1. 다음 수의 제곱근 중 근호가 없는 수로 나타낼 수 있는 것은?

① 2　② 5　③ 10　④ $\sqrt{16}$　⑤ 20

해설

① $\pm\sqrt{2}$

② $\pm\sqrt{5}$

③ $\pm\sqrt{10}$

④ ± 2

⑤ $\pm 2\sqrt{5}$

2. $y=ax^2$ 일 때, $x=3$ 일 때, $y=-18$ 이다. 이때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$-18 = a \times 3^2$

$-18 = 9a$

$\therefore\ a = -2$

3. $x + y = 5,\ xy = -4$ 일 때, $(x - y)^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 41

해설

$$\begin{aligned}(x-y)^2 &= (x+y)^2 - 4xy \\ &= 5^2 - 4 \times (-4) \\ &= 25 + 16 \\ &= 41\end{aligned}$$

4. 자연수 1부터 n까지의 합이 465이 될 때, n의 값은? (단, 1부터 n까지의 합 : $\frac{n(n+1)}{2}$)

① 25 ② 26 ③ 28 ④ 30 ⑤ 32

해설

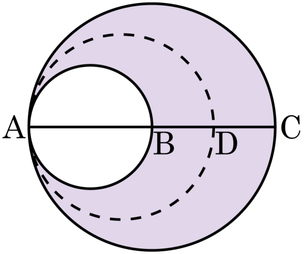
$\frac{n(n+1)}{2} = 465$이므로

$n^2 + n - 930 = 0$

$(n-30)(n+31) = 0$

$\therefore n = 30 (\because n > 0)$

5. 다음 그림의 두 원은 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 를 지름으로 하는 원이고, D 는 $\overline{BC}$ 의 중점이다. $\overline{BD} = y$, $\overline{AD}$ 를 지름으로 하는 원의 반지름의 길이를 x 라고 할 때, 어두운 부분의 넓이를 x, y 에 대한 문자로 나타내면?



① $2\pi xy$ ② πxy ③ $2\pi x^2 y$

④ πxy^2 ⑤ $\pi\left(2x^2 + y\right)$

해설

$\overline{AC} = 2x + y$, $\overline{AB} = 2x - y$

따라서 어두운 부분의 넓이는 $\pi\left(\frac{2x+y}{2}\right)^2 - \pi\left(\frac{2x-y}{2}\right)^2 = 2\pi xy$

6. $(x+y+4)(x-y+4)-16x$ 를 바르게 인수분해한 것은?

① $(x-y+4)$

② $(x+y-4)^2$

③ $(x-y-2)(x+y+8)$

④ $(x+y-4)(x-y-4)$

⑤ $(-x-y+4)(x-y+4)$

해설

$x+4=t$ 라 하면

$$(t+y)(t-y)-16x$$
$$=t^2-y^2-16x$$
$$=(x+4)^2-16x-y^2$$
$$=(x^2+8x+16-16x)-y^2$$
$$=(x^2-8x+16)-y^2$$
$$=(x-4)^2-y^2$$
$$=(x+y-4)(x-y-4)$$

7. 이차함수 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 의 그래프는 $x = 1$ 인 직선에 대해 대칭이고 x 절편은 3 이다. $a + b = -2$ 를 만족할 때, $2a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$f(x) = ax^2 + bx + c = a\left(x + \dfrac{b}{2a}\right)^2 - \dfrac{b^2}{4a} + c$ 의 그래프가 $x = 1$ 인 직선에 대해 대칭이면

꼭짓점의 x 좌표가 1 이므로 $-\dfrac{b}{2a} = 1$,

$b = -2a \quad \cdots$ ㉠

$a + b = -2 \quad \cdots$ ㉡

㉠, ㉡에 의하여 $a = 2,\ b = -4$

또한 x 절편이 3 이므로 $9a + 3b + c = 0$

$\therefore\ c = -6$

따라서 $2a + b + c = 4 - 4 - 6 = -6$ 이다.

8. $7 < \sqrt{3n} < 9$ 를 만족하는 자연수 n 의 값 중에서 최댓값을 a , 최솟값을 b 라 할 때, $a-b$ 의 값은?

① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

해설

$7 < \sqrt{3n} < 9$

$49 < 3n < 81$

$\frac{49}{3} < n < 27$

$\therefore\ a = 26\ ,\ b = 17$

9. 두 개의 이차방정식 $x^2 + ax + 2 = 0$ 과 $x^2 - 2x - a = 0$ 은 단 한 개의 공통 해를 갖는다고 한다. 이 때, 공통 해와 양의 실수 a 의 값을 구하면?

① $x = 2,\ a = -3$
② $x = 2,\ a = 3$
③ $x = 1,\ a = 3$
④ $x = -1,\ a = -3$
⑤ $x = -1,\ a = 3$

해설

두 방정식의 공통인 해를 α 라 하고 $x = \alpha$ 를 두 방정식에 각각 대입하면

$\alpha^2 + a\alpha + 2 = 0 \cdots$ ㉠ , $\alpha^2 - 2\alpha - a = 0 \cdots$ ㉡

㉠ − ㉡ 하면

$(a+2)\alpha + (a+2) = 0, (a+2)(\alpha+1) = 0$

$a = -2$ 또는 $\alpha = -1$ 에서 $a > 0$ 이므로 $\alpha = -1$

$\alpha = -1$ 을 ㉠에 대입하면

$1 - a + 2 = 0 \quad \therefore a = 3$

10. 자연수 n 에 대하여 $x^2 - \dfrac{x}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}} + 1 = 0$ 의 두 근을 $p_n,\ q_n$ 이라 할 때, $(p_1 + p_2 + p_3 + \cdots p_{100}) + (q_1 + q_2 + q_3 + \cdots q_{100})$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{101} - 1$

해설

근과 계수의 관계에서

$$p_n + q_n = \frac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}} = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$$

$$\therefore\ (p_1 + p_2 + p_3 + \cdots p_{100}) + (q_1 + q_2 + q_3 + \cdots q_{100})$$
$$= (p_1 + q_1) + (p_2 + q_2) + (p_3 + q_3) + \cdots + (p_{100} + q_{100})$$
$$= \sqrt{2} - \sqrt{1} + \sqrt{3} - \sqrt{2} + \sqrt{4} - \sqrt{3} + \cdots + \sqrt{101} - \sqrt{100}$$
$$= \sqrt{101} - 1$$