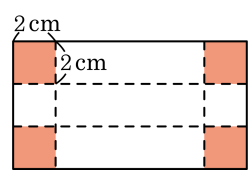


1. 가로가 세로보다 5 cm 더 긴 직사각형 모양의 종이가 있다. 네 모퉁이에서 그림과 같이 한 변이 2cm 인 정사각형을 잘라 부피가 28 cm^3 인 상자를 만들었다. 처음 직사각형 모양의 종이의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : cm^2

▷ 정답 : 66 cm^2

해설

세로의 길이 : $x\text{ cm}$, 가로의 길이 : $x + 5\text{ cm}$ 라고 하면,
 $2(x - 4)(x + 5 - 4) = 28$
 $2x^2 - 6x - 8 - 28 = 0$
 $x^2 - 3x - 18 = 0$
 $(x - 6)(x + 3) = 0$, $x = 6$
따라서 처음 직사각형의 넓이는 $x(x + 5) = 6(6 + 5) = 66(\text{cm}^2)$ 이다.

2. 이차함수 $y = -\frac{1}{3}(x+2)^2$ 의 그래프에서 x 값이 증가함에 따라 y 값도 증가하는 x 의 값의 범위는?

① $x > 0$

② $x < 2$

③ $x > 2$

④ $x > -2$

⑤ $x < -2$

해설

꼭짓점이 $(-2, 0)$ 이고 위로 볼록한 그래프이다. $x < -2$ 일 때, x 가 증가하면 y 도 증가한다.

3. 다음 이차함수를 $y = \frac{1}{3}(x-p)^2 - 5$ 로 나타낼 수 있다. 이 때, 꼭짓점이 $(p, -5)$ 라고 할 때, apq 의 값은?

$y = ax^2 + 6x + q$

- ① -45 ② -54 ③ -66 ④ -76 ⑤ -80

해설

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{3}(x-p)^2 - 5 \\ &= \frac{1}{3}(x^2 - 2px + p^2) - 5 \\ &= \frac{1}{3}x^2 - \frac{2px}{3} + \frac{p^2}{3} - 5 \end{aligned}$$

따라서 $a = \frac{1}{3}, -\frac{2}{3}$
 $p = 6, p = -9, q = 22$ 이므로 $apq = -66$ 이다.

4. 이차함수 $y = -x^2 - 4x + k$ 의 최댓값이 8 일 때, 상수 k 의 값은?

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

$$y = -x^2 - 4x + k = -(x + 2)^2 + 4 + k$$

최댓값이 8 이므로

$$4 + k = 8 \quad \therefore k = 4$$

5. 지면으로부터 초속 30m 로 위로 던진 공의 t 초 후의 높이를 h m 라고 하면 $h = -5t^2 + 30t$ 인 관계가 성립한다. 이 공이 가장 높이 올라갔을 때의 지면으로부터의 높이를 구하여라.

▶ 답 : m

▶ 정답 : 45 m

해설

$h = -5t^2 + 30t$ 에서 $h = -5(t - 3)^2 + 45$ 이다.
따라서 가장 높이 올라갔을 때의 높이는 45m 이다.

6. 다음 중 $\left(\frac{7}{3}x - 14\right)(2y + 8) = 0$ 을 만족하는 것의 개수는?

- | | |
|--------------------|-------------------|
| ㉠ $x = 6, y = -4$ | ㉡ $x = 6, y = 4$ |
| ㉢ $x = -6, y = -4$ | ㉣ $x = -6, y = 4$ |
| ㉤ $x = 4, y = 6$ | ㉥ $x = -4, y = 6$ |

- ① 한 개도 없다. ② 2 개 ③ 3 개
④ 5 개 ⑤ 6 개

해설

$\frac{7}{3}x - 14 = 0$ 또는 $2y + 8 = 0$ 이므로
 $x = 6$ 또는 $y = -4$ 인 것을 찾으면
 $x = 6$ 인 것은 ㉠, ㉡
 $y = -4$ 인 것은 ㉠, ㉢
따라서 만족하는 것의 개수는 ㉠, ㉡, ㉢이므로
3 개이다.

7. 이차방정식 $(x-1)^2 = 3-k$ 의 근에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① $k = -6$ 이면 근이 2개이다.
- ② $k = -1$ 이면 정수인 근을 갖는다.
- ③ $k = 0$ 이면 무리수인 근을 갖는다.
- ④ $k = 2$ 이면 근이 1개이다.
- ⑤ $k = 4$ 이면 근이 없다.

해설

$$(x-1)^2 = 3-k, \quad x-1 = \pm\sqrt{3-k}$$

$$\therefore x = 1 \pm \sqrt{3-k}$$

음수의 제곱근은 존재하지 않으므로 근호 안에 있는 수는 음수가 될 수 없다.

$3 > k$: 근이 0개

$k = 3$: 근이 1개

$3 < k$: 근이 2개

8. 기호 $[a]$ 는 a 의 값을 넘지 않는 최대 정수를 나타낸다. 예를 들면 $[1.2] = 1$, $[\sqrt{5}] = 2$ 이다. 이차방정식 $x^2 - 4x - 7 = 0$ 의 근 중 양수인 것을 a 라 할 때, $(a - [a] + 3)^2$ 의 값을 구하면?

- ① 5 ② 7 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

해설

$x^2 - 4x - 7 = 0$ 에서

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 28}}{2} = 2 \pm \sqrt{11}$$

따라서 양수인 근 a 는 $2 + \sqrt{11}$

$3 < \sqrt{11} < 4$ 이므로 $5 < 2 + \sqrt{11} < 6$

$\therefore [a] = 5$

$$\begin{aligned} \therefore (a - [a] + 3)^2 &= (2 + \sqrt{11} - 5 + 3)^2 \\ &= (\sqrt{11})^2 = 11 \end{aligned}$$

9. 이차방정식 $3x^2 - 6x + k + 2 = 0$ 의 해가 1개일 때, 상수 k 의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$3x^2 - 6x + k + 2 = 0$$

$$3(x^2 - 2x) = -k - 2$$

$$3(x^2 - 2x + 1) = -k - 2 + 3$$

$$3(x - 1)^2 = -k + 1$$

중근을 가져야 하므로 $-k + 1 = 0$, $k = 1$ 이다.

10. 이차방정식 $x^2 - 2x - 2 = 0$ 의 두 근을 m, n 이라고 할 때, $m^3 + n^3$ 의 값은?

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$$m + n = 2, mn = -2$$

$$m^2 + n^2 = (m + n)^2 - 2mn = 8$$

$$\begin{aligned} m^3 + n^3 &= (m + n)(m^2 + n^2) - mn(m + n) \\ &= 2 \times 8 - (-2 \times 2) = 20 \end{aligned}$$

11. 어떤 무리수 x 가 있다. x 의 소수 부분을 y 라 할 때 x 의 제곱과 y 의 제곱의 합이 33이다.

무리수 x 의 값은? (단, $x > 0$)

① $x = \frac{5 + \sqrt{41}}{2}$

③ $x = \frac{5 + \sqrt{37}}{3}$

⑤ $x = \frac{3 + \sqrt{37}}{4}$

② $x = \frac{2 + \sqrt{41}}{5}$

④ $x = \frac{-2 + \sqrt{41}}{5}$

해설

$$x^2 + y^2 = 33, \quad 0 \leq y < 1$$

$$0 \leq y^2 = 33 - x^2 < 1, \quad \sqrt{32} < x \leq \sqrt{33}$$

따라서 x 의 정수 부분은 5이고 $y = x - 5$

$$x^2 + (x - 5)^2 = 33$$

$$\therefore x = \frac{5 \pm \sqrt{41}}{2}$$

$$\therefore x = \frac{5 + \sqrt{41}}{2} \quad (\because x > 0)$$

12. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프보다 폭이 좁고,
 $y = 2x^2$ 의 그래프보다 폭이 넓다고 할 때, a 의 값으로 옳지 않은
것은?

- ① $-\frac{3}{4}$ ② -1 ③ $\frac{4}{3}$ ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ $\frac{7}{4}$

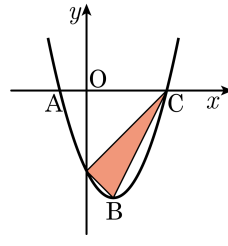
해설

$$|a| > |-\frac{1}{2}|$$

$$|a| < |2|$$

$$\therefore -2 < a < -\frac{1}{2}, \frac{1}{2} < a < 2$$

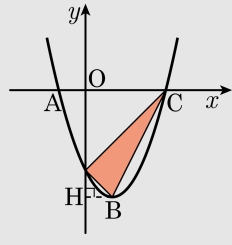
13. 다음 그림과 같이 이차함수 $y = x^2 - 2x - 3$ 의 그래프가 y 축과 만나는 점을 A, 꼭짓점을 B, x 축과 만나는 한 점을 C 라 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설



i) $A(0, -3)$

ii) $y = x^2 - 2x - 3$
 $= (x^2 - 2x + 1) - 1 - 3$
 $= (x - 1)^2 - 4$

$\therefore B(1, -4)$

iii) $0 = x^2 - 2x - 3$
 $= (x - 3)(x + 1)$

$\therefore x = 3$ 또는 $x = -1$

양수인 x 절편이므로 $C(3, 0)$ 이다.

iv) $\triangle ABC$
 $= \square OHBC - \triangle OAC - \triangle AHB$
 $= \frac{1}{2} \times (3 + 1) \times 4 - \frac{1}{2} \times 3 \times 3 - \frac{1}{2} \times 1 \times 1$
 $= 8 - \frac{9}{2} - \frac{1}{2} = 3$

14. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 는 $x = 3$ 일 때, 최솟값 -4 를 가지며 점 $(1, 2)$ 를 지난다. 이 때, $a - b - c$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

꼭짓점이 $(3, -4)$ 이므로 $y = a(x-3)^2 - 4$

$(1, 2)$ 를 대입하면

$$2 = 4a - 4$$

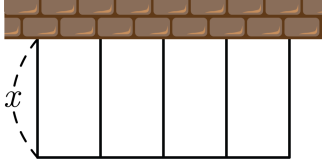
$$\therefore a = \frac{3}{2}$$

$$y = \frac{3}{2}(x-3)^2 - 4 = \frac{3}{2}x^2 - 9x + \frac{19}{2}$$

$$a = \frac{3}{2}, b = -9, c = \frac{19}{2}$$

$$\therefore a - b - c = \frac{3}{2} - (-9) - \frac{19}{2} = 1$$

15. 60m 의 철망으로 다음 그림과 같이 담장을 이용하여 똑같은 크기의 직사각형 모양의 담장을 4 개 만들려고 한다. 4 개의 담장의 넓이의 합의 최댓값은?



- ① 140m^2 ② 160m^2 ③ 180m^2
 ④ 200m^2 ⑤ 240m^2

해설

담장 한 개의 가로 길이는 $\frac{60-5x}{4}$
 담장의 넓이의 합은 $x\left(\frac{60-5x}{4}\right) \times 4 = x(60-5x)$ 이다.
 $\therefore -5x^2 + 60x = -5(x^2 - 12x + 36) + 180$
 $= -5(x-6)^2 + 180$

16. $2a^2x + ax - 15x = a + 3$ 을 만족하는 x 의 값이 없을 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{5}{2}$

해설

$$2a^2x + ax - 15x = a + 3$$

$$(2a^2 + a - 15)x = a + 3$$

해가 없을 때이므로

$$2a^2 + a - 15 = 0, a + 3 \neq 0 \text{ 이다.}$$

$$2a^2 + a - 15 = 0, (a + 3)(2a - 5) = 0$$

$$a + 3 \neq 0 \text{ 이므로 } 2a - 5 = 0, a = \frac{5}{2} \text{ 이다.}$$

17. $x^2 + x - 1 = 0$ 의 한 근이 a 일 때, $A = a^4 - a^2 + a^3 + 1$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$x^2 + x - 1 = 0$ 에 $x = a$ 를 대입하면

$$a^2 + a - 1 = 0, a^2 + a = 1$$

$$a^2 = -a + 1$$

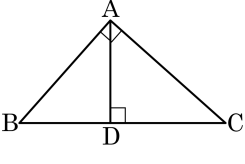
$$\therefore A = a^4 + a^3 - a^2 + 1$$

$$= a^2(a^2 + a) - a^2 + 1$$

$$= a^2 - a^2 + 1$$

$$= 1$$

18. 다음 그림과 같이 삼각형 ABC 에서 $\angle BAC = 90^\circ$, $\angle ADC = 90^\circ$ 이다. 선분 AD 의 길이는 6 cm, 선분 BD 의 길이는 4 cm 이고, 선분 AB 의 길이와 선분 DC 의 길이는 같다고 한다. 선분 AC 의 길이가 선분 DC 의 길이보다 1 cm 더 길 때, 선분 AB 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 8 cm

해설

$$\begin{aligned} \overline{AB} &= \overline{DC} = x \text{ cm 라고 하면 } \overline{AC} = x + 1 \\ \frac{1}{2}x(x+1) &= \frac{1}{2} \times 6(x+4) \\ \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x - 3x - 12 &= 0 \\ x^2 - 5x - 24 &= 0 \\ (x-8)(x+3) &= 0 \\ x &= 8 \quad (\because x > 0) \end{aligned}$$

19. 이차함수 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 그래프가 점 $(1, 2)$ 를 지나고, 이 그래프와 원점에 대하여 대칭인 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(-2, 4)$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$y = a(x - p)^2 + q$ 의 꼭짓점의 좌표는 (p, q)

원점 대칭하면 $(-p, -q) = (-2, 4)$

$\therefore p = 2, q = -4$

$y = a(x - 2)^2 - 4$ 의 그래프가 점 $(1, 2)$ 를 지나므로

$2 = a(1 - 2)^2 - 4$

$\therefore a = 6$

20. 이차함수 $y = x^2 - 2kx + k^2 - 10$ 의 그래프의 꼭짓점을 A, y 절편을 B, x 절편을 각각 C, D 라 할 때, 사각형 ABCD 의 넓이가 42가 되는 모든 k 의 값의 합을 구하여라. (단, $0 < k < \sqrt{10}$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{10}$

해설

$$y = x^2 - 2kx + k^2 - 10 = (x - k)^2 - 10$$

$$\therefore A(k, -10), B(0, k^2 - 10)$$

$$x^2 - 2kx + k^2 - 10 = 0 \text{ 에서 } x = k \pm \sqrt{10}$$

$$\therefore C(k - \sqrt{10}, 0), D(k + \sqrt{10}, 0)$$

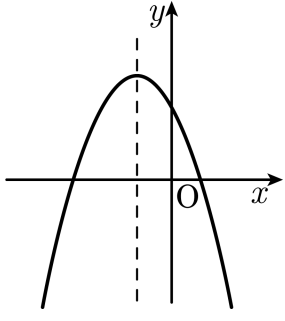
원점을 O 라 하면 $k > 0$ 이므로

$$\begin{aligned} \therefore \square ABCD &= \triangle OBC + \triangle ABO + \triangle AOD \\ &= \frac{1}{2} \times (-k + \sqrt{10})(-k^2 + 10) \\ &\quad + \frac{1}{2} \times (-k^2 + 10) \times k \\ &\quad + \frac{1}{2} \times (k + \sqrt{10}) \times 10 = 42 \end{aligned}$$

$$\text{이 식을 정리하면 } -\sqrt{10}k^2 + 10k + 20\sqrt{10} - 84 = 0$$

따라서 k 의 모든 값의 합은 $\sqrt{10}$ 이다.

21. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차함수 $y = cx^2 + ax + b$ 의 그래프의 꼭짓점은 제 몇 사분면에 있는가?



- ① 제1 사분면 ② 제2 사분면 ③ 제3 사분면
- ④ 제4 사분면 ⑤ 답이 없다.

해설

$a < 0, c > 0, -\frac{b}{2a} < 0$ 에서 $b < 0 \therefore a < 0, b < 0, c > 0$

$y = cx^2 + ax + b$ 에서

(1) $c > 0$ 이므로 아래로 볼록

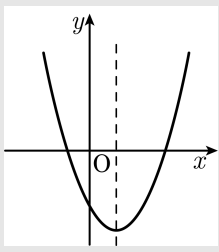
(2) 꼭짓점의 x 좌표를 구하면

$$\begin{aligned} y &= c \left(x^2 + \frac{a}{c}x + \frac{a^2}{4c^2} - \frac{a^2}{4c^2} \right) + b \\ &= c \left(x + \frac{a}{2c} \right)^2 - \frac{a^2}{4c} + b \end{aligned}$$

즉 : $-\frac{a}{2c} > 0$

(3) y 절편 : $b < 0$

따라서, 그래프는 다음 그림과 같으므로 꼭짓점은 제4사분면에 있다.



22. x 에 관한 이차방정식 $x^2 - 2(p+2)x + 2p - 3q = 0$ 이 중근을 가질 때, q 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$x^2 - 2(p+2)x + 2p - 3q = 0$ 이 중근을 가지므로

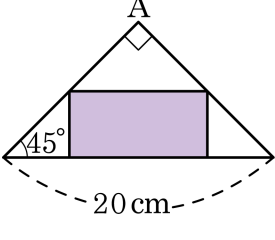
$$\frac{D}{4} = (p+2)^2 - 2p + 3q$$

$$= p^2 + 4p + 4 - 2p + 3q = 0$$

$$\therefore q = -\frac{1}{3}p^2 - \frac{2}{3}p - \frac{4}{3} = -\frac{1}{3}(p+1)^2 - 1$$

따라서 $p = -1$ 일 때, q 는 최댓값 -1 을 갖는다.

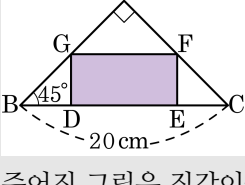
23. 빗변의 길이가 20cm 인 직각이등변삼각형에 그림과 같이 직사각형을 그려 넣을 때, 이 직사각형의 넓이의 최댓값을 구하여라.



▶ 답 : cm^2

▷ 정답 : 50 cm^2

해설



주어진 그림은 직각이등변삼각형이므로
 $\overline{BD} = \overline{DG} = \overline{EC} = \overline{EF}$ 이고, $\overline{GD} = x$ 라 하면
 $\overline{DE} = 20 - 2x$ 이다. 넓이를 y 로 놓으면
 $y = x(20 - 2x)$
 $= -2x^2 + 20x$
 $= -2(x - 5)^2 + 50$
따라서, 최댓값은 50 이다.