

1.  $x$ 에 대한 2차 방정식  $x^2 - 2ax + a^2 + ka - 2k + b = 0$ 이  $k$ 값에 관계없이 중근을 가질 때,  $a + b$ 의 값은?

① 4

② 8

③ 2

④ -2

⑤ 15

해설

중근이면 판별식이 0이다.

$$\Rightarrow D' = a^2 - (a^2 + ka - 2k + b) = 0$$

$$-ka + 2k - b = 0$$

$$k(2 - a) - b = 0$$

$$\therefore a = 2 \quad b = 0 \quad a + b = 2$$

2.  $x$ 에 관한 이차방정식  $x^2 - ax + a + 1 = 0$ 의 두 근이 연속인 정수가 되게하는 상수  $a$ 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

두 근을  $n, n + 1$ 이라 하면

$$\begin{cases} n + (n + 1) = a \cdots \cdots \textcircled{1} \\ n(n + 1) = a + 1 \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} \text{에서 } n = \frac{a - 1}{2} \cdots \cdots \textcircled{3}$$

$\textcircled{3}$ 을  $\textcircled{2}$ 에 대입하면

$$\frac{a - 1}{2} \left( \frac{a - 1}{2} + 1 \right) = a + 1$$

이것을 정리하면  $(a + 1)(a - 5) = 0$

$$a = -1, 5$$

$$\therefore -1 + 5 = 4$$

3. 실수  $x, y$ 가  $2x + y = 4$ 를 만족할 때,  $x^2 + y^2$ 의 최솟값을 구하면?

- ①  $\frac{16}{5}$       ②  $\frac{8}{5}$       ③  $\frac{4}{5}$       ④  $\frac{12}{5}$       ⑤  $\frac{17}{5}$

해설

$$2x + y = 4 \text{ 에서 } y = -2x + 4 \cdots \textcircled{1}$$

$$\begin{aligned}\textcircled{1} \text{에서 } x^2 + y^2 &= x^2 + (-2x + 4)^2 \\ &= 5x^2 - 16x + 16 \\ &= 5\left(x^2 - \frac{16}{5}x\right) + 16 \\ &= 5\left(x - \frac{8}{5}\right)^2 + \frac{16}{5}\end{aligned}$$

따라서  $x^2 + y^2$ 은  $x = \frac{8}{5}$ 일 때,

최솟값  $\frac{16}{5}$ 을 갖는다.

4.  $x^2 + y^2 = 5$ 를 만족시키는 실수  $x, y$ 에 대하여  $2x - y$ 는  $x = \alpha, y = \beta$ 에서 최댓값  $m$ 을 갖는다. 이때,  $m + \alpha + \beta$ 의 값은?

① 2                      ② 3                      ③ 4                      ④ 5                      ⑤ 6

해설

$2x - y = k$ 로 놓으면  
 $y = 2x - k \cdots \textcircled{1}$   
 $\textcircled{1}$ 을  $x^2 + y^2 = 5$ 에 대입하면  
 $x^2 + (2x - k)^2 = 5$   
 $\therefore 5x^2 - 4kx + k^2 - 5 = 0 \cdots \textcircled{2}$   
 $\textcircled{2}$ 을  $x$ 에 대한 이차방정식으로 보면  
 $x$ 가 실수이므로  
 $\frac{D}{4} = 4k^2 - 5(k^2 - 5) \geq 0, k^2 \leq 25$   
 $\therefore -5 \leq k \leq 5$   
따라서  $k$ 의 최댓값은 5이다.  
이 때의  $x, y$ 의 값은  
 $\textcircled{2}$ 에서  $5x^2 - 20x + 20 = 0, 5(x - 2)^2 = 0 \therefore x = 2$   
 $\textcircled{1}$ 에서  $y = 4 - 5 = -1$   
따라서,  $m = 5, \alpha = 2, \beta = -1$ 이므로  
 $m + \alpha + \beta = 6$

5. 삼차방정식  $x^3 - 3x^2 + ax + b = 0$  의 한 근이  $1+i$  일 때, 실수  $a, b$  에 대하여  $a+b$  의 값을 구하면?(단,  $i = \sqrt{-1}$  )

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

해설

세 근을  $1+i, 1-i, \alpha$  라 하자. 근과 계수와의 관계에 따라

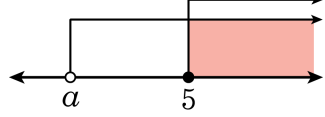
합:  $(1+i) + (1-i) + \alpha = 3, \alpha = 1 \cdots \text{㉠}$

곱:  $(1+i)(1-i)\alpha = 2 \cdot (1) = -b, b = -2 \cdots \text{㉡}$

$a = (1+i)(1-i) + 1(1-i) + 1(1+i) = 2 + 1 - i + 1 + i = 4$

$a+b = 4-2 = 2$

6.  $x$  에 대한 연립부등식  $\begin{cases} 0.2x - 0.4 \geq 0.6 \\ 0.4 + x > 0.2x - 1.2 \end{cases}$  의 해를 수직선 위에 나타내면 다음 그림과 같을 때,  $a$  의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$0.2x - 0.4 \geq 0.6$  의 양변에 10을 곱하면

$$2x - 4 \geq 6, \quad 2x \geq 10$$

$$x \geq 5$$

$0.4 + x > 0.2x - 1.2$  의 양변에 10을 곱하면

$$4 + 10x > 2x - 12$$

$$8x > -16$$

$$x > -2$$

$$\therefore a = -2$$

7. 연립부등식  $\begin{cases} 2(x+6) > 4a \\ -4(3x-2) > -28 \end{cases}$  의 해가  $-2 < x < 3$  일 때,  $a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$2(x+6) > 4a, x+6 > 2a$   
 $\therefore x > 2a-6$   
 $-4(3x-2) > -28, 3x-2 < 7$   
 $\therefore x < 3$   
 $2a-6 < x < 3$ 이므로  $2a-6 = -2$   
 $\therefore a = 2$

8. 이차방정식  $x^2 - (2k+4)x + 2k^2 + 9 = 0$ 이 실근을 갖도록  $k$ 의 값 또는 범위를 정하면?
- ①  $k < 2$
  - ②  $k \leq 2$
  - ③  $k = 2$ 를 제외한 모든 실수
  - ④  $-4 \leq k \leq 5$
  - ⑤  $k$ 의 값은 존재하지 않는다.

해설

실근을 가지려면 판별식이 0보다 크거나 같아야 하므로  
 $(k+2)^2 - (2k^2+9) \geq 0$   
 $k^2 - 4k + 5 \leq 0$   
그런데  $k^2 - 4k + 5 = (k-2)^2 + 1 > 0$   
 $\therefore k$ 의 값은 존재하지 않는다

9. 이차방정식  $x^2 - 2(m - 4)x + 2m = 0$  의 근에 대하여 다음 조건을 만족하도록 실수  $m$  의 값의 범위를 차례로 정한 것은 보기 중 어느 것인가?

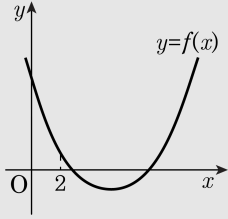
보기

- ( i ) 두 근이 모두 2보다 크다.  
( ii ) 2가 두 근 사이에 있다.

- ①  $8 \leq m < 10, m > 10$       ②  $8 \leq m < 10, m > 8$   
③  $-10 \leq m < 10, m > 10$       ④  $-10 \leq m < 10, m > 8$   
⑤  $8 \leq m < 10, m > 12$

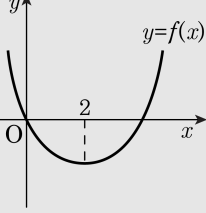
해설

- ( i ) 경계값  $x = 2$  에서



$f(2) > 0$   
축의 위치  $m - 4 > 2$   
판별식  $D \geq 0$   
 $\therefore 8 \leq m < 10$

- ( ii )



$f(2) < 0$  이기만 하면 된다.  
 $\therefore m > 10$

10. 두 점 A(1,4), B(3,5) 와  $x$  축 위의 점 P에 대하여  $\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2$  의 최솟값을 구하면?

① 45      ② 43      ③ 41      ④ 39      ⑤ 37

해설

점  $P$  가  $x$  축 위의 점이므로  $P(x,0)$  이라 하면

$$\begin{aligned}\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 &= (x-1)^2 + (-4)^2 + (x-3)^2 + (-5)^2 = 2x^2 - 8x + 51 \\ &= 2(x-2)^2 + 43\end{aligned}$$

따라서  $x=2$  일 때,  $\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2$  의 최솟값은 43이다.

11. 두 점  $(1, -3)$ ,  $(3, 2)$ 로부터 거리가 같고, 직선  $y = 2x$  위에 있는 점의 좌표는?

①  $\left(\frac{1}{6}, \frac{1}{3}\right)$

②  $\left(\frac{1}{7}, \frac{1}{3}\right)$

③  $\left(\frac{1}{8}, \frac{1}{3}\right)$

④  $\left(\frac{1}{6}, \frac{1}{4}\right)$

⑤  $\left(\frac{1}{8}, \frac{1}{4}\right)$

해설

$y = 2x$  위에 있으므로  $(a, 2a)$ 로 놓으면

$$\sqrt{(1-a)^2 + (-3-2a)^2}$$

$$= \sqrt{(3-a)^2 + (2-2a)^2}$$

$$a^2 - 2a + 1 + 4a^2 + 12a + 9 = a^2 - 6a + 9 + 4a^2 - 8a + 4$$

$$10a + 10 = -14a + 13$$

$$\therefore 24a = 3$$

$$\therefore a = \frac{1}{8}, 2a = \frac{1}{4}$$

$$\therefore \left(\frac{1}{8}, \frac{1}{4}\right)$$

12. 좌표평면 위의 두 점 A, B 에 대하여 선분 AB 의 삼등분점 중에서 A 에 가까운 점을  $A * B$  라 하자.  $A(1, 2)$ ,  $B(4, 5)$ ,  $C(-1, 3)$  가 주어졌을 때,  $(A * B) * C$  의 좌표는?

①  $(-3, 0)$

②  $(1, 0)$

③  $(3, 1)$

④  $(-1, 3)$

⑤  $(1, 3)$

해설

$A * B$  는 선분  $\overline{AB}$  를  $1 : 2$  로 내분하는 점이다.

$A(1, 2), B(4, 5), C(-1, 3)$  에서  $A * B = (2, 3)$  이고

따라서  $(A * B) * C = (1, 3)$  이다.

13. 세 점 A(3,  $a$ ), B(2, 1), C( $a+4$ , 2)이 일직선 위에있을 때, 실수  $a$ 의 값들의 곱은?

① -3      ② -2      ③ -1      ④ 0      ⑤ 1

해설

세 점 A, B, C가 한 직선 위에 있으면

$\overline{AB}$ ,  $\overline{BC}$ ,  $\overline{CA}$ 의 기울기는 같다.

$\overline{AB}$ 의 기울기와  $\overline{BC}$ 의 기울기가 같으므로

$$\frac{1-a}{2-3} = \frac{2-1}{(a+4)-2}, \quad \frac{a-1}{1} = \frac{1}{a+2}$$

$$(a-1) \cdot (a+2) = 1, \quad a^2 + a - 3 = 0$$

$\therefore$  실수  $a$ 의 값의 곱은 -3

14. 두 직선  $3x + 4y + 4 = 0$ ,  $3x + 4y + 2 = 0$ 사이의 거리는 얼마인가?

- ①  $\frac{2}{5}$       ②  $\frac{1}{3}$       ③ 1      ④ 2      ⑤ 3

해설

$3x + 4y + 4 = 0$ 의 임의의 한점  $(0, -1)$ 과  
 $3x + 4y + 2 = 0$ 사이의 거리는

$$\frac{|3 \cdot 0 + 4 \cdot (-1) + 2|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{2}{5}$$

15. 정점 A(1, 2)와 직선  $3x - 4y - 5 = 0$  위의 점을 연결하는 선분의 중점의 자취의 방정식은?

- ①  $3x + 4y = 0$       ②  $x - 2y + 5 = 0$       ③  $3x - 4y = 0$   
④  $x + 2y + 5 = 0$       ⑤  $x - 2y - 5 = 0$

해설

$3x - 4y - 5 = 0$  위의 임의의 점을  $P(a, b)$ 라 하면

$$3a - 4b - 5 = 0 \cdots \textcircled{1}$$

$\overline{AP}$ 의 중점을  $(X, Y)$ 라 하면

$$X = \frac{1+a}{2}, Y = \frac{2+b}{2}$$

$$\therefore a = 2X - 1, b = 2Y - 2$$

이것을  $\textcircled{1}$ 에 대입하면

$$3(2X - 1) - 4(2Y - 2) - 5 = 0$$

$$\therefore 6X - 8Y = 0$$

$$\therefore 3x - 4y = 0$$

16. 자연수  $n$ 에 대하여  $1 + \frac{1}{i} + \left(\frac{1}{i}\right)^3 + \left(\frac{1}{i}\right)^5 + \cdots + \left(\frac{1}{i}\right)^{2n-1}$ 의 값을 모두 구하여라. (단,  $i = \sqrt{-1}$ )

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 :  $1-i$

▷ 정답 : 1

해설

$$\frac{1}{i} = -i, \left(\frac{1}{i}\right)^3 = i$$

i)  $n = 2k$ 일 때,

$$1 + \frac{1}{i} + \left(\frac{1}{i}\right)^3 + \left(\frac{1}{i}\right)^5 + \cdots + \left(\frac{1}{i}\right)^{2n-1}$$

$$= 1 - i + i - i + \cdots + i = 1$$

ii)  $n = 2k - 1$ 일 때

$$1 + \frac{1}{i} + \left(\frac{1}{i}\right)^3 + \left(\frac{1}{i}\right)^5 + \cdots + \left(\frac{1}{i}\right)^{2n-1}$$

$$= 1 - i + i - i + \cdots - i$$

$$= 1 - i$$

17. 두 복소수  $x, y$  에 대하여  $x + y = 2 + 3i$  라 할 때,  $x\bar{x} + x\bar{y} + \bar{x}y + y\bar{y}$  의 값은?

① 13

②  $11 + 2i$

③ 12

④  $12 - i$

⑤ 11

해설

$$x + y = 2 + 3i, \bar{x} + \bar{y} = 2 - 3i$$

$$x\bar{x} + x\bar{y} + \bar{x}y + y\bar{y}$$

$$= x(\bar{x} + \bar{y}) + y(\bar{x} + \bar{y})$$

$$= (x + y)(\bar{x} + \bar{y})$$

$$= (2 + 3i)(2 - 3i)$$

$$= 13$$

18. 이차방정식  $2x^2+x-5=0$ 을 만족하는 양수  $x$ 에 대하여  $(4x-\sqrt{41})^2+(2x-1)(x+1)$ 의 값은?

- ① 4                      ② 2                      ③ -1                      ④ 5                      ⑤ -5

해설

근의 공식을 이용하여  $x$ 를 구하면

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{41}}{4}$$

$$x > 0 \text{ 이므로 } x = \frac{-1 + \sqrt{41}}{4}$$

$$4x - \sqrt{41} = -1, \quad 2x^2 + x = 5$$

$$(\text{준식}) = (-1)^2 + (2x^2 + x - 1) = 1 + (5 - 1) = 5$$

19. 이차함수  $y = -3x^2 + 6x + 4a$  의 최댓값은 음수이고, 그 그래프가 점  $(-a, 2a - 7)$  을 지날 때, 상수  $a$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $-\frac{7}{3}$

해설

$$\begin{aligned} y &= -3x^2 + 6x + 4a \\ &= -3(x-1)^2 + 3 + 4a \end{aligned}$$

$y = -3(x-1)^2 + 3 + 4a$  의 그래프가 점  $(-a, 2a-7)$  을 지나므로  
 $2a-7 = -3(-a-1)^2 + 3 + 4a$  을 정리하면  $3a^2 + 4a - 7 = 0$  ,  
 $(3a+7)(a-1) = 0$

$$\therefore a = -\frac{7}{3} \text{ or } 1$$

그런데 최댓값  $3 + 4a$  의 값이 음수이므로  $a = -\frac{7}{3}$  이다.

20. 방정식  $x^3 = 8$ 의 한 허근을  $\alpha$ 라 하고,  $z = \frac{2\alpha + 1}{\alpha + 2}$ 이라 할 때,  $4z \cdot \bar{z}$ 의 값을 구하면? (단,  $\bar{z}$ 는  $z$ 의 켤레복소수)

① 3

② 5

③ 7

④ 9

⑤ 13

해설

$$\begin{aligned} x^3 = 8 \text{에서 } (x-2)(x^2+2x+4) &= 0 \\ x^2+2x+4=0 \text{의 한 허근을 } \alpha \text{라 하면} \\ \text{다른 허근은 } \bar{\alpha} \text{이므로} \\ \alpha + \bar{\alpha} &= -2, \alpha\bar{\alpha} = 4 \\ \therefore 4z\bar{z} &= 4 \times \frac{2\alpha+1}{\alpha+2} \times \frac{2\bar{\alpha}+1}{\bar{\alpha}+2} \\ &= 4 \times \frac{4\alpha\bar{\alpha} + 2(\alpha+\bar{\alpha}) + 1}{\alpha\bar{\alpha} + 2(\alpha+\bar{\alpha}) + 4} \\ &= 4 \times \frac{4 \times 4 + 2(-2) + 1}{4 + 2(-2) + 4} = 13 \end{aligned}$$

21.  $x, y$ 가 정수일 때 방정식  $xy - x - 2y - 2 = 0$ 을 만족하는 순서쌍  $(x, y)$ 의 개수를 구하여라.

▶ 답 :                      6  개

▷ 정답 : 6개

해설

$xy - x - 2y - 2 + 4 = 4$   
 $x(y - 1) - 2(y - 1) = (x - 2)(y - 1) = 4$   
따라서  
 $x - 2 = 1, y - 1 = 4$ 일 때,  $x = 3, y = 5$   
 $x - 2 = 2, y - 1 = 2$ 일 때,  $x = 4, y = 3$   
 $x - 2 = 4, y - 1 = 1$ 일 때,  $x = 6, y = 2$   
 $x - 2 = -1, y - 1 = -4$ 일 때,  $x = 1, y = -3$   
 $x - 2 = 4, y - 1 = -1$ 일 때,  $x = 6, y = 0$   
 $x - 2 = 1, y - 1 = 4$ 일 때,  $x = 3, y = 5$   
따라서 순서쌍은  $(3, 5), (4, 3), (6, 2), (1, -3),$   
 $(6, 0), (3, 5)$ 로 모두 6개이다.

22. 연립부등식  $A : 5(x + 2) \leq 26 + x$ ,  $B : 1 - x < 3(2x + 1)$ ,  $C : 3x - 5 < -(x + 1)$  에 대하여 해를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $-\frac{2}{7} < x < 1$

해설

$$A : 5(x + 2) \leq 26 + x \Rightarrow x \leq 4$$

$$B : 1 - x < 3(2x + 1) \Rightarrow x > -\frac{2}{7}$$

$$C : 3x - 5 < -(x + 1) \Rightarrow x < 1$$

$$\therefore -\frac{2}{7} < x < 1$$

23. 세 꼭짓점이 A(-1, -1), B(4, 3), C(0, 1)인  $\triangle ABC$ 에서  $\overline{AB}$ ,  $\overline{BC}$ ,  $\overline{CA}$ 를 2 : 3으로 내분하는 점을 각각 D, E, F라 하자.  $\triangle DEF$ 의 무게중심을  $(a, b)$ 라 할 때,  $a + b$ 의 값은?

- ① -2
- ② -1
- ③ 0
- ④ 1
- ⑤ 2

해설

$\triangle ABC$ 에서 각 변을  $m : n$ 으로 내분하는 점을 꼭짓점으로 하는 삼각형의 무게중심은  $\triangle ABC$ 의 무게중심과 일치한다.

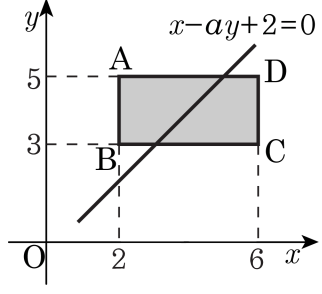
$\triangle ABC$ 의 무게중심은

$$\left(\frac{-1+4+0}{3}, \frac{-1+3+1}{3}\right),$$

즉 (1, 1) 이므로  $\triangle DEF$ 의 무게중심은 (1, 1)이다.

$$\therefore a + b = 1 + 1 = 2$$

24. 다음 그림에서 □ABCD의 넓이를 이등분하는 직선의 방정식이  $x - ay + 2 = 0$ 일 때, 상수  $a$ 의 값은?



- ①  $\frac{1}{3}$       ②  $\frac{1}{2}$       ③  $\frac{2}{3}$       ④  $\frac{3}{2}$       ⑤ 2

**해설**

직사각형의 넓이를 이등분하려면 직사각형의 대각선의 교점을 지나야 한다.

두 대각선의 교점의 좌표는  $\left(\frac{2+6}{2}, \frac{3+5}{2}\right)$

즉 (4, 4)이다.

직선  $x - ay + 2 = 0$ 이 점 (4, 4)를 지나야 한다.

따라서 (4, 4)를 대입하면  $4 - 4a + 2 = 0$

$\therefore a = \frac{3}{2}$

25. 한 상자에 빨강, 파랑, 흰색의 구슬이 들어 있다. 파란 구슬의 개수는 흰 구슬의 개수의  $\frac{1}{2}$  보다 크거나 같고, 빨간 구슬의 개수의  $\frac{1}{3}$  보다 작거나 같다. 한편, 흰 구슬과 파란 구슬의 개수의 합은 55보다 크거나 같다. 이때, 빨간 구슬의 개수의 최솟값을 구하면?

- ① 57                      ② 58                      ③ 59                      ④ 60                      ⑤ 61

해설

빨간 구슬의 개수를  $a$  개, 파란 구슬의 개수를  $b$  개, 흰색 구슬의 개수를  $c$  개라 하면,

$$\begin{cases} \frac{1}{3}a \geq b \geq \frac{1}{2}c \cdots \textcircled{1} \\ b+c \geq 55 \cdots \textcircled{2} \end{cases} \quad (\text{단, } a, b, c \text{는 자연수})$$

$$\begin{array}{r} b+c \geq 55 \\ -) \quad b - \frac{1}{2}c \geq 0 \\ \hline \frac{3}{2}c \geq 55 \end{array}$$

$$c \geq \frac{2}{3} \times 55 = 36.6 \cdots \quad \therefore c \geq 37$$

$$\textcircled{1} \text{에서 } b \geq \frac{1}{2}c = \frac{1}{2} \times 37 = 18.5 \quad \therefore b \geq 19$$

$$\frac{1}{3}a \geq 19 \quad \therefore a \geq 57$$