

1. 이차함수 $y = -2(x + 1)^2 + 4$ 의 그래프를 x 축, y 축의 방향으로 각각 2, -5만큼 평행이동한 그래프가 점 $(a, -9)$ 를 지날 때, 양수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$y = -2(x + 1)^2 + 4$ 의 그래프를 x 축, y 축의 방향으로 각각 2, -5만큼 평행이동하면

$y = -2(x + 1 - 2)^2 + 4 - 5$, $y = -2(x - 1)^2 - 1$ 이고 점 $(a, -9)$ 를 지나므로 대입하면

$-9 = -2(a - 1)^2 - 1$, $4 = (a - 1)^2$, $a - 1 = \pm 2$ 이다. $a > 0$ 이므로 $a = 3$ 이다.

2. 이차함수 $y = 2x^2 - 4x + 3$ 과 $y = x^2 + ax + b$ 의 꼭짓점의 좌표가 일치할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$\begin{aligned}y &= 2x^2 - 4x + 3 \\&= 2(x^2 - 2x + 1 - 1) + 3 \\&= 2(x - 1)^2 - 2 + 3 \\&= 2(x - 1)^2 + 1\end{aligned}$$

꼭짓점의 좌표: (1, 1)

꼭짓점의 좌표가 일치하므로

$$\begin{aligned}y &= x^2 + ax + b = (x - 1)^2 + 1 \\&= x^2 - 2x + 2\end{aligned}$$

$$\therefore a = -2, b = 2, a + b = 0$$

4. 네 개의 변량 4, 6, a , b 의 평균이 5이고, 분산이 3일 때, $a^2 + b^2$ 의 값은?

- ① 20 ② 40 ③ 60 ④ 80 ⑤ 100

해설

변량 4, 6, a , b 의 평균이 5이므로

$$\frac{4 + 6 + a + b}{4} = 5, a + b + 10 = 20$$

$$\therefore a + b = 10 \cdots \textcircled{㉠}$$

또, 분산이 3이므로

$$\frac{(4 - 5)^2 + (6 - 5)^2 + (a - 5)^2 + (b - 5)^2}{4} = 3$$

$$\frac{1 + 1 + a^2 - 10a + 25 + b^2 - 10b + 25}{4} = 3$$

$$\frac{a^2 + b^2 - 10(a + b) + 52}{4} = 3$$

$$a^2 + b^2 - 10(a + b) + 52 = 12$$

$$\therefore a^2 + b^2 - 10(a + b) = -40 \cdots \textcircled{㉡}$$

②의 식에 ①을 대입하면

$$\therefore a^2 + b^2 = 10(a + b) - 40 = 10 \times 10 - 40 = 60$$

5. 이차함수 $y = 3x^2$ 의 그래프는 점 $(a, 12)$ 를 지나고, 이차함수 $y = bx^2$ 과 x 축에 대하여 대칭이다. 이 때, ab 의 값은?

① ± 2

② ± 3

③ ± 5

④ ± 6

⑤ ± 7

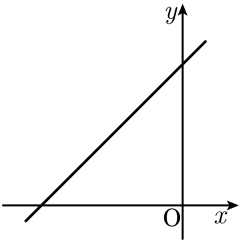
해설

$y = 3x^2$ 에 $(a, 12)$ 를 대입하면 $a = \pm 2$ 이다.

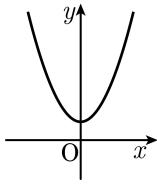
x 축과 대칭인 함수는 x^2 의 계수의 절댓값이 같고 부호가 서로 반대이므로 $b = -3$ 이다.

$\therefore ab = \pm 6$

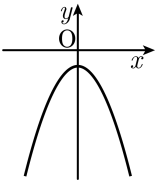
6. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중 이차함수 $y = ax^2 + b$ 의 그래프의 개형은?



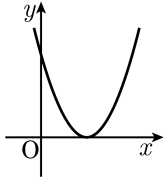
①



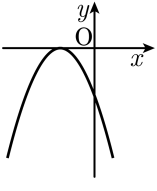
②



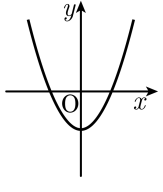
③



④



⑤



해설

$y = ax + b$ 의 그래프에서 $a > 0, b > 0$ 이다.

7. 다음 이차함수의 그래프 중 4 번째로 폭이 좁은 것은?

① $y = -(x-2)^2$

② $y = \frac{2x(x-1)(x+1)}{x-1}$

③ $y = \frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{3}$

④ $y = -3x^2 + x$

⑤ $y = -\frac{5}{2}x^2$

해설

a 의 절댓값이 클수록 폭이 좁아진다.

a 의 절댓값을 각각 구하면

① 1

② 2

③ $\frac{1}{3}$

④ 3

⑤ $\frac{5}{2}$

이므로 폭이 좁은 순서는 ④, ⑤, ②, ①, ③이다. 따라서 네 번째로 폭이 좁은 것은 ①이다.

8. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 꼭짓점이 점 $(-5, -7)$ 일 때, 이 함수의 그래프가 제4 사분면을 지나지 않기 위해서 a 값이 가질 수 있는 범위는?

① $a \leq -\frac{3}{4}$

② $a \geq -\frac{3}{4}$

③ $a \geq \frac{7}{25}$

④ $a \leq \frac{7}{25}$

⑤ $0 < a \leq \frac{7}{5}$

해설

$$y = a(x + 5)^2 - 7 = ax^2 + 10ax - 7 + 25a$$

$$(y\text{절편}) \geq 0$$

$$-7 + 25a \geq 0$$

$$\therefore a \geq \frac{7}{25}$$

9. $y = -3x^2 + 1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼, y 축의 방향으로 11 만큼 평행이동시킨 그래프의 x 절편과 y 절편을 연결한 삼각형의 넓이를 구하면?

① 16 ② 20 ③ 26 ④ 30 ⑤ 36

해설

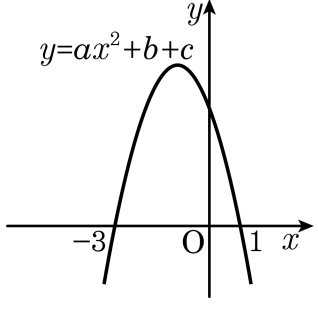
$y = -3x^2 + 1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼, y 축의 방향으로 11 만큼 평행이동시킨 그래프는

$y = -3(x - 3)^2 + 12 = -3x^2 + 18x - 15$ 이므로

x 절편은 1과 5, y 절편은 -15

$\therefore$ (삼각형의 넓이) $= \frac{1}{2} \times 4 \times 15 = 30$

10. 함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?



- ①

$abc > 0$
- ②

$a + b + c > 0$
- ③

$9a - 3b + c < 0$
- ④

$a - b + c < 4a + 2b + c$
- ⑤

$b^2 - 4ac > 0$

해설

위로 볼록한 포물선이므로 $a < 0$, 축이 y 축의 왼쪽에 있으므로 $ab > 0$, $b < 0$, y 절편이 양수이므로 $c > 0$
① $abc > 0$
② $x = 1$ 일 때, $a + b + c = 0$
③ $x = -3$ 일 때, $9a - 3b + c = 0$
④ $x = -1$ 일 때, $a - b + c > 0$ 이고, $x = 2$ 일 때 $4a + 2b + c < 0$ 이므로 $a + b - c > 4a + 2b + c$
⑤ x 축과의 교점이 두 개이므로 $b^2 - 4ac > 0$

11. 세 점 $(-1, -5)$, $(0, 5)$, $(2, 13)$ 을 지나는 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 (p, q) 일 때, $p - q$ 의 값은?

① 1 ② 5 ③ -5 ④ -1 ⑤ -11

해설

이차함수의 식을 $y = ax^2 + bx + c$ 라고 놓으면

$(-1, -5)$ 를 지나므로 $-5 = a - b + 5$

$(0, 5)$ 를 지나므로 $5 = c$

$(2, 13)$ 을 지나므로 $13 = 4a + 2b + 5$

$\therefore a = -2, b = 8, c = 5$

따라서 주어진 이차함수의 식은

$y = -2x^2 + 8x + 5 = -2(x - 2)^2 + 13$ 이므로

꼭짓점의 좌표는 $(2, 13)$ 이므로

$p - q = -11$ 이다.

12. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 최댓값이 9 이고 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근이 -2, 4 일 때, abc 의 값은? (단, a, b, c 는 상수이다.)

① -10 ② -12 ③ -14 ④ -16 ⑤ -18

해설

$ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근이 -2, 4 이므로

$$\begin{aligned} y &= ax^2 + bx + c \\ &= a(x+2)(x-4) \\ &= a(x^2 - 2x - 8) \\ &= a(x-1)^2 - 9a \end{aligned}$$

최댓값이 9 이므로 $-9a = 9$

$$\therefore a = -1$$

따라서 구하는 이차함수는 $y = -x^2 + 2x + 8$ 이고

$b = 2, c = 8$ 이다.

$$\therefore abc = -1 \times 2 \times 8 = -16$$

13. 다음 도수분포표는 지수의 일주일 동안의 컴퓨터 게임 이용시간을 나타낸 것이다. 화요일의 컴퓨터 이용시간을 x 분, 이 자료의 중앙값을 y 분이라 할 때, $x + y$ 는?

요일	월	화	수	목	금	토	일	평균
시간(분)	10	x	40	30	30	60	60	40

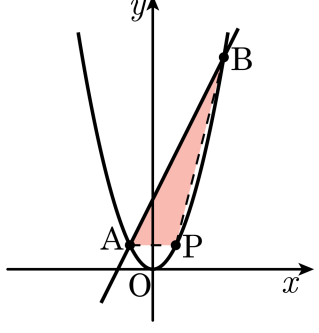
- ① 70 분
- ② 80 분
- ③

90 분
- ④ 100 분
- ⑤ 110 분

해설

평균이 40분이므로 컴퓨터 총 이용시간은 $40 \times 7 = 280$ (분)이다.
 $x = 280 - (10 + 40 + 30 + 30 + 60 + 60) = 50$ (분)
주어진 자료를 크기순으로 나열하면
10, 30, 30, 40, 40, 50, 60, 60이므로 중앙값 $y = 40$ (분)이다.
 $\therefore x + y = 50 + 40 = 90$ (분)

14. 포물선 $y = x^2$ 과 직선 $y = 2x + 3$ 의 교점을 A, B 라하고, 원점을 O 라 한다. 점 P 가 원점을 출발하여 포물선을 따라 B 까지 움직일 때, $\triangle APB$ 의 넓이와 $\triangle OAB$ 의 넓이가 같게 되는 점 P 의 좌표는?



- ① (1,1) ② (1,2) ③ (2,1) ④ (2,4) ⑤ (3,2)

해설

$\triangle APB$ 와 $\triangle AOB$ 의 넓이가 같으면 직선 AB와 직선 OP는 평행하므로
 직선 OP의 기울기는 2이고 직선 OP는 $y = 2x$ 이다. 점 P는 $y = x^2$ 과 $y = 2x$ 의 교점이므로
 $x^2 = 2x, x^2 - 2x = 0, x(x - 2) = 0$
 $\therefore x = 2, y = 4$ 또는 $x = 0, y = 0$ (원점)
 그런데 P는 원점이 아니므로 P(2, 4)이다.

15. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 - q$ 의 그래프가 x 축과 만나는 두 점 사이의 거리가 정수가 되게 하는 30 보다 작은 자연수 q 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : 8

▷ 정답 : 18

해설

$y = \frac{1}{2}x^2 - q$ 와 x 축과의 교점을 A, B라 하고, x 좌표를 구하면

$\frac{1}{2}x^2 - q = 0$ 에서

$x = \pm \sqrt{2q}$

따라서 x 축과의 교점은 $A(-\sqrt{2q}, 0)$, $B(\sqrt{2q}, 0)$

즉, $AB = 2\sqrt{2q}$ 이고 q 는 자연수이므로 $\sqrt{2q}$ 가 정수가 되면

된다.

$\therefore q = 2, 8, 18$

16. 두 이차함수 $y = -3x^2 + 6x + 5$, $y = -3x^2 + 12x - 4$ 의 그래프가 $y = p$ 와 만나는 두 점을 각각 A, B 와 C, D 라 하고 y 축과 만나는 점을 각각 E, F, 직선 $x = q$ 와 만나는 점을 각각 G, H 라 할 때, $\frac{\overline{AB}}{\overline{CD}} + \frac{\overline{EF}}{\overline{GH}}$ 의 값을 구하여라. (단, $p < 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$y = -3x^2 + 6x + 5$ 는 $y = -3(x - 1)^2 + 8$
 $y = -3x^2 + 12x - 4$ 는 $y = -3(x - 2)^2 + 8$ 이므로
 $y = -3x^2 + 12x - 4$ 의 그래프는 $y = -3x^2 + 6x + 5$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 것이므로 두 그래프의 폭이 같다.

$$\overline{AB} = \overline{CD}, \overline{EF} = \overline{GH}$$

$$\therefore \frac{\overline{AB}}{\overline{CD}} + \frac{\overline{EF}}{\overline{GH}} = 2$$

17. 두 실수 x, y 에 대하여 $\frac{x^2}{3} + (y - 2)^2 = 1$ 이 성립할 때, $x^2 + y^2$ 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$\frac{x^2}{3} + (y - 2)^2 = 1$ 에서 $x^2 = -3y^2 + 12y - 9$ 를 주어진 식에

대입하면

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 &= x^2 + (-3y^2 + 12y - 9) + y^2 \\ &= -2y^2 + 12y - 9 \\ &= -2(y - 3)^2 + 9 \end{aligned}$$

그런데 x, y 는 실수이므로

$$x^2 = -3y^2 + 12y - 9 \geq 0$$

$-3y^2 + 12y - 9 \geq 0, y^2 - 4y + 3 \leq 0$ 이므로 $1 \leq y \leq 3$ 이다.

따라서 $x^2 + y^2$ 는 $y = 1$ 일 때 최솟값이 1, $y = 3$ 일 때 최댓값이 9 이므로 구하는 값은 $1 + 9 = 10$ 이다.

18. 함수 $y = x^2 - q$, $y = -x^2 + q$ 의 그래프에 의하여 둘러싸인 부분에 내접하는 직사각형의 둘레의 길이의 최댓값이 21 일 때, q 의 값을 구하여라. (단, $q > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

포물선의 축이 $x = 0$ 이므로 직사각형은 직선 $x = 0$ 에 대하여 대칭이다.

직사각형이 x 축과 만나는 점의 x 좌표를 $-t, t$ 라 하면 가로 길이는 $2t$,

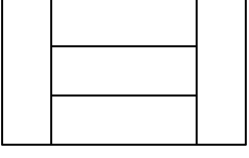
세로의 길이는 $(-t^2 + q) - (t^2 - q) = -2t^2 + 2q$

이므로 직사각형의 둘레의 길이는

$$2(-2t^2 + 2q + 2t) = -4\left(t - \frac{1}{2}\right)^2 + 4q + 1 \text{ 이다.}$$

따라서 $t = \frac{1}{2}$ 일 때, 직사각형의 둘레의 길이의 최댓값은 $4q + 1 = 21$ 이므로 $q = 5$ 이다.

19. 다음 그림에서 직사각형의 변을 제외한 직사각형 내부의 선분의 길이의 총합이 48 이고, 내부의 5 개의 직사각형의 넓이는 모두 같다. 큰 직사각형의 넓이가 최대일 때의 큰 직사각형의 가로의 길이를 y , 세로의 길이를 x 라 할 때, xy 의 값을 구하여라.

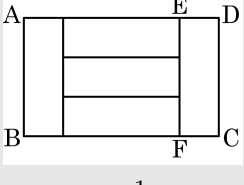


▶ 답 :

▷ 정답 : 240

해설

그림에서



$\square CDEF = \frac{1}{5} \square ABCD$ 이므로

$$\overline{DE} = \frac{1}{5}y$$

직사각형 내부 선분의 길이의 합이 48 이므로

$$2x + \frac{6}{5}y = 48,$$

$$\therefore y = -\frac{5}{3}x + 40$$

직사각형 ABCD 의 넓이를 S 라 하면

$$\begin{aligned} S &= xy = x \left(-\frac{5}{3}x + 40 \right) \\ &= -\frac{5}{3}(x - 12)^2 + 240 \end{aligned}$$

$\therefore x = 12$ 일 때, 큰 직사각형의 넓이가 최대가 되므로 $y =$

$$\left(-\frac{5}{3} \right) \times 12 + 40 = 20$$

따라서 $xy = 240$ 이다.

20. 미현이네 반 30명의 몸무게의 평균은 50kg이었다. 그런데 한명이 전학을 간 후 나머지 29명의 몸무게의 평균이 50.3kg이었다. 이 때 전학간 학생의 몸무게를 소수 첫째자리까지 구하여라.

▶ 답: kg

▶ 정답 : 41.3kg

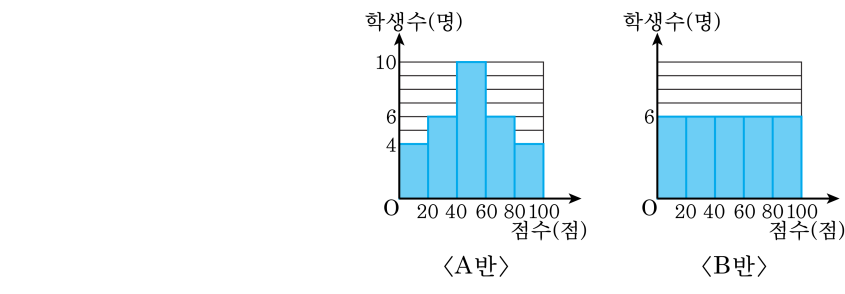
해설

30명의 몸무게의 총합 : $50 \times 30 = 1500(\text{kg})$

전학생 1 명을 뺀 29 명의 몸무게의 총합 : $50.3 \times 29 = 1458.7$ (kg)

전학생 1명의 몸무게 : $1500 - 1458.7 = 41.3(\text{kg})$

21. 다음 그림은 A, B 두 학급의 수학 성적을 나타낸 그래프이다. 다음 보기의 설명 중 옳은 것을 모두 골라라.



보기

- ㉠ A 반 학생 성적이 B 반 학생 성적보다 고르다.
- ㉡ A 반 학생 성적이 평균적으로 B 반 학생 성적보다 높다.
- ㉢ A 반 학생 성적의 표준편차가 B 반 학생 성적의 표준편차보다 크다.
- ㉣ 80 점 100 점 사이에 있는 학생은 B 반에 더 많다.
- ㉤ 중위권 학생은 A 반에 더 많다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉢

▶ 정답 : ㉤

해설

- ㉡ A 반 학생 성적이 평균적으로 B 반 학생 성적보다 높다. ⇒ 평균은 같다.
- ㉢ A 반 성적이 더 고르므로 표준편차가 B반 보다 더 작다.