

1. 다음 이차방정식의 한 근이 $2 - \sqrt{2}$ 일 때 다른 한 근과 m 의 값의 합은?

$$x^2 - 4x + m = 0$$

① $4 + \sqrt{2}$

② $4 + \sqrt{3}$

③ $1 + 2\sqrt{2}$

④ $4 - \sqrt{3}$

⑤ $4 - \sqrt{2}$

해설

한 근이 $2 - \sqrt{2}$ 이므로 다른 한 근은 $2 + \sqrt{2}$ 이다.

근과 계수와의 관계에서

$$\text{두 근의 곱은 } m = (2 - \sqrt{2})(2 + \sqrt{2}) = 2$$

$$\therefore (2 + \sqrt{2}) + 2 = 4 + \sqrt{2}$$

2. 둘레의 길이가 30 cm이고 넓이가 50 cm^2 인 직사각형이 있다. 가로
길이보다 세로의 길이가 더 길 때, 가로의 길이는?

① 3 cm

② 4 cm

③ 5 cm

④ 6 cm

⑤ 7 cm

해설

가로의 길이를 $x \text{ cm}$ 라 하자.

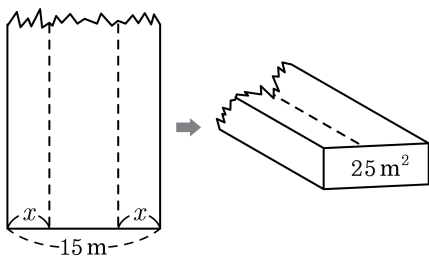
$$x(15 - x) = 50$$

$$-x^2 + 15x - 50 = 0$$

$$x^2 - 15x + 50 = 0$$

$$x = 5 \text{ cm} \left(\because x < \frac{15}{2} \right)$$

3. 다음 그림과 같이 너비가 15m 인 철판을 직사각형 모양으로 접어서 물통을 만들려고 한다. 단면의 넓이가 25m^2 일때, x 의 값을 구하는 식으로 옳은 것은?



① $2x^2 - 25x + 15 = 0$

② $2x^2 - 15x - 25 = 0$

③ $25x^2 - 6x + 6 = 0$

④ $2x^2 - 15x + 25 = 0$

⑤ $2x^2 - 25x - 15 = 0$

해설

$$(15 - 2x)x = 25$$

$$\therefore 2x^2 - 15x + 25 = 0$$

4. $y = \frac{4}{3}x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하면 점 $(\sqrt{3}, -2)$ 를 지난다. 이 때, q 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$y = \frac{4}{3}x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하면

$y = \frac{4}{3}x^2 + q$ 이다.

$(\sqrt{3}, -2)$ 을 대입하면 $-2 = 4 + q$ 이므로 $q = -6$ 이다.

5. 꼭짓점의 좌표가 $(-2, 3)$ 이고 한 점 $(1, -6)$ 을 지나는 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식이 $y = ax^2 + bx + c$ 일 때, $a + b + c$ 의 값은?

① -2

② 2

③ -6

④ 6

⑤ 1

해설

$y = a(x + 2)^2 + 3$ 이 점 $(1, -6)$ 을 지나므로

$-6 = a(1 + 2)^2 + 3, a = -1$ 이다.

$\therefore y = -(x + 2)^2 + 3 = -x^2 - 4x - 1$

$\therefore a + b + c = -1 - 4 - 1 = -6$

6. 세 점 $(0, -6), (1, 0), (2, 2)$ 을 지나는 포물선의 꼭짓점의 좌표는?

① $(1, 1)$

② $(1, 2)$

③ $(2, 1)$

④ $(2, 2)$

⑤ $(3, 3)$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 로 놓고 세 점 $(0, -6), (1, 0), (2, 2)$ 의 좌표를 각각 대입하면

$$c = -6, a + b - 6 = 0, 4a + 2b - 6 = 2$$

$$\therefore a = -2, b = 8, c = -6$$

$$\therefore y = -2x^2 + 8x - 6 = -2(x - 2)^2 + 2$$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $(2, 2)$ 이다.

7. $7x - 5 < 4(x + 1)$ 이고 x 는 자연수일 때, $x^2 - 5x + 6 = 0$ 를 풀면?

① $x = 0, x = 1$

② $x = 2$

③ $x = 2, x = 3$

④ $x = 3$

⑤ $x = -2, x = 3$

해설

$7x - 5 < 4(x + 1)$ 에서 $7x - 4x < 4 + 5$, $3x < 9 \therefore x < 3$

따라서 x 의 값은 1, 2이다.

$x^2 - 5x + 6 = 0$ 의 해는 $x = 2, x = 3$ 이므로 해는 $x = 2$ 가 된다.

8. α 가 $x^2 + 2x = 10$ 을 만족할 때, $\frac{\alpha^3 + 2\alpha^2 + 20}{\alpha + 2}$ 의 값은?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$$\alpha^3 + 2\alpha^2 = \alpha(\alpha^2 + 2\alpha) = 10\alpha$$

$$\therefore \frac{10\alpha + 20}{\alpha + 2} = \frac{10(\alpha + 2)}{\alpha + 2} = 10$$

9. 이차방정식 $4x^2 - kx + 9 = 0$ 이 중근을 가질 때, 두 양의 정수 $k, k-5$ 를 두 근으로 하는 이차방정식 A 는? (단, A 의 이차항의 계수는 1 이다.)

① $x^2 + 19x + 84 = 0$

② $x^2 - 19x - 84 = 0$

③ $x^2 - 84x + 19 = 0$

④ $x^2 - 19x + 84 = 0$

⑤ $x^2 - 20x + 84 = 0$

해설

$4x^2 - kx + 9 = 0$ 이 중근을 가지므로

$$k^2 - 4 \times 4 \times 9 = 0$$

$$k = 12 \quad (\because k > 0)$$

따라서 두 근은 12, 7

$$\therefore (x - 12)(x - 7) = 0$$

$$\therefore x^2 - 19x + 84 = 0$$

10. 이차방정식 $x^2 + 3x - 2 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha + 1, \beta + 1$ 을 두 근으로 하고 x^2 의 계수가 2 인 이차방정식은?

① $2x^2 - 2x + 8 = 0$

② $2x^2 - 8x + 4 = 0$

③ $2x^2 + 4x - 8 = 0$

④ $2x^2 - x - 4 = 0$

⑤ $2x^2 + 2x - 8 = 0$

해설

$$\alpha + \beta = -3, \alpha\beta = -2$$

구하는 이차방정식에서

$$\text{두 근의 합은 } (\alpha + 1) + (\beta + 1) = -1$$

$$\text{두 근의 곱은 } (\alpha + 1)(\beta + 1) = \alpha\beta + \alpha + \beta + 1 = -4$$

$$\therefore x^2 + x - 4 = 0$$

$$\text{이차항의 계수가 2 이므로 } 2x^2 + 2x - 8 = 0$$

11. 한 원 위에 $n + 1$ 개의 점을 잡아 $n + 1$ 각형을 만들었다. 새로 만든 도형의 대각선의 총 개수가 35 개 일 때, n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$\frac{(n+1)(n-2)}{2} = 35 \text{ 이므로}$$

$$n^2 - n - 72 = 0$$

$$(n+8)(n-9) = 0$$

$$\therefore n = 9 \quad (\because n > 0)$$

12. $y = 2x^2$ 의 그래프 위의 두 점 $A(2, p)$, $B(q, 2)$ 를 지나는 직선의 방정식은? (단, $q < 0$)

① $y = 2x - 3$

② $y = -2x + 3$

③ $y = 2x + 4$

④ $y = -2x + 4$

⑤ $y = 2x - 4$

해설

$(2, p)$ 를 $y = 2x^2$ 에 대입하면 $p = 2 \times 2^2 = 8$

$(q, 2)$ 를 대입하면 $2 = 2q^2$, $q^2 = 1$ 에서 $q = \pm 1$

그런데 $q < 0$ 이므로 $q = -1$

$(2, 8)$, $(-1, 2)$ 를 지나는 직선의 방정식은

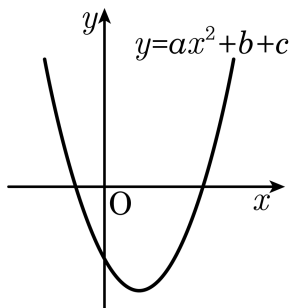
$$(\text{기울기}) = \frac{8 - 2}{2 - (-1)} = \frac{6}{3} = 2$$

$y = 2x + b$ 에 $(2, 8)$ 을 대입하면

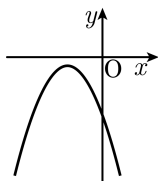
$$8 = 2 \times 2 + b \therefore b = 4$$

따라서 구하는 식은 $y = 2x + 4$

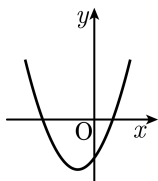
13. $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음과 같을 때, $y = cx^2 + bx + a$ 의 그래프의 모양은 어느 것인가?



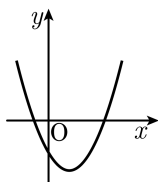
①



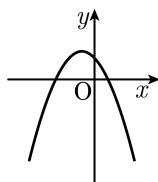
②



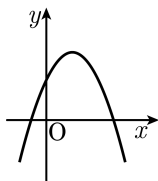
③



④



⑤



해설

아래로 볼록한 포물선이므로 $a > 0$

꼭짓점의 x 좌표 $-\frac{b}{2a} > 0$ 이므로 $b < 0$

y 절편 $c < 0$

따라서 $y = cx^2 + bx + a$ 의 그래프는 위로 볼록하고 꼭짓점의 x 좌표 $-\frac{b}{2c} < 0$, y 절편 $a > 0$ 인 포물선이다.

14. 지상 22m 되는 위치에서 초속 30m 로 위로 던져 올린 공의 t 초 후의 높이를 h m 라 하면 $h = -5t^2 + 30t + 22$ 인 관계가 성립한다. 이 공은 몇 초 후에 최고 높이에 도달하는가?

① 1 초

② 2 초

③ 3 초

④ 4 초

⑤ 5 초

해설

$$\begin{aligned}h &= -5(t^2 - 6t + 9 - 9) + 22 \\&= -5(t - 3)^2 + 67\end{aligned}$$

$t = 3$ 일 때, 최댓값 $h = 67$

15. 이차방정식 $x^2 - 3px - 3p = 0$ 을 $(x + a)^2 = \frac{21}{4}$ 의 꼴로 나타낼 수 있을 때, 양수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{7}{2}$

해설

$x^2 - 3px - 3p = 0$ 을 변형하면

$$\left(x - \frac{3}{2}p\right)^2 = \frac{9}{4}p^2 + 3p$$

이때, $a = -\frac{3}{2}p$, $\frac{9}{4}p^2 + 3p = \frac{21}{4}$ 이다.

$$\frac{9}{4}p^2 + 3p = \frac{21}{4} \text{ 에서 } 3p^2 + 4p - 7 = 0$$

$$(3p + 7)(p - 1) = 0$$

$$\therefore p = -\frac{7}{3} \text{ 또는 } p = 1$$

$$a = -\frac{3}{2}p \text{ 에서 } a > 0 \text{ 이므로 } p < 0, p = -\frac{7}{3}$$

$$\therefore a = -\frac{3}{2}p = \frac{7}{2}$$

16. 이차방정식 $x^2 - 6x + (a - 1) = 0$ 의 서로 다른 두 근이 모두 정수가 되도록 하는 자연수 a 값을 모두 더한 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$$x^2 - 6x = -a + 1, x^2 - 6x + 9 = -a + 10, (x - 3)^2 = -a + 10$$

$$x - 3 = \pm \sqrt{-a + 10}, x = 3 \pm \sqrt{10 - a}$$

두 근이 정수가 되려면 $10 - a$ 가 제곱수가 되어야 하므로

$$10 - a = 9, 4, 1 \text{ 에서 } a = 1, 6, 9$$

a 값 들의 합은 $1 + 6 + 9 = 16$ 이다.

17. $\frac{1}{2xy} + \frac{5y-1}{x} + \frac{x}{2y} - 3 = 0$ 을 만족하는 실수 x, y 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 3$

▷ 정답 : $y = 1$

해설

$\frac{1}{2xy} + \frac{5y-1}{x} + \frac{x}{2y} - 3 = 0$ 을 정리하면

$$x^2 - 6yx + 10y^2 - 2y + 1 = 0 \cdots \textcircled{7}$$

근의 공식에서

$$x = 3y \pm \sqrt{9y^2 - 10y^2 + 2y - 1}$$

$$\therefore x = 3y \pm \sqrt{-y^2 + 2y - 1}$$

이때, x, y 는 실수이므로 $-y^2 + 2y - 1 \geq 0$ 이어야 한다.

$$\text{즉, } y^2 - 2y + 1 = (y-1)^2 \leq 0$$

$$\therefore y = 1$$

$$\textcircled{7} \text{ 에서 } x^2 - 6x + 9 = 0$$

$$(x-3)^2 = 0$$

$$\therefore x = 3$$

따라서 $x = 3, y = 1$ 이다.

18. 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근이 p, q 일 때, 이차방정식 $acx^2 - (b^2 - 2ac)x + ac = 0$ 의 두 근을 각각 p, q 에 관한 식으로 나타내어라. (단, $abc \neq 0$)

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = \frac{q}{p}$

▷ 정답 : $x = \frac{p}{q}$

해설

$$ax^2 + bx + c = 0 \text{ 에서 } p + q = -\frac{b}{a}, pq = \frac{c}{a}$$

$$\therefore b = -a(p + q), c = apq$$

$$acx^2 - (b^2 - 2ac)x + ac = 0 \text{ 에서}$$

$$b^2 - 2ac = a^2(p + q)^2 - 2a^2pq = a^2p^2 + a^2q^2 \text{ 이므로}$$

$$acx^2 - (b^2 - 2ac)x + ac = a^2pqx^2 - a^2(p^2 + q^2)x + a^2pq = 0$$

양변을 a^2 으로 나누면

$$pqx^2 - (p^2 + q^2)x + pq = 0$$

$$(px - q)(qx - p) = 0$$

따라서 $x = \frac{q}{p}$ 또는 $x = \frac{p}{q}$ 이다.

19. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 - q$ 의 그래프가 x 축과 만나는 두 점 사이의 거리가 정수가 되게 하는 30 보다 작은 자연수 q 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : 8

▷ 정답 : 18

해설

$y = \frac{1}{2}x^2 - q$ 와 x 축과의 교점을 A, B라 하고, x 좌표를 구하면

$$\frac{1}{2}x^2 - q = 0 \text{에서}$$

$$x = \pm \sqrt{2q}$$

따라서 x 축과의 교점은 $A(-\sqrt{2q}, 0)$, $B(\sqrt{2q}, 0)$

즉, $\overline{AB} = 2\sqrt{2q}$ 이고 q 는 자연수이므로 $\sqrt{2q}$ 가 정수가 되면 된다.

$$\therefore q = 2, 8, 18$$

20. 이차함수 $y = 4x^2$ 의 그래프 위의 점 P와 점 Q는 좌표의 y 값이 같다. 두 점 P와 Q 그리고 $A(3, 0)$ 을 꼭짓점으로 하는 삼각형 PQA의 넓이가 32일 때, 점 P와 점 Q의 y 좌표값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

점 P의 좌표를 $(a, 4a^2)$ 이라 하면 점 Q의 좌표는 $(-a, 4a^2)$ 이므로

삼각형 PQA는 밑변이 $2a$, 높이는 $4a^2$ 이다.

$$\triangle PQA = \frac{1}{2} \times 2a \times 4a^2 = 4a^3 = 32$$

$$\therefore a = 2$$

따라서 점 P와 점 Q의 y 좌표값은 16이다.