는 모든 각의 크기가 같은 정삼각형이다.



$\overline{PO}$ 를 그으면 위와 같은 그림이 된다.

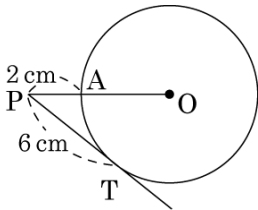
따라서 $\overline{PA} : \overline{AO} = 1 : \sqrt{3} = 6 : \overline{PA}$ 이다.

$$\therefore \overline{PA} = 6\sqrt{3}\text{cm}, \quad \frac{\sqrt{3}}{4} \times (6\sqrt{3})^2 = 27\sqrt{3}(\text{cm}^2)$$

10. 다음 그림에서 $\overrightarrow{PA}$ 는 원 O의 접선이고 점 T는 접점이다. $\overline{PT} = 6\text{ cm}$, $\overline{PA} = 2\text{ cm}$ 일 때, 원 O의 반지름의 길이는?

① 4 cm ② 6 cm ③ 7 cm

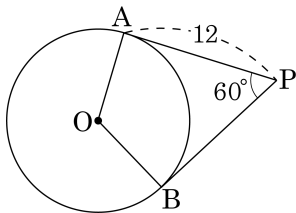
④ 8 cm ⑤ 12 cm



해설

$$\begin{aligned}\overline{AO} &= \overline{TO} = r \text{ 이라 하면,} \\ \overline{OP}^2 &= \overline{PT}^2 + \overline{OT}^2 \text{ 에 의하여} \\ (r + 2)^2 &= 36 + r^2 \therefore r = 8\end{aligned}$$

11. 다음 그림에서 두 점 A, B 는 원 O 의 접점이고 $\angle APB = 60^\circ$ 일 때, $\overline{OP}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $8\sqrt{3}$

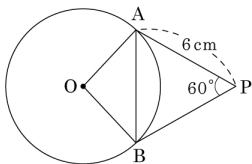
해설

$\triangle AOP$ 에서 $\angle OAP = 90^\circ$, $\angle APO = \frac{1}{2}\angle APB = 30^\circ$ 이다.

$\angle AOP = 60^\circ$ 이므로 $\overline{AP} : \overline{OP} = \sqrt{3} : 2$ 이다.

따라서 $\overline{OP} = 8\sqrt{3}$ 이다.

12. 다음 그림에서 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$ 는 원 O의 접선이고 $\overline{PA} = 6\text{cm}$, $\angle APB = 60^\circ$ 일 때, 원의 넓이는?



① $8\pi\text{cm}^2$

② $12\pi\text{cm}^2$

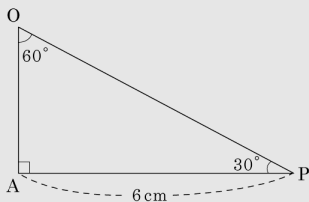
③ $15\pi\text{cm}^2$

④ $20\pi\text{cm}^2$

⑤ $24\pi\text{cm}^2$

해설

$\overline{OP}$ 를 연결하면 직각삼각형 $\triangle OAP$ 에 의해서

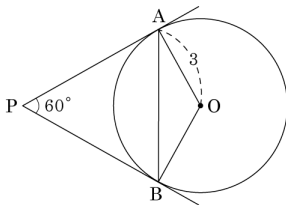


$$\overline{OA} : \overline{AP} = 1 : \sqrt{3} = \overline{AP} : 6$$

$$\therefore \overline{OA} = \frac{6}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}(\text{cm})$$

따라서 원의 넓이는 $\pi(2\sqrt{3})^2 = 12\pi(\text{cm}^2)$ 이다.

13. 다음 그림에서 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$ 는 원 O 의 접선이고, $\overline{OA} = 3$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이는?



① $\sqrt{3}$

② $2\sqrt{3}$

③ $3\sqrt{3}$

④ $4\sqrt{3}$

⑤ $5\sqrt{3}$

해설

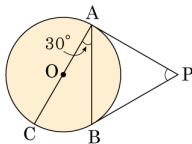
$$\overline{PA} : \overline{AO} = \sqrt{3} : 1$$

$$x : 3 = \sqrt{3} : 1 \quad \therefore x = 3\sqrt{3}$$

$\triangle PAB$ 는 정삼각형이므로

$$\overline{AB} = 3\sqrt{3}$$

14. 다음 그림에서 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$ 는 원 O 의 접선이고, $\overline{AC}$ 는 원 O 의 지름이다. $\angle CAB = 30^\circ$ 일 때, $\angle APB$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 :

—[°]

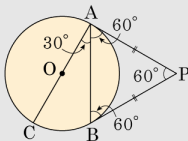
▷ 정답 : 60 —[°]

해설

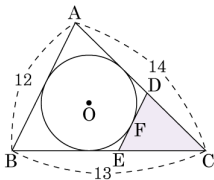
$$\angle PAB = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$$

$$\overline{AP} = \overline{BP} \text{ 이므로 } \angle ABP = 60^\circ$$

$$\therefore \angle APB = 60^\circ$$



15. 다음 그림에서 원 O는 $\triangle ABC$ 의 내접원이고, 점 F가 원 O의 접점일 때, $\triangle CDE$ 의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 15

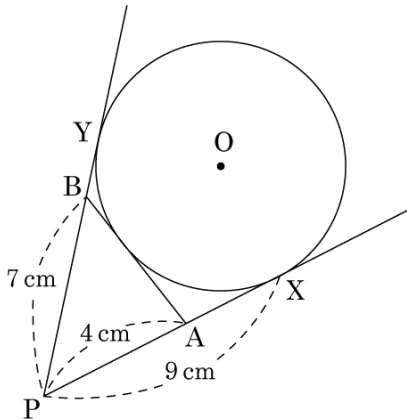
해설

원 O와 $\overline{AC}$, $\overline{BC}$ 와의 교점을 T, T' 라 하고, $\overline{CT} = \overline{CT'} = x$ 라 하면

$$(13 - x) + (14 - x) = 2, \quad \therefore x = \frac{15}{2}$$

$$(\therefore \triangle CDE \text{의 둘레의 길이}) = \overline{CT} + \overline{CT'} = 2x = 2 \times \frac{15}{2} = 15$$

16. 다음은 $\overrightarrow{PX}$, $\overrightarrow{PY}$ 는 각각 점 X, Y 에서 접하는 원 O 의 접선이다. 원 O 의 접점 C 에서 $\overrightarrow{PX}$, $\overrightarrow{PY}$ 에 그은 선분 AB 의 길이는?



- ① 5 cm ② 6 cm ③ 6.5 cm
 ④ 7 cm ⑤ 8 cm

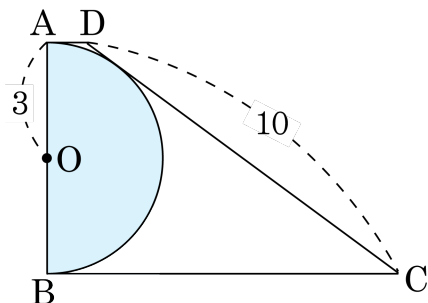
해설

$$\overline{AX} = 9 - 4 = 5 \text{ (cm)}$$

$$\overline{BY} = 9 - 7 = 2 \text{ (cm)}$$

$$\therefore \overline{AB} = \overline{AX} + \overline{BY} = 5 + 2 = 7 \text{ (cm)}$$

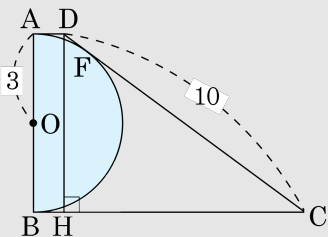
17. 다음 그림에서 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ 는 반지름의 길이가 6 인 반원 O 에 접하고 $\overline{AB}$ 는 반원 O 의 지름이다. $\overline{CD} = 10$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설



점 D 에서 내린 수선의 발을 점 H 라 하고, 반원과 접선 $\overline{CD}$ 의 교점을 점 F 라 한다.

$\triangle DHC$ 에서 $\overline{CH} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$, $\overline{BH} = x$ 라 하면 $\overline{BH} = \overline{AD} = \overline{DF} = x$ 이다.

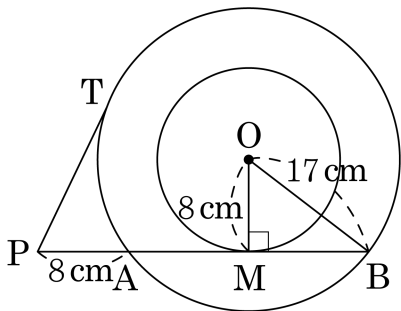
또한, $\overline{CF} = \overline{BC}$ 이므로

$$\overline{CD} = \overline{DF} + \overline{CF} \Rightarrow 10 = x + (8 + x)$$

$$\therefore x = 1$$

$$\text{따라서 } \overline{BC} = 1 + 8 = 9$$

18. 다음 그림과 같이 두 원이 동심원을 이루고 $\overline{PA} = 8\text{ cm}$, $\overline{OM} = 8\text{ cm}$, $\overline{OB} = 17\text{ cm}$ 일 때, 큰 원의 접선 $\overline{PT}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $4\sqrt{19}\text{cm}$

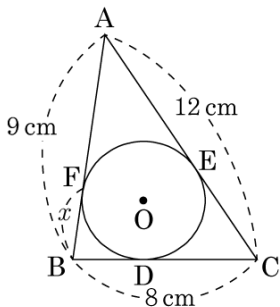
해설

$\overline{BM} = 15 = \overline{AM}$ 이므로

$$\overline{PT}^2 = 8 \times (8 + 15 + 15) = 304$$

$$\overline{PT} = 4\sqrt{19}(\text{cm})$$

19. 다음 그림에서 원 O 는 $\triangle ABC$ 의 내접원 일 때, $\overline{BF}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

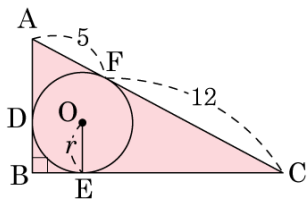
▶ 정답 : $\frac{5}{2}$ cm

해설

$$\begin{aligned}\overline{AC} &= \overline{AE} + \overline{EC} \\ &= (9 - x) + (8 - x) \\ &= 17 - 2x \\ &= 12\end{aligned}$$

$$\therefore \overline{BF} = x = \frac{5}{2}(\text{cm})$$

20. 다음 그림에서 원 O가 직각삼각형 ABC의 내접원일 때, 원 O의 반지름의 길이는?



① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

반지름을 r 라 하면

$$(5 + r)^2 + (12 + r)^2 = 17^2, \quad r^2 + 17r - 60 = 0$$

$$(r - 3)(r + 20) = 0 \quad \therefore r = 3$$