

1. 다음 중 x 에 대한 이차방정식을 모두 고르면?

① $x + 1 = 0$

② $x^2 - x + 3 = x^2$

③ $2x^2 - 6 = -x$

④ $3x^2 - 1 = 3(x - 1)$

⑤ $x^2 + 2x + 1$

해설

① x 에 대한 일차방정식이다.

② 정리하면 $-x + 3 = 0$ 이므로 x 에 대한 일차방정식이다.

③ x 에 대한 이차방정식이다.

④ x 에 대한 이차방정식이다.

⑤ x 에 대한 이차식이다.

2. 다음 중 $x = -2$ 가 해가 되는 이차방정식은? (정답 2 개)

① $x(x + 2) = 0$

② $x^2 + 2x - 3 = 0$

③ $x^2 + 6x + 8 = 0$

④ $2x^2 - x - 1 = 0$

⑤ $2x^2 + 4 = 0$

해설

① $-2 \cdot (-2 + 2) = 0$

③ $(-2)^2 + 6 \cdot (-2) + 8 = 0$

3. 이차방정식 $(x+1)(2x-5)=0$ 을 $ax^2+bx+c=0$ 의 꼴로 고칠 때,
 a, b, c 의 값은?

① $a = -2, b = -3, c = -5$

② $a = 2, b = -3, c = -5$

③ $a = -2, b = 3, c = 5$

④ $a = 2, b = 3, c = 5$

⑤ $a = -2, b = 3, c = -5$

해설

$$(x+1)(2x-5)=0$$

$$2x^2-3x-5=0$$

$$\therefore a=2, b=-3, c=-5$$

4. 이차방정식 $3(x+4)^2 - 15 = 0$ 의 근을 $x = a \pm \sqrt{b}$ 라고 할 때, a, b 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -4$

▷ 정답 : $b = 5$

해설

$$3(x+4)^2 - 15 = 0$$

$$3(x+4)^2 = 15, (x+4)^2 = 5$$

$$x+4 = \pm\sqrt{5}, x = -4 \pm \sqrt{5}$$

$$\therefore a = -4, b = 5$$

5. 이차방정식 $x^2 - 2x - 2 = 0$ 을 $(x - p)^2 = q$ 의 꼴로 고쳤을 때, pq 의 값을 고르면? (단, p, q 는 상수)

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$x^2 - 2x = 2, \quad (x - 1)^2 = 2 + 1 = 3$$

$$p = 1, q = 3$$

$$\therefore pq = 3$$

6. 이차방정식 $2(x-4)^2 = a$ 가 하나의 근을 갖도록 하는 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 0$

해설

$$(x-4)^2 = \frac{a}{2}$$

(완전제곱식)=0의 꼴이어야 하므로

$$a = 0$$

7. 이차방정식 $3x^2 - 4x - 6 = 0$ 의 해가 $x = \frac{A \pm \sqrt{B}}{3}$ 일 때, $A + B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

$$3x^2 - 4x - 6 = 0 \text{ 에서}$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{22}}{3}$$

$$\therefore A = 2, B = 22$$

$$\therefore A + B = 24$$

8. 이차방정식 $x^2 + 12x + 2k + 16 = 0$ 이 하나의 근만 갖기 위한 k 의 값으로 알맞은 것을 고르면?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$$\frac{D}{4} = 6^2 - (2k + 16) = 0$$

$$36 - 16 = 2k$$

$$\therefore k = 10$$

9. 이차방정식 $2x^2 - 5x + 2 = 0$ 의 두 근의 곱을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

근과 계수의 관계에 의하여

두 근의 곱은 $\frac{2}{2} = 1$ 이다.

10. 연속한 두 홀수의 제곱의 합이 34 일 때, 두 홀수를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : 5

해설

연속한 두 홀수를 x , $x + 2$ 라고 하면

$$(x + 2)^2 + x^2 = 34$$

$$x^2 + 4x + 4 + x^2 - 34 = 0$$

$$x^2 + 2x - 15 = 0$$

$$(x + 5)(x - 3) = 0$$

$$\therefore x = -5 \text{ 또는 } x = 3$$

따라서 연속한 두 홀수는 $x = 3$ 일 때이므로 두 홀수는 3, 5 이다.

11. 이차방정식 $x^2 + 2x - a = 0$ 의 한 근이 -5 일 때, a 의 값을 구하면?

① -15

② -8

③ 1

④ 8

⑤ 15

해설

이차방정식 $x^2 + 2x - a = 0$ 에 $x = -5$ 를 대입하면 $25 - 10 - a = 0$
 $\therefore a = 15$

12. 이차방정식 $x^2 + x + 3k = 0 (k \neq 0)$ 의 한 근이 k 일 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

주어진 식에 k 를 대입하면

$$k^2 + k + 3k = 0, \quad k^2 + 4k = 0$$

$$k(k + 4) = 0$$

$$\therefore k = -4 (k \neq 0)$$

13. $(x+2)(x-5)=0$ 이 참이 되게 하는 x 의 값들의 합을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ -3

⑤ -4

해설

$$x+2=0 \text{ 또는 } x-5=0$$

$$x=-2 \text{ 또는 } x=5$$

$$\therefore -2+5=3$$

14. 다음 이차방정식 $16x^2 - 24x + 9 = 0$ 을 풀면?

① $x = \frac{1}{4}$ 또는 $x = \frac{3}{4}$

② $x = \frac{1}{4}$ 또는 $x = -\frac{3}{4}$

③ $x = -\frac{1}{4}$ 또는 $x = \frac{3}{4}$

④ $x = \frac{1}{4}$ (중근)

⑤ $x = \frac{3}{4}$ (중근)

해설

$$16x^2 - 24x + 9 = 0$$

$$(4x - 3)^2 = 0$$

$$\therefore x = \frac{3}{4} \text{ (중근)}$$

15. x 에 관한 이차방정식 $x^2 - 4x + a = 0$ 의 한 근이 3일 때, a 의 값과 다른 한 근의 차를 구하면?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$$3^2 - 4 \times 3 + a = 0 \quad \therefore a = 3$$

$$x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$(x - 3)(x - 1) = 0$$

따라서 다른 한 근은 1이다.

$$\therefore 3 - 1 = 2$$

16. 이차방정식 $ax^2 + x + 2a = 0$ 의 한 근이 2 이다. 다른 한 근을 b 라 할 때, ab 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{1}{3}$

해설

$ax^2 + x + 2a = 0$ 에 $x = 2$ 대입

$$4a + 2 + 2a = 0, a = -\frac{1}{3}$$

$$-\frac{1}{3}x^2 + x - \frac{2}{3} = 0$$

각 항에 -3 을 곱하면

$$x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$(x - 2)(x - 1) = 0$$

$x = 2$ 또는 $x = 1$ (다른 한 근)

$$b = 1, ab = -\frac{1}{3} \times 1 = -\frac{1}{3}$$

17. 이차방정식 $3x^2 + ax + b = 0$ 의 근이 2 또는 3 일 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① -20

② -15

③ 0

④ 3

⑤ 6

해설

$$3(x-2)(x-3) = 0$$

$$3(x^2 - 5x + 6) = 0$$

$$3x^2 - 15x + 18 = 0$$

$$a = -15, b = 18$$

$$a + b = 3$$

18. $x^2 + 6x + 9 = 0$ 을 풀면?

① $x = -2$ (중근)

② $x = -3$ (중근)

③ $x = 5$ (중근)

④ $x = 1$ (중근)

⑤ $x = 3$ (중근)

해설

$$(x + 3)^2 = 0$$

$$\therefore x = -3(\text{중근})$$

19. x 에 대한 이차방정식 $3(x-4)^2 = \frac{a}{2}$ 가 중근을 가진다고 할 때, 상수 a 의 값과 중근의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

중근을 가지기 위한 조건은
(완전제곱식) = 0 이므로

$$3(x-4)^2 = \frac{a}{2}, (x-4)^2 = \frac{a}{6}, a = 0 \text{ 이다.}$$

또한 중근은 $x = 4$ 이므로
 $0 + 4 = 4$

20. 이차방정식 $(x-1)(x-5) = 4$ 를 $(x+A)^2 = B$ 의 꼴로 나타낼 때, A, B 의 값은?

① $A = 3, B = 8$

② $A = -3, B = 8$

③ $A = 2, B = 4$

④ $A = -3, B = -8$

⑤ $A = 4, B = 6$

해설

$$(x-1)(x-5) = 4$$

$$x^2 - 6x = 4 - 5$$

$$x^2 - 6x + 9 = -1 + 9$$

$$(x-3)^2 = 8, A = -3, B = 8$$

21. 이차방정식 $\frac{1}{5}(x-2)^2 = 0.5x^2 - 0.4(x+1)$ 을 풀면?

① $-2 \pm 2\sqrt{10}$

② $\frac{-2 \pm 2\sqrt{10}}{3}$

③ $\frac{-2 \pm 2\sqrt{10}}{5}$

④ $\frac{-2 \pm 2\sqrt{10}}{7}$

⑤ $\frac{-2 \pm 2\sqrt{10}}{9}$

해설

$$\frac{1}{5}(x-2)^2 = 0.5x^2 - 0.4(x+1)$$

각 항에 10 을 곱하고 정리하면

$$2x^2 - 8x + 8 = 5x^2 - 4x - 4$$

$$3x^2 + 4x - 12 = 0$$

$$\therefore x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \times 3 \times (-12)}}{2 \times 3} = \frac{-2 \pm 2\sqrt{10}}{3}$$

22. 다음 이차방정식 중 중근을 갖는 것은?

① $x^2 = 6x - 9$

② $2x^2 + x - 3 = 0$

③ $x^2 = 4$

④ $x^2 + 5x = 0$

⑤ $x^2 + 5x + 6 = 0$

해설

중근을 갖는 이차방정식은 $(ax + b)^2 = 0$ 이다.

① $x^2 - 6x + 9 = 0 \leftrightarrow (x - 3)^2 = 0$

$\therefore x = 3$ (중근)

23. 이차방정식 $6x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이 1, -2 일 때, $a - b$ 의 값은?

① -18

② -6

③ 6

④ 18

⑤ 24

해설

근과 계수의 관계로부터

$$1 + (-2) = -\frac{a}{6}, a = 6$$

$$1 \times (-2) = \frac{b}{6}, b = -12$$

$$\therefore a - b = 18$$

24. 이차방정식 $x^2 - 3mx - m + 1 = 0$ 의 두 근의 비가 $1 : 2$ 일 때, 상수 m 의 값은?

① $\frac{1}{2}$

② $-\frac{1}{2}, 1$

③ $-1, -\frac{1}{2}$

④ $-1, \frac{1}{2}$

⑤ $\frac{1}{2}, 2$

해설

두 근을 $\alpha, 2\alpha$ 로 놓으면

$$\alpha + 2\alpha = 3m, \alpha = m$$

$$\alpha \times 2\alpha = -m + 1$$

$$2\alpha^2 = -m + 1$$

$$2m^2 + m - 1 = 0$$

$$(2m - 1)(m + 1) = 0$$

$$\therefore m = \frac{1}{2} \text{ 또는 } m = -1$$

25. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 근이 $-1, 2$ 이고, $bx^2 + ax + 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\alpha\beta$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $-\frac{1}{2}$

해설

두 근이 $-1, 2$ 이므로

$$(x+1)(x-2) = 0$$

$$x^2 - x - 2 = 0$$

$$\therefore a = -1, b = -2$$

$-2x^2 - x + 1 = 0$ 의 두 근이 α, β 이므로 $\alpha\beta = -\frac{1}{2}$ 이다.

26. 이차방정식 $3x^2 + bx + c = 0$ 의 두 근을 -1 과 2 라고 할 때, $bx^2 + cx + 1 = 0$ 의 두 근의 합은?

- ① -9 ② -2 ③ $-\frac{1}{2}$ ④ $-\frac{1}{3}$ ⑤ 2

해설

$$-1 + 2 = -\frac{b}{3}, b = -3$$

$$(-1) \times 2 = \frac{c}{3}, c = -6$$

$$-3x^2 - 6x + 1 = 0$$

따라서 두 근의 합은 $-\frac{(-6)}{-3} = -2$ 이다.

27. 둘레의 길이가 18m , 넓이가 20m^2 인 직사각형의 가로 길이 x 를 구하는 방정식은?

① $x^2 - 9x + 20 = 0$

② $x^2 + 9x + 20 = 0$

③ $x^2 - 18x + 20 = 0$

④ $x^2 + 18x + 20 = 0$

⑤ $x^2 - 20x + 18 = 0$

해설

가로의 길이가 $x\text{cm}$ 이면 세로의 길이는 $(9 - x)\text{cm}$
따라서 직사각형의 넓이는 $x(9 - x) = 20$ 이다.

$$\therefore x^2 - 9x + 20 = 0$$

28. 다음은 이차방정식 $ax^2 + 2bx + c = 0$ ($a \neq 0$)을 푸는 과정이다. ① ~ ⑤에 들어갈 식이 바르지 못한 것은? (단, $b^2 - ac \geq 0$)

$$ax^2 + 2bx + c = 0 \quad (a \neq 0)$$

$$x^2 + \frac{2b}{a}x = -\frac{c}{a}$$

$$x^2 + \frac{2b}{a}x + \textcircled{1} = -\frac{c}{a} + \textcircled{1}$$

$$(x + \textcircled{2})^2 = \textcircled{3}$$

$$x = \textcircled{4} \pm \textcircled{5}$$

① $\frac{b^2}{a^2}$

② $\frac{b}{a}$
 ⑤ $\frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a^2}$

③ $\frac{b^2 - ac}{a^2}$

④ $-\frac{b}{a}$

해설

$$ax^2 + 2bx + c = 0 \quad (a \neq 0)$$

양변을 a 로 나누고 상수항을 이항하면

$$x^2 + \frac{2b}{a}x = -\frac{c}{a},$$

양변에 $\frac{b^2}{a^2}$ 을 더하면

$$x^2 + \frac{2b}{a}x + \frac{b^2}{a^2} = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{a^2}$$

$$\left(x + \frac{b}{a}\right)^2 = \frac{b^2 - ac}{a^2}$$

$$x + \frac{b}{a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a}$$

$$x = -\frac{b}{a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a}$$

$\therefore$ ⑤가 잘못 되었다.

29. 이차방정식 $3x^2 + 4x + A = 0$ 의 근이 $x = \frac{B \pm \sqrt{10}}{3}$ 일 때, A, B 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $A = -2$

▷ 정답 : $B = -2$

해설

$$\begin{aligned}x &= \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \times 3 \times A}}{2 \times 3} \\&= \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 12A}}{6} \\&= \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 3A}}{3}\end{aligned}$$

따라서 $-2 \pm \sqrt{4 - 3A} = B \pm \sqrt{10}$ 이므로
 $A = -2, B = -2$ 이다.

30. 이차방정식 $x^2 + ax - 10 = 0$ 의 해가 정수일 때, 정수 a 의 개수를 구하면?

① 1

② 2

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

곱이 -10 인 두 정수는

$$\begin{aligned} -10 &= (-1) \times 10 = 1 \times (-10) \\ &= (-2) \times 5 = 2 \times (-5) \end{aligned}$$

$(-1, 10), (1, -10), (-2, 5), (2, -5)$

이므로 두 수의 합은 $-9, 9, -3, 3$ 이다.

$a = 9$ 또는 $a = -9$ 또는 $a = 3$ 또는 $a = -3$

따라서 정수 a 의 개수는 4 이다.

31. 이차방정식 $x^2 + 4x - 1 = 0$ 의 두 근 중에서 양수를 a 라 할 때, $n < a < n + 1$ 을 만족하는 정수 n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$x^2 + 4x - 1 = 0 \text{ 의 두 근은 } x = -2 \pm \sqrt{5}$$

$$a \text{ 는 양수이므로 } a = -2 + \sqrt{5}$$

$$0 < -2 + \sqrt{5} < 1$$

$$\therefore n = 0$$

32. 다음 이차방정식의 두 근의 곱을 구하여라.

$$2\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - 3\left(x - \frac{1}{2}\right) - 2 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$x - \frac{1}{2} = A$ 로 치환하면

$$2A^2 - 3A - 2 = 0$$

$$(2A + 1)(A - 2) = 0$$

$$A = -\frac{1}{2} \text{ 또는 } A = 2$$

$$x - \frac{1}{2} = -\frac{1}{2} \text{ 또는 } x - \frac{1}{2} = 2$$

$$\therefore x = 0 \text{ 또는 } x = \frac{5}{2}$$

따라서 두 근의 곱은 $0 \times \frac{5}{2} = 0$ 이다.

33. 다음 두 식을 만족하는 정수 a, b 의 값을 구하여라.

$$\begin{cases} 2(a+b)^2 + 5(a+b) = 18 \\ 2(a-b)^2 - 11(a-b) = 6 \end{cases}$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 4$

▷ 정답 : $b = -2$

해설

$a + b = A$, $a - b = B$ 라고 하면

$$2A^2 + 5A = 18$$

$$2A^2 + 5A - 18 = 0$$

$$(A - 2)(2A + 9) = 0$$

a, b 는 정수이므로 $a + b = 2 \cdots \textcircled{㉠}$

$$2B^2 - 11B = 6$$

$$2B^2 - 11B - 6 = 0$$

$$(2B + 1)(B - 6) = 0$$

a, b 는 정수이므로 $a - b = 6 \cdots \textcircled{㉡}$

$\textcircled{㉠} + \textcircled{㉡}$ 에서 $2a = 8$ 이다.

따라서 $a = 4$, $b = -2$ 이다.

34. x^2 의 계수가 1인 이차방정식을 A , B 두 사람이 푸는데, A 는 일차항의 계수를 잘못 보고 -3 또는 8 을 해로 얻었고, B 는 상수항을 잘못 보고 3 또는 -5 를 해로 얻었다. 이 때, 원래 주어진 이차방정식의 올바른 해는?

① $x = -2$ 또는 $x = 5$

② $x = -3$ 또는 $x = -5$

③ $x = -4$ 또는 $x = 6$

④ $x = 4$ 또는 $x = -6$

⑤ $x = 3$ 또는 $x = -8$

해설

구하는 이차방정식을 $x^2 + bx + c = 0$ 이라 하자.

A 는 일차항의 계수를 잘못 봤으므로

$$c = (-3) \times 8 = -24$$

B 는 상수항을 잘못 보았으므로

$$-b = 3 + (-5) = -2, b = 2$$

따라서, 처음 식은 $x^2 + 2x - 24 = 0$, $(x - 4)(x + 6) = 0$

$$\therefore x = 4 \text{ 또는 } x = -6$$

35. 이차방정식 $(x+1)(2x-5)=0$ 을 $ax^2+bx+c=0$ 의 꼴로 고칠 때,
 a, b, c 의 값은?

① $a = -2, b = -3, c = -5$

② $a = 2, b = -3, c = -5$

③ $a = -2, b = 3, c = 5$

④ $a = 2, b = 3, c = 5$

⑤ $a = -2, b = 3, c = -5$

해설

$$(x+1)(2x-5)=0$$

$$2x^2-3x-5=0$$

$$\therefore a=2, b=-3, c=-5$$

36. $a\%$ 소금물 200g 에서 $(a+2)\text{g}$ 을 퍼낸 다음 같은 양의 소금을 넣었더니 소금물의 농도가 26.2% 였다. 퍼낸 소금물의 양을 구하여라.

▶ 답 : g

▷ 정답 : 20g

해설

$$\text{처음 소금의 양} : \frac{a}{100} \times 200 = 2a \text{ (g)}$$

퍼낸 소금물 $a+2\text{g}$ 의 소금의 양 :

$$(a+2) \times \frac{a}{100} = \frac{a^2 + 2a}{100} \text{ (g)}$$

농도 26.2% 의 소금의 양 :

$$\frac{26.2}{100} \times 200 = 52.4 \text{ (g)}$$

$$2a - \frac{a^2 + 2a}{100} + a + 2 = 52.4$$

$$\frac{a^2 + 2a}{100} - 3a + 50.4 = 0$$

$$a^2 - 298a + 5040 = 0$$

$$(a - 280)(a - 18) = 0$$

$$a \leq 100 \text{ 이므로 } a = 18 \text{ (g)}$$

$$\text{퍼낸 소금물의 양} : 18 + 2 = 20 \text{ (g)}$$

37. 내 나이는 동생의 나이보다 5 살 많고, 동생 나이의 제곱은 내 나이의 2 배보다 2살이 적을 때 내 나이를 구하면?

① 7살

② 8살

③ 9살

④ 10살

⑤ 11살

해설

내 나이와 동생의 나이를 각각 x , $x - 5$ 라 하면

$$(x - 5)^2 = 2x - 2$$

$$x^2 - 12x + 27 = 0$$

$$(x - 9)(x - 3) = 0$$

$$\therefore x = 9 \text{ (살)} \quad (\because x > 5)$$

38. 지면으로부터 초속 340m 로 똑바로 쏘아올린 공의 t 초 후의 높이를 $(-5t^2 + 340t)$ m 라고 할 때, 공이 땅에 떨어질 때까지 걸리는 시간을 구하면?

① 0 초 또는 68 초

② 68 초

③ 48 초

④ 28 초

⑤ 18 초

해설

땅에 떨어질 때의 높이는 0m 이므로

$$0 = -5t^2 + 340t, \quad -5t(t - 68) = 0$$

따라서 68 초 후에 땅에 떨어진다.

39. 어떤 정사각형의 가로와 세로의 길이를 각각 3cm, 2cm 늘여서 만든 직사각형의 넓이는 처음 정사각형의 넓이의 2배와 같다. 처음 정사각형의 한 변의 길이를 x cm라고 할 때, x 를 구하는 방정식은?

① $x^2 + 5x + 6 = 0$

② $x^2 - 5x - 6 = 0$

③ $x^2 - 5x + 6 = 0$

④ $x^2 + 5x - 6 = 0$

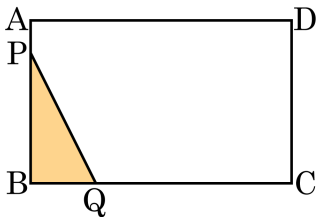
⑤ $3x^2 - 5x - 6 = 0$

해설

$$2x^2 = (x + 3)(x + 2)$$

$$\therefore x^2 - 5x - 6 = 0$$

40. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 10\text{cm}$, $\overline{BC} = 16\text{cm}$ 인 직사각형 ABCD 가 있다. 점 P 는 변 AB 위를 A 로부터 B 까지 매초 1cm 의 속력으로 움직이고, 점Q 는 변BC 위를 B 로부터 C 까지 매초 2cm 의 속력으로 움직이고 있다. P, Q 가 동시에 출발할 때, 몇 초 후에 $\triangle PBQ$ 의 넓이가 16cm^2 가 되는가?



① 3 초 또는 5 초

② 2 초 또는 8 초

③ 5 초 또는 7 초

④ 2 초 또는 5 초

⑤ 2 초 또는 7 초

해설

x 초 후의

$$\overline{PB} = 10 - x, \overline{BQ} = 2x$$

$$\triangle PBQ = (10 - x) \cdot 2x \cdot \frac{1}{2} = 16$$

$$\rightarrow x^2 - 10x + 16 = 0 \rightarrow x = 2, 8$$

41. 이차방정식 $5x^2 - ax + b = 0$ 의 두 근의 합이 1 이고, 큰 근이 작은 근보다 5 가 클 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -25

해설

두 근을 $e, f (e > f)$ 라 하면 $e = f + 5$ 이고, $e + f = 1$ 이므로
연립하면 $e = 3, f = -2$ 이다.

따라서 두 근은 3, -2 이다.

3, -2 를 두 근으로 $5x^2 - ax + b = 0$ 에 대입하여 연립하면
 $a = 5, b = -30$ 가 나온다.

따라서 $a + b = 5 + (-30) = -25$ 이다.

42. 세 이차방정식 $x^2+8x+12=0$ 과 $2x^2+9x-18=0$, $2x^2+4mx-12m=0$ 이 공통근을 가질 때, m 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$x^2 + 8x + 12 = 0 \rightarrow (x + 6)(x + 2) = 0$$

$$\therefore x = -6, -2$$

$$2x^2 + 9x - 18 = 0 \rightarrow (x + 6)(2x - 3) = 0$$

$$\therefore x = -6, \frac{3}{2}$$

이므로 두 방정식의 공통근은 $x = -6$ 이다.

따라서 이차방정식 $2x^2 + 4mx - 12m = 0$ 도
근으로 -6 을 가지므로 $x = -6$ 을 대입하면

$$2 \times (-6)^2 + 4 \times (-6)m - 12m = 0$$

$$36m = 72$$

$$\therefore m = 2$$

43. 이차방정식 $2x^2 - 4x - 3 = 0$ 을 완전제곱식으로 풀고 두 근 중에서 작은 근을 m , 큰 근을 n 이라 할 때, $a < m < a + 1$, $b < n < b + 1$ 을 만족하는 정수 a, b 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -1$

▷ 정답 : $b = 2$

해설

양변을 2 로 나누면 $x^2 - 2x - \frac{3}{2} = 0$ 이고 $x^2 - 2x = \frac{3}{2}$, 양변에 1 을 더하면

$$x^2 - 2x + 1 = \frac{3}{2} + 1, (x - 1)^2 = \frac{5}{2}, x = \frac{2 \pm \sqrt{10}}{2} \text{ 이다.}$$

작은 근 $\frac{2 - \sqrt{10}}{2} = m$ 이고, $-1 < m < 0$ 이므로 $a = -1$ 이다.

큰 근 $\frac{2 + \sqrt{10}}{2} = n$ 이고, $2 < n < 3$ 이므로 $b = 2$ 이다.

따라서 $a = -1, b = 2$ 이다.

44. 이차방정식 $x^2 + 2x - k = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가질 때, $kx^2 + 4x - 1 = 0$ 의 근에 대한 설명 중 옳은 것은? (단, $k \neq 0$)

- ① 서로 다른 두 실근을 갖는다.
② 중근을 갖는다.
③ 근이 없다.
④ k 의 값에 따라 달라진다.
⑤ 주어진 조건만으로는 구할 수 없다.

해설

$x^2 + 2x - k = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가지므로 (판별식) > 0 이다.

$$D = 2^2 - 4 \times 1 \times (-k) > 0 \rightarrow 4(k+1) > 0$$

$$\therefore k > -1$$

방정식 $kx^2 + 4x - 1 = 0$ 에서

$$D = 4^2 - 4 \times k \times (-1) = 4(4+k) > 0 \quad (\because k > -1)$$

따라서 방정식 $kx^2 + 4x - 1 = 0$ 은 서로 다른 두 실근을 갖는다.

45. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + 2ax + 9 - 2a^2 = 0$ 이 두 근 α, β 를 가질 때, $\alpha^2 + \beta^2$ 의 최솟값을 구하시오.
(단, $\alpha = \beta$ 인 경우 포함)

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$\alpha + \beta = -2a, \alpha\beta = 9 - 2a^2$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = (-2a)^2 - 2(9 - 2a^2) = 8a^2 - 18$$

그런데 주어진 이차방정식은 두 근을 가지므로

$$D' = a^2 - (9 - 2a^2) \geq 0 \therefore a^2 \geq 3$$

$$a^2 \geq 3 \text{ 이므로 } 8a^2 - 18 \geq 6$$

따라서 $\alpha^2 + \beta^2$ 의 최솟값은 6 이다.

46. 이차방정식의 한 근이 $\frac{4}{3-\sqrt{5}}$ 인 이차방정식 A 는 다음과 같다. 이때,
유리수 a, b 에서 $\frac{b}{a}$ 의 값을 구하여라.

$$ax^2 - x + b = 0$$

▶ 답 :

▶ 정답 : 4

해설

한 근이 $\frac{4}{3-\sqrt{5}} = 3 + \sqrt{5}$ 이므로 다른 한 근은 $3 - \sqrt{5}$

두 근의 합은 $\frac{1}{a} = 6, a = \frac{1}{6}$

두 근의 곱은 $\frac{b}{a} = 4, b = \frac{2}{3}$

$\therefore \frac{b}{a} = 4$

47. 이차방정식 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha + \frac{1}{\beta}, \beta + \frac{1}{\alpha}$ 을 두 근으로 하고, x^2 의 계수가 1 인 이차방정식은?

① $x^2 + 6x - 2 = 0$

② $x^2 - 6x + 2 = 0$

③ $x^2 + 6x - 4 = 0$

④ $x^2 - 6x + 4 = 0$

⑤ $x^2 + 6x - 6 = 0$

해설

α, β 는 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 두 근이므로

$$\alpha + \beta = 3, \alpha\beta = 1$$

구하는 방정식의 두 근이 $\alpha + \frac{1}{\beta}, \beta + \frac{1}{\alpha}$ 이므로

$$\begin{aligned} (\text{두 근의 합}) &= \left(\alpha + \frac{1}{\beta}\right) + \left(\beta + \frac{1}{\alpha}\right) \\ &= \alpha + \beta + \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} \\ &= \alpha + \beta + \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\text{두 근의 곱}) &= \left(\alpha + \frac{1}{\beta}\right) \left(\beta + \frac{1}{\alpha}\right) \\ &= \alpha\beta + 2 + \frac{1}{\alpha\beta} = 4 \end{aligned}$$

따라서 구하는 이차방정식은 $x^2 - 6x + 4 = 0$ 이다.

48. 1 부터 9 까지의 숫자 중에서 서로 다른 숫자가 각각 적힌 n 장의 카드가 있다. 2 장을 뽑아 만들 수 있는 두 자리 자연수가 모두 56 개일 때, n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

0 을 포함하지 않는 자연수를 만들 때, 2 장을 뽑아 만들 수 있는 두 자리의 자연수의 개수는 $n(n-1)$ 이다.

$$n(n-1) = 56$$

$$n^2 - n - 56 = 0$$

$$(n+7)(n-8) = 0$$

따라서 $n = 8$ ($\because n$ 은 자연수)이다.

49. 사랑이는 초콜릿 91 개를 사서 반 친구들에게 똑같이 나누어 주었더니, 한 사람이 가진 초콜릿의 수가 반 친구들의 수보다 6 개가 적었다고 한다. 반 친구들의 수는 모두 몇 명인지 구하여라.

▶ 답: 명

▷ 정답: 13명

해설

반 친구들을 x 라고 하면,

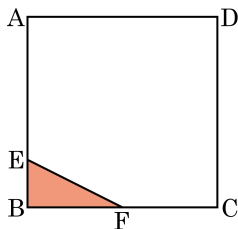
$$x(x - 6) = 91 \text{ 이므로}$$

$$x^2 - 6x - 91 = 0$$

$$(x + 7)(x - 13) = 0$$

따라서 $x = 13$ (x 는 자연수)이다.

50. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 20 cm 인 정사각형 ABCD 가 있다. 점 F 는 변 BC 위를 점 C 로부터 B 까지 매초 2cm 의 속력으로 움직이고, 점 E 는 변 AB 위를 점 B 로부터 A 까지 매초 1cm 의 속력으로 움직이고 있다. 두 점 E, F 가 동시에 출발하였다면 몇 초 후에 $\triangle BEF$ 의 넓이가 정사각형 넓이의 $\frac{1}{16}$ 배가 되는지 구하여라.



▶ 답 : 초

▷ 정답 : 5 초

해설

x 초 후에 $\overline{BF} = (20 - 2x)$ cm , $\overline{BE} = x$ cm

$\triangle BEF$ 의 넓이는 $\frac{1}{2}\overline{BF} \times \overline{BE}$ 이고,

정사각형 넓이인 $20 \times 20 = 400 \text{ cm}^2$ 의 $\frac{1}{16}$ 배 인 25 cm^2 이므로

$$\frac{1}{2}(20 - 2x)x = 25$$

$$x^2 - 10x + 25 = 0$$

$$(x - 5)^2 = 0$$

$$\therefore x = 5 \text{ (초)} (\text{단, } 0 < x < 10)$$