**1.** 다음 삼차방정식을 풀었을 때 두 허근의 합을 구하여라.

$$x^3 - x^2 + x - 6 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $-1$

해설

$f(x) = x^3 - x^2 + x - 6$ 으로 놓으면 $f(2) = 8 - 4 + 2 - 6 = 0$ 이므로 $f(x)$ 는 $x - 2$ 를 인수로 갖는다.

$$\begin{array}{c|cccc} 2 & 1 & -1 & 1 & -6 \\ & & 2 & 2 & 6 \\ \hline & 1 & 1 & 3 & \boxed{0} \end{array}$$

위의 조립제법에서 $f(x) = (x-2)(x^2+x+3)$ 이므로 주어진 방정식은$(x-2)(x^2+x+3) = 0$

$\therefore x = 2\ ,\ x = \dfrac{-1 \pm \sqrt{11}i}{2}$

두 허근의 합은 $-1$

**2.** 사차방정식 $x^4 - 11x^2 + 30 = 0$의 네 근 중 가장 작은 근을 $a$, 가장 큰 근을 $b$라 할 때, $a^2 + b^2$의 값은?

① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

해설

$x^4 - 11x^2 + 30 = 0$

$(x^2 - 5)(x^2 - 6) = 0$

$\therefore\ x = \pm\sqrt{5},\ x = \pm\sqrt{6}$

가장 작은 근 $a = -\sqrt{6}$, 가장 큰 근 $b = \sqrt{6}$

$\therefore\ a^2 + b^2 = 6 + 6 = 12$

**3.** 삼차방정식 $2x^3-7x^2+11x+13=0$의 세 근을 $\alpha$, $\beta$, $\gamma$라고 할 때, 다음 (가), (나), (다)에 알맞은 값을 차례로 쓴 것은?

(가) $\alpha+\beta+\gamma$
(나) $\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha$
(다) $\alpha\beta\gamma$

① $\frac{7}{2}$, $\frac{11}{2}$, $-\frac{13}{2}$ ② $-\frac{7}{2}$, $\frac{13}{2}$, $\frac{11}{2}$ ③ $\frac{13}{2}$, $\frac{7}{2}$, $-\frac{11}{2}$
④ $\frac{11}{2}$, $-\frac{13}{2}$, $\frac{7}{2}$ ⑤ $\frac{7}{2}$, $-\frac{11}{2}$, $\frac{13}{2}$

해설

삼차방정식 $ax^3+bx^2+cx+d=0(a\neq 0)$의 세 근을 $\alpha$, $\beta$, $\gamma$라 하면

$$\alpha+\beta+\gamma=-\frac{b}{a}$$

$$\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=\frac{c}{a}$$

$$\alpha\beta\gamma=-\frac{d}{a}$$

**4.** 다음 중 $1+i$가 하나의 근이며 중근을 갖는 사차방정식은?

① $(x^2-2x+2)(x^2-2x+1)$

② $(x^2-2x+2)(x-1)(x+1)$

③ $(x^2-1)(x^2-2x-1)$

④ $(x^2+1)(x-1)(x+1)$

⑤ $(x^2+1)(x^2-2x+1)$

**해설**

한 근이 $1+i$이면
다른 한 근은 $1-i$이다.
$\therefore\ \{x-(1+i)\}\{x-(1-i)\}=0$
$\Rightarrow\quad x^2-2x+2=0$
주어진 조건에 맞는 방정식 :
$(x^2-2x+2)(x-\alpha)^2=0$
$\therefore$ ①이 조건에 맞다

**5.** 연립방정식 $\begin{cases} x-y=1 \\ x^2+y^2=5 \end{cases}$ 을 풀 때, $xy$의 값은?

① $-2$ ② $-1$ ③ $1$ ④ $2$ ⑤ $4$

해설

$$\begin{cases} x-y=1 \cdots ㉠ \\ x^2+y^2=5 \cdots ㉡ \end{cases}$$

㉡를 곱셈법칙에 의해 변형하면,

$x^2+y^2=(x-y)^2+2xy$

$5=1^2+2xy$

$\therefore\ xy=2$

**6.** 부등식 $|x-1|+|x-3|<6$의 해와 같은 해를 갖는 이차부등식으로 옳은 것은?

① $x^2-4x-5<0$　　② $x^2-4x+3<0$

③ $x^2-6x+5<0$　　④ $x^2-4x+3 \leqq 0$

⑤ $x^2-8x+15 \leqq 0$

**해설**

( i ) $x<1$일 때, $-x+1-x+3<6$

$x>-1$ $\therefore -1<x<1$

( ii ) $1 \leq x<3$일 때, $x-1-x+3<6$

$2<6$ $\therefore 1 \leq x<3$

(iii) $x \geq 3$일 때, $x-1+x-3<6$

$x<5$ $\therefore 3 \leq x<5$

$\therefore -1<x<5$

$\Leftrightarrow (x+1)(x-5)<0,\ x^2-4x-5<0$

**7.** 이차부등식 $x^2 + 2x + a < 0$의 해가 $-4 < x < 2$일 때, $a$의 값을 구하여라.(단, $a$는 상수)

▶ 답 :

▷ 정답 : $-8$

해설

해가 $-4 < x < 2$ 이므로

$(x+4)(x-2) < 0$

$x^2 + 2x - 8 = x^2 + 2x + a$

$\therefore a = -8$

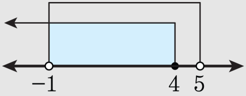
**8.** 연립부등식 $\begin{cases} 2x \le x+4 \\ x^2-4x-5<0 \end{cases}$ 을 만족시키는 정수 $x$의 개수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5 개

해설

㉠ $2x \le x+4$,
$\therefore x \le 4$
㉡ $x^2-4x-5<0$
$\Rightarrow (x-5)(x+1)<0$
$\therefore -1<x<5$




㉠, ㉡의 범위의
공통범위는 $-1<x\le 4$
$\therefore x=0,1,2,3,4$ 총 5 개

**9.** 두 점 $A(4, -3), B(a, 3)$ 사이의 거리가 $6\sqrt{2}$ 일 때, 양수 $a$ 의 값은?

① 6　　② 7　　③ 8　　④ 9　　⑤ 10

해설

두 점 $A(4, -3), B(a, 3)$ 에 대하여

$$\overline{AB} = \sqrt{(a-4)^2 + (3+3)^2}$$
$$= \sqrt{a^2 - 8a + 52}$$
$$= 6\sqrt{2}$$

위의 식의 양변을 제곱하면 $a^2 - 8a + 52 = 72$

$a^2 - 8a - 20 = 0$

$(a-10)(a+2) = 0$

$\therefore a = 10 (\because a > 0)$

**10.** 두 점 A$(-1,\ 2)$, B$(4,\ 5)$에서 같은 거리에 있는 $x$축 위의 점 P와 $y$축 위의 점Q의 좌표를 구하면?

① P$(2.4, -1)$, Q$(0,\ 6)$ ② P$(3.6, 0)$, Q$(-1,\ 6)$

③ P$(3.6,\ 0)$, Q$(0,\ 6)$ ④ P$(2.4, 0)$, Q$(0,\ 5)$

⑤ P$(3.6, 0)$, Q$(-1,\ 2)$

해설

A$(-1,\ 2)$, B$(4,\ 5)$에서 같은 거리에 있는 P$(x,\ 0)$ 과 Q$(0,\ y)$ 를 구해야 하므로 $\overline{AP} = \overline{BP}$ 에서 $\sqrt{(x+1)^2+2^2} = \sqrt{(x-4)^2+5^2}$

양변을 정리하면 $10x = 36$ ∴ $x = 3.6$ ∴ P$(3.6,\ 0)$

$\overline{AQ} = \overline{BQ}$에서 $\sqrt{1^2+(y-2)^2} = \sqrt{4^2+(y-5)^2}$

양변을 정리하면 $6y = 36$ ∴ $y = 6$ ∴ Q$(0,\ 6)$

**11.** 다음 세 점을 꼭짓점으로 하는 삼각형의 넓이를 구하여라.

$$(0,0),\ (2,6),\ (6,3)$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$$\frac{1}{2}|2\cdot 3-6\cdot 6|=15$$

**12.** $x^2 - x + 1 = 0$일 때, $x^{51}$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-1$

해설

$x^2 - x + 1 = 0$에서

$(x^2 - x + 1)(x + 1) = 0$

$\therefore x^3 + 1 = 0$

$x^3 = -1$

$x^{51} = (x^3)^{17} = (-1)^{17} = -1$

**13.** 연립방정식 $\begin{cases} x^2+y^2+2x=0 & \cdots\cdots ㉠ \\ x^2+y^2+x+y=2 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$ 을 풀면 $x=\alpha,\ y=\beta$ 또는 $x=\gamma,\ y=\delta$ 이다. 이 때, $\alpha^2+\beta^2+\gamma^2+\delta^2$ 의 값을 구하여라.

▶ **답 :**

▷ **정답 :** 6

해설

인수분해되는 식은 없으나 이차항을 소거할 수 있다.

㉠ − ㉡에서 $x-y=-2$, 즉 $y=x+2$

㉠에 대입하여 정리하면

$x^2+3x+2=0$

$(x+1)(x+2)=0$

$\therefore\ x=-1,\ -2$

$\therefore\ x=-1,\ y=1$ 또는 $x=-2,\ y=0$

$\therefore\ \alpha^2+\beta^2+\gamma^2+\delta^2=6$

**14.** 방정식 $2x^2+y^2+2xy-4x+4=0$ 을 만족시키는 실수 $x,\ y$의 곱 $xy$를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-4$

해설

$2x^2+y^2+2xy-4x+4=0$에서

$(x^2+2xy+y^2)+(x^2-4x+4)=0$

$(x+y)^2+(x-2)^2=0$

$x,\ y$가 실수이므로 $x+y=0,\ x-2=0$

$\therefore\ x=2,\ y=-2$

$\therefore\ xy=-4$

**15.** $x$에 대한 부등식 $x(x+1) < a(x+1)-1$의 해가 존재하지 않을 때, 실수 $a$의 범위는?

① $a \le -3$ 또는 $a \ge 1$

② $-3 \le a \le 1$

③ $a < -3$ 또는 $a > 1$

④ $-3 < a < 1$

⑤ $-1 \le a \le 3$

해설

$x(x+1) < a(x+1)-1$을 전개하여 이항하면 $x^2+(1-a)x-a+1 < 0$ 이차항의 계수가 양수이므로 판별식 $D \le 0$이면 부등식의 해가 없다.

$D = (1-a)^2 + 4(a-1) \le 0$

$(a-1)(a+3) \le 0$

$\therefore \quad -3 \le a \le 1$

**16.** 부등식 $(a-b)x+(b-2a)>0$의 해가 $x>\frac{3}{2}$일 때, 부등식 $ax^2+(a+2b)x+(a+3b)<0$의 해를 구하면?

① $3<x<7$ ② $-3<x<1$ ③ $x<2,\ x>3$

④ $-1<x<2$ ⑤ $x<-2,\ x>4$

해설

$(a-b)x>2a-b$의 해가 $x>\frac{3}{2}$이려면

$a-b>0,\ \frac{2a-b}{a-b}=\frac{3}{2}$이어야 한다.

$\therefore\ a=-b,\ \ b<0$

준 부등식 $-bx^2+bx+2b<0$에서

$x^2-x-2<0,\ (x-2)(x+1)<0$

$\therefore\ \ -1<x<2$

**17.** 부등식 $x^2 - 4|x| + 3 < 0$을 만족하는 정수 $x$의 개수는?

① 0개 ② 1개 ③ 2개

④ 3개 ⑤ 무수히 많다.

해설

$x^2 - 4|x| + 3 < 0$에서 $|x|^2 - 4|x| + 3 < 0$

$(|x| - 1)(|x| - 3) < 0$

$1 < |x| < 3$

따라서, 정수 $x = 2, -2$

**18.** 이차부등식 $[x]^2+[x]-12\le 0$의 해가 $a\le x<b$일 때, $a+b$의 값은? (단, $[x]$는 $x$보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

① $-2$ ② $-1$ ③ $0$ ④ $1$ ⑤ $2$

해설

$[x]^2+[x]-12\le 0$에서

$([x]+4)([x]-3)\le 0$

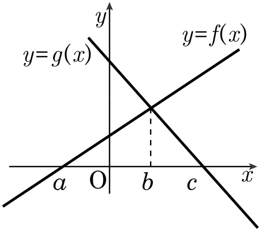
$\therefore -4\le [x]\le 3$

$x=-4,\ -3,\ -2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 3$

$\therefore -4\le x<4$

따라서 $a=-4,\ b=4$이므로 $a+b=0$이다

**19.** 두 개의 일차함수 $y = f(x)$ , $y = g(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차부등식 $f(x)g(x) \ge 0$ 의 해는?




① $a \le x \le b$ ② $a \le x \le c$

③ $b \le x \le c$ ④ $x \le b,\ x \ge c$

⑤ $x \le a,\ x \ge c$

해설

$f(x)g(x) \ge 0$ 을 만족하는 경우는 다음과 같이 두 가지의 경우가 있다.

$f(x) \ge 0,\ g(x) \ge 0$ 또는 $f(x) \le 0$ , $g(x) \le 0$

그런데 그래프에서 $f(x) \le 0,\ g(x) \le 0$의 경우는 없으므로 $f(x) \ge 0,\ g(x) \ge 0$을 만족하는 $x$의 범위를 구하면 된다.

주어진 함수의 그래프를 살펴 보면

$x \le a$일 때, $f(x) \le 0$ , $g(x) \ge 0$

$a \le x \le c$일 때, $f(x) \ge 0,\ g(x) \ge 0$

$x \ge c$일 때, $f(x) \ge 0,\ g(x) \le 0$

따라서 구하는 해는 $a \le x \le c$

**20.** 직선 $y=2x$ 위에 있고 점 $\mathrm{A}(2,0)$, $\mathrm{B}(3,1)$에서 같은 거리에 있는 점을 $\mathrm{P}(\alpha,\beta)$라고 할 때, $\alpha\beta$를 구하면?

① 0　② 1　③ 2　④ 3　⑤ 4

**해설**

$y=2x$ 위에 있으므로P $(\alpha, 2\alpha)$라 하면

$\overline{\mathrm{AP}}^2 = \overline{\mathrm{BP}}^2$이므로

$(\alpha-2)^2+(2\alpha)^2=(\alpha-3)^3+(2\alpha-1)^2$

$-4\alpha+4=-6\alpha-4\alpha+10$

$\therefore\ \alpha=1,\ \ \beta=2$

**21.** 좌표평면 위의 세 점 $A(-1,\ 2)$, $B(x,\ 0)$, $C(3,\ 1)$에 대하여 $\angle ABC$가 직각일 때, 실수 $x$의 값의 합은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$\triangle ABC$는 $\angle B$가 직각인 직각삼각형이므로
피타고라스의 정리에 의하여
$\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{AC}^2$이 성립한다.
$(x+1)^2 + 4 + (x-3)^2 + 1 = 16 + 1$
$x^2 - 2x - 1 = 0$
$\therefore$ 근과 계수와의 관계에 의하여 실수 $x$의 값의 합은 $2$이다.

**22.** 계수가 실수인 사차방정식 $x^4 + 2x^3 + ax^2 + bx + 15 = 0$의 한 근이 $1 + 2i$일 때, 나머지 세 근 중 실근의 합은?

① $-4$ ② $-3$ ③ $0$ ④ $3$ ⑤ $4$

해설

두 허근은 $1+2i$ , $1-2i$ 나머지 두 실근을 $\alpha, \beta$라 하면

네 근의 합 : $(1+2i)+(1-2i)+\alpha+\beta=-2$

$\therefore$ 두 실근의 합 : $\alpha+\beta=-4$

**23.** 연립방정식 $\begin{cases} xy+x+y=5 \\ x^2+xy+y^2=7 \end{cases}$ 을 만족하는 순서쌍 $(x,\ y)$ 의 개수는?

① 0개 ② 1개 ③ 2개 ④ 3개 ⑤ 4개

해설

$x+y=u,\ xy=v$ 라 하면

$$\begin{cases} u+v=5 & \cdots ㉠ \\ u^2-v=7 & \cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠을 ㉡에 대입하면

$u^2-(5-u)=7$

$u^2+u-12=0$

$(u+4)(u-3)=0$

$\therefore\ u=-4$ 또는 $u=3$

( i ) $u=-4,\ v=9$ , 즉 $x+y=-4,\ xy=9$ 일 때, $x,\ y$ 는 $t^2+4t+9=0$ 의 두 근이므로 $t=-2\pm\sqrt{5}i$

따라서, $x=-2\pm\sqrt{5}i,\ y=-2\mp\sqrt{5}i$ 이므로 (복부호 동순)

$(-2+\sqrt{5}i,\ -2-\sqrt{5}i),\ (-2-\sqrt{5}i,\ -2+\sqrt{5}i)$

( ii ) $u=3,\ v=2$ , 즉 $x+y=3,\ xy=2$ 일때, $x,\ y$ 는 $t^2-3t+2=0$ 의 두 근이므로

$(t-1)(t-2)=0$

$\therefore\ t=1$ 또는 $t=2$

따라서, $x=1,\ y=2$ 또는 $x=2,\ y=1$ 이므로

$(1,\ 2),\ (2,\ 1)$

( i ), ( ii ) 에서 구하는 순서쌍의 개수는 4 개이다

**24.** $|p| < 2$ 를 만족하는 모든 실수 $p$ 에 대하여 부등식 $x^2+px+1 > 2x+p$ 가 성립하도록 하는 $x$ 의 값의 범위는?

① $x \leq -3$ , $x = -1$ , $x \geq 1$ ② $x \leq -1$ , $x = 1$ , $x \geq 3$

③ $x \leq -3$ , $x \geq 1$ ④ $x \leq -1$ , $x \geq 3$

⑤ $-3 \leq x \leq -1$

해설

$x^2 + px + 1 > 2x + p$ , $(x-1)p + x^2 - 2x + 1 > 0$

$f(p) = (x-1)p + x^2 - 2x + 1$ 이라 하면

$-2 < p < 2$ 에서 $f(p) > 0$ 이기 위한 조건은

$f(-2) \geq 0$ 이고 $f(2) \geq 0$ 이어야 한다.

$f(-2) \geq 0$ 에서 $x^2 - 4x + 3 \geq 0$

$\therefore\ (x-1)(x-3) \geq 0$

$\therefore\ x \leq 1$ , $x \geq 3 \cdots$ ㉠

$f(2) \geq 0$ 에서 $x^2 - 1 \geq 0$

$\therefore\ (x+1)(x-1) \geq 0$

$\therefore\ x \leq -1$ , $x \geq 1 \cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 $\therefore\ x \leq -1,\ x = 1,\ x \geq 3$

그런데 $x = 1$ 일 때,

$f(p) = 0 \cdot p + 1^2 - 2 \cdot 1 + 1 = 0$ 이므로

주어진 조건을 만족하지 않는다.

따라서 구하는 $x$ 값의 범위는 $x \leq -1,\ x \geq 3$

**25.** 세 점 $A(1,\ 4)$, $B(-2,\ 3)$, $C(3,\ -2)$를 꼭짓점으로 하는 $\triangle ABC$ 가 있다. $\angle A$ 의 이등분선이 변 BC 와 만나는 점을 $D(a, b)$ 라 할 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

각의 이등분선의 정리에 의해, $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{DC}$

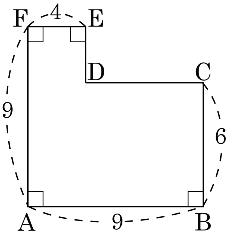
$\therefore\ \sqrt{10} : 2\sqrt{10} = \overline{BD} : \overline{DC} = 1 : 2$

$\therefore$ D 는 $\overline{BC}$를 $1 : 2$로 내분하는 점이다.

$$D = \left(\frac{1\times3+2\times(-2)}{1+2}, \frac{1\times(-2)+2\times3}{1+2}\right) = \left(-\frac{1}{3}, \frac{4}{3}\right)$$

$\therefore\ a+b=1$

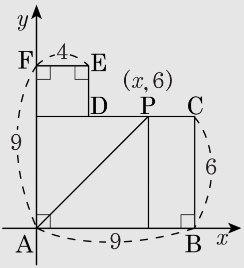
**26.** 아래 그림과 같은 도형 ABCDEF가 있다. 변 CD 위에 한 점 P를 잡아 선분 AP를 그었더니 선분 AP에 의해 도형의 넓이가 이등분되었다. 이 때, 선분 AP의 길이를 구하면?




① $\sqrt{83}$ ② $\sqrt{84}$ ③ $\sqrt{85}$ ④ $\sqrt{86}$ ⑤ $\sqrt{87}$

해설

그림과 같이 좌표평면 위에서 변 AB가 $x$축,
점 A가 원점이 되도록 하고, $\mathrm{P}(x,\ 6)$이라고 하면
$\overline{\mathrm{PC}} = 9 - x$이다.
이 때, 도형 ABCDEF의 넓이는 66이므로
사다리꼴 ABCP의 넓이는 33이다.




$\frac{1}{2} \times 6 \times \{9 + (9 - x)\} = 33$에서 $x = 7$이다.

$\therefore \overline{\mathrm{AP}} = \sqrt{(7-0)^2 + (6-0)^2} = \sqrt{85}$