

1. 이차함수 $y = f(x)$ 에서 $f(x) = x^2 - 2$ 일 때, 함숫값을 구한 것 중 옳지 않은 것은?

- ① $f(-1) = -1$ ② $f(0) = -2$ ③ $f(1) = 1$
④ $f(2) = 2$ ⑤ $f(3) = 7$

해설

③ $f(1) = 1^2 - 2 = -1$

2. 다음 이차함수의 그래프 중 그래프의 폭이 가장 좁은 것은?

- ① $y = \frac{1}{2}x^2$ ② $y = -x^2$ ③ $y = 3x^2 + 4$
④ $y = -2 - x^2$ ⑤ $y = x(10 - x)$

해설

이차항의 계수가 가장 큰 것은 $y = 3x^2 + 4$ 이므로 폭이 가장 좁다.

3. 이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동시키면 점 $(2, a)$ 를 지난다. 이때, a 의 값은?

① -6 ② -7 ③ -8 ④ 3 ⑤ 5

해설

$y = -x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동시킨 그래프는 $y = -x^2 - 2$ 이고 이 그래프가 점 $(2, a)$ 를 지나므로 $a = -4 - 2$, $a = -6$ 이다.

4. 다음 이차방정식 중에서 근의 개수가 다른 하나는?

① $x^2 + 3x + 3 = 0$

② $3x^2 + 2x - 10 = 0$

③ $3x^2 - 6x + 1 = 0$

④ $x^2 + 2x - 4 = 0$

⑤ $(x - 2)^2 = 3$

해설

① $D = 9 - 12 < 0$ 이므로 해가 없다.
나머지 모두 해의 갯수는 2개이다.

5. 이차방정식 $x^2 - 4x + 1 = 0$ 의 두 근 중 큰 근을 m , 작은 근을 n 이라 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① $m + n = 4$ ② $mn = 1$ ③ $m - n = 2\sqrt{3}$
④ $n > 0$ ⑤ $m^2 + n^2 = 16$

해설

근과 계수와의 관계에서

① $m + n = 4$, ② $mn = 1$

③ $(m - n)^2 = (m + n)^2 - 4mn = 16 - 4 = 12$

$m - n = 2\sqrt{3}$ ($\because m > n$)

④ $m + n > 0$, $mn > 0$ 이므로 $m > 0$, $n > 0$ 이다.

⑤ $m^2 + n^2 = (m + n)^2 - 2mn = 16 - 2 = 14$

6. 이차함수 $y = x^2 - 4ax + 24$ 의 그래프의 꼭짓점이 직선 $y = 2x$ 의 위에 있을 때, 양수 a 의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} y &= x^2 - 4ax + 24 \\ &= (x - 2a)^2 - 4a^2 + 24 \end{aligned}$$

꼭짓점 $(2a, -4a^2 + 24)$ 가 직선 $y = 2x$ 의 위에 있으므로

$$-4a^2 + 24 = 4a$$

$$a^2 + a - 6 = 0$$

$$(a - 2)(a + 3) = 0$$

따라서 양수 $a = 2$ 이다.

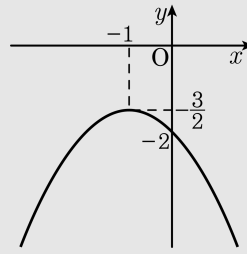
7. 이차함수 $y = -\frac{1}{2}(x+1)^2 - \frac{3}{2}$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값도 증가하는 x 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x < -1$

해설

그래프를 그려보면 다음과 같다. 따라서 x 의 값의 범위는 $x < -1$ 이다.



8. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 5$ 의 그래프의 y 축과의 교점을 A , 원점을 O , 꼭짓점을 B 라 할 때, $\triangle AOB$ 의 넓이를 구하면?

① 2.5 ② 3 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7.5

해설

A(0, 5) , O(0, 0)

$$y = \frac{1}{2}(x^2 - 4x) + 5 = \frac{1}{2}(x - 2)^2 + 3$$

꼭짓점 B(2, 3)

$$\therefore \triangle AOB = \frac{1}{2} \times 5 \times 2 = 5$$

9. 꼭짓점의 좌표가 $(-1, 1)$ 인 포물선이 두 점 $(2, 10)$, $(1, a)$ 를 지날 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

꼭짓점의 좌표가 $(-1, 1)$ 이므로
 $y = a(x + 1)^2 + 1$ 이고 점 $(2, 10)$ 을 지나므로
 $10 = a(2 + 1)^2 + 1 \quad \therefore a = 1$
 $y = (x + 1)^2 + 1$ 이다.
점 $(1, a)$ 를 지나므로
 $a = (1 + 1)^2 + 1$
 $\therefore a = 5$

10. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 x 축과 두 점 $(-3, 0)$, $(1, 0)$ 에서 만나고 최댓값이 8 일 때, a , b , c 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -2$

▷ 정답 : $b = -4$

▷ 정답 : $c = 6$

해설

$$\begin{aligned} y &= a(x+3)(x-1) \\ &= a(x^2+2x-3) \\ &= a(x+1)^2-4a \\ -4a &= 8 \text{ 이므로 } a = -2 \\ y &= -2(x^2+2x-3) \\ &= -2x^2-4x+6 \\ \therefore b &= -4, c = 6 \end{aligned}$$

11. 이차함수 $y = x^2 + 6x - 5$ 의 최솟값을 m , $y = -x^2 - 6x - 5$ 의 최댓값을 M 이라 했을 때, $M + m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -10

해설

$$\begin{aligned} y &= x^2 + 6x - 5 \\ &= (x + 3)^2 - 14 \end{aligned}$$

따라서 최솟값은 $m = -14$

$$\begin{aligned} y &= -x^2 - 6x - 5 \\ &= -(x + 3)^2 + 4 \end{aligned}$$

따라서 최댓값은 $M = 4$

$$\therefore M + m = 4 + (-14) = -10$$

12. 이차함수 $y = -2x^2 + b(1-a)x + 3$ 은 축의 방정식이 $x = -1$ 이고, 최댓값은 b 이다. 이때, 상수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{34}{5}$

해설

$$\begin{aligned}y &= -2(x+1)^2 + b \\&= -2(x^2 + 2x + 1) + b \\&= -2x^2 - 4x - 2 + b \\-2 + b &= 3 \\\therefore b &= 5 \\b - ab &= -4, \quad 5 - 5a = -4 \\-5a &= -9 \\\therefore a &= \frac{9}{5} \\\therefore a + b &= \frac{9}{5} + \frac{25}{5} = \frac{34}{5}\end{aligned}$$

13. 이차함수 $y = x^2 + 2ax + a - 3$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, m 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{11}{4}$

해설

$$\begin{aligned} y &= x^2 + 2ax + a - 3 \\ &= (x + a)^2 - a^2 + a - 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{최솟값 } M &= -a^2 + a - 3 \\ &= -(a^2 - a) - 3 \\ &= -\left(a - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{4} - 3 \\ &= -\left(a - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{11}{4} \end{aligned}$$

따라서 m 의 최댓값은 $-\frac{11}{4}$ 이다.

14. 차가 4 인 두 수 중에서 그 제곱의 합이 최소가 되는 두 수를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

▷ 정답 : 2

해설

두 수를 각각 x , $x+4$ 라 하면

$$\begin{aligned} y &= x^2 + (x+4)^2 \\ &= 2x^2 + 8x + 16 \\ &= 2(x+2)^2 + 8 \end{aligned}$$

$x = -2$ 일 때, 최솟값 8 을 갖는다.

$\therefore x = -2$, $x+4 = 2$

따라서 구하는 두 수는 $-2, 2$

15. 둘레의 길이가 20 cm 인 철사를 구부려서 부채꼴 모양을 만들려고 한다. 부채꼴의 넓이가 최대가 되도록 하는 부채꼴의 반지름을 a , 이때 부채꼴의 넓이를 b 라 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

부채꼴의 넓이를 S 라 하면

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2}a(20 - 2a) = a(10 - a) = -a^2 + 10a \\ &= -(a^2 - 10a + 25) + 25 \\ &= -(a - 5)^2 + 25 \end{aligned}$$

$$a = 5, b = 25$$

따라서 $a + b = 30$ 이다.

16. 지면으로부터 초속 30m 로 위로 던진 공의 t 초 후의 높이를 h m 라고 하면 $h = -5t^2 + 30t$ 인 관계가 성립한다. 이 공이 가장 높이 올라갔을 때의 지면으로부터의 높이를 구하여라.

▶ 답 : m

▷ 정답 : 45 m

해설

$h = -5t^2 + 30t$ 에서 $h = -5(t - 3)^2 + 45$ 이다.
따라서 가장 높이 올라갔을 때의 높이는 45m 이다.

17. 이차방정식 $x^2 - 6x + (a - 1) = 0$ 의 서로 다른 두 근이 모두 정수가 되도록 하는 자연수 a 값을 모두 더하면?

① 13 ② 14 ③ 15 ④ 16 ⑤ 18

해설

$$x^2 - 6x = -a + 1, x^2 - 6x + 9 = -a + 10, (x - 3)^2 = -a + 10$$

$$x - 3 = \pm \sqrt{-a + 10}, x = 3 \pm \sqrt{10 - a}$$

두 근이 정수가 되려면 $10 - a$ 가 제곱수가 되어야 하므로

$$10 - a = 9, 4, 1 \text{ 에서 } a = 1, 6, 9$$

따라서 a 값들의 합은 $1 + 6 + 9 = 16$ 이다.

18. 서로 다른 수 x, y 에 대하여 $2x^2 - 4xy + 2y^2 = 6x - 6y$ 가 성립할 때, $x - y$ 의 값을 구하여라. (단, $x \neq y, xy \neq 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$2x^2 - 4xy + 2y^2 = 6x - 6y$$

$$x^2 - 2xy + y^2 - 3x + 3y = 0$$

$$(x - y)^2 - 3(x - y) = 0$$

$$(x - y)(x - y - 3) = 0$$

$x \neq y$ 이므로 $x - y - 3 = 0, x - y = 3$ 이다.

19. 한 개의 주사위를 두 번 던져 처음 나온 눈의 수를 k , 두 번째 나온 눈의 수를 m 이라고 할 때, 이차방정식 $x^2 + (k-1)x + m = 0$ 의 해가 1개가 되는 확률은?

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{12}$ ③ $\frac{1}{18}$ ④ $\frac{1}{9}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

해설

주어진 이차방정식이 중근을 가지려면

$$D = (k-1)^2 - 4m = 0$$

$$(k-1)^2 = 4m \text{ 이므로}$$

$$(k, m) = (3, 1), (5, 4)$$

따라서 확률은 $\frac{2}{36} = \frac{1}{18}$ 이다.

20. 이차방정식 $x^2 - (k+2)x - 3 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $3(\alpha^2 - k\alpha - 3)(\beta^2 - k\beta - 3)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -36

해설

$x^2 - (k+2)x - 3 = 0$ 의 두 근이 α, β 이므로
 $\alpha^2 - k\alpha - 2\alpha - 3 = 0$ 에서, $\alpha^2 - k\alpha - 3 = 2\alpha$
 $\beta^2 - k\beta - 2\beta - 3 = 0$ 에서, $\beta^2 - k\beta - 3 = 2\beta$
두 근의 곱 $\alpha\beta = -3$
 $\therefore 3(\alpha^2 - k\alpha - 3)(\beta^2 - k\beta - 3) = 3 \times 2\alpha \times 2\beta = -36$

21. $x^2 - mx + n = 0$ 의 해를 α, β 라 할 때, $\alpha + \beta, \alpha\beta$ 를 두 근으로 하는 이차방정식은 $x^2 - 5x + 6 = 0$ 이다. 실수 m, n 에 대해 $m + n$ 의 값을 구하여라. (단, $m > n$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$x^2 - mx + n = 0 \text{ 에서 } \begin{cases} \alpha + \beta = m \\ \alpha\beta = n \end{cases} \dots \textcircled{1}$$

또 $x^2 - 5x + 6 = 0$ 에서

$$\begin{cases} \alpha + \beta + \alpha\beta = 5 \\ (\alpha + \beta)\alpha\beta = 6 \end{cases} \dots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}$ 을 $\textcircled{2}$ 에 대입하면 $m + n = 5, mn = 6$

$\therefore m + n = 5$

22. 이차방정식 $x^2 + mx + n = 0$ 의 두 근은 연속하는 짝수이다. 두 근의 제곱의 차가 12일 때, $n - m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$x^2 + mx + n = 0$ 의 두 근을 $a, a + 2$ (단, a 는 짝수)로 놓으면

$$m = -2a - 2, n = a^2 + 2a$$

$$(a + 2)^2 - a^2 = 12 \text{ 에서}$$

$$4a + 4 = 12, 4a = 8, a = 2$$

$$m = -2 \times 2 - 2 = -6$$

$$n = 4 + 4 = 8$$

$$\therefore n - m = 8 + 6 = 14$$

23. $6x^2 - 13xy - 5y^2 = 0$ 일 때, $\frac{y}{x} + \frac{x}{y}$ 의 값은? (단, $xy > 0$)

- ① $\frac{11}{10}$ ② $\frac{13}{10}$ ③ $\frac{17}{10}$ ④ $\frac{23}{10}$ ⑤ $\frac{29}{10}$

해설

등식을 y^2 으로 나누면, $\frac{6x^2}{y^2} - \frac{13x}{y} - 5 = 0$

$\frac{x}{y} = t$ 로 치환하면 $6t^2 - 13t - 5 = 0$

$(2t - 5)(3t + 1) = 0 \quad \therefore t = \frac{5}{2} (\because xy > 0)$

$\therefore \frac{y}{x} + \frac{x}{y} = \frac{2}{5} + \frac{5}{2} = \frac{29}{10}$

24. 12월 중 3일 동안 눈이 왔는데 눈이 오기 시작하는 날의 날짜의 제곱은 나머지 2일의 날짜의 합과 같다. 눈이 오기 시작하는 날의 날짜는?
- ① 12월 3일 ② 12월 4일 ③ 12월 5일
④ 12월 6일 ⑤ 12월 7일

해설

눈이 내린 날의 날짜를 $x-1$, x , $x+1$ 이라고 하면

$$(x-1)^2 = x + (x+1)$$

$$x^2 - 2x + 1 = 2x + 1$$

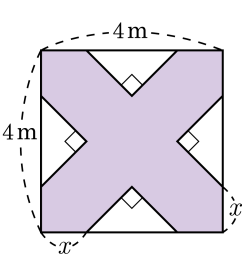
$$x^2 - 4x = 0$$

$$x(x-4) = 0$$

$$x > 0 \text{ 이므로 } x = 4 \text{ (일)}$$

따라서 눈이 오기 시작한 날짜는 12월 3일이다.

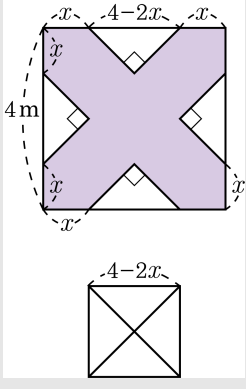
25. 한 변의 길이가 4m 인 정사각형 모양의 어느 벽면에 다음 그림과 같이 4개의 똑같은 직각이등변삼각형을 제외한 나머지 부분에 칠을 하려고 한다. 칠한 부분의 넓이가 전체 넓이의 $\frac{3}{4}$ 이라 할 때, x 의 값은?



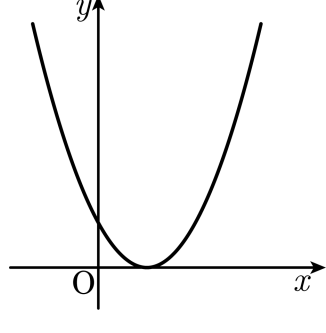
- ㉠ 1m
 ㉡ $\frac{1}{2}$ m
 ㉢ $(-2 + \sqrt{7})$ m
- ㉣ $\frac{3}{4}$ m
 ㉤ $\frac{5}{8}$ m

해설

빗변의 길이가 $4 - 2x$ 인 직각이등변 삼각형 4개를 붙이면 한 변의 길이가 $4 - 2x$ 인 정사각형이 된다. 색칠된 부분의 넓이가 전체 넓이의 $\frac{3}{4}$ 이므로 다음 그림의 정사각형의 넓이는 전체의 $\frac{1}{4}$ 이다. $(4 - 2x)^2 = \frac{1}{4} \times 16$
 $16 - 16x + 4x^2 = 4$
 $x^2 - 4x + 3 = (x - 3)(x - 1) = 0$
 $\therefore x = 1$ 또는 $x = 3$
 $x < 2$ 이므로 $x = 1$ (m)



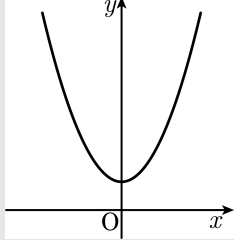
26. 이차함수 $y = a(x-p)^2 + q$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, 이차함수 $y = p(x-q)^2 + a$ 의 그래프가 지나는 사분면을 모두 고르면?



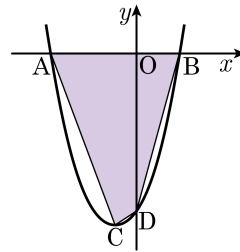
- ① 제1, 2 사분면
- ② 제3, 4 사분면
- ③ 제1, 2, 4 사분면
- ④ 제2, 3, 4 사분면
- ⑤ 제1, 2, 3, 4 사분면

해설

이차함수 $y = a(x-p)^2 + q$ 는 아래로 볼록하고, 꼭짓점 (p, q) 가 x 축 위에 있으므로 $a > 0, p > 0, q = 0$ 이다.
 $y = p(x-q)^2 + a$ 의 그래프는 아래 그래프와 같다.
따라서 이차함수 $y = p(x-q)^2 + a$ 의 그래프가 지나는 사분면은 제1, 2 사분면이다.



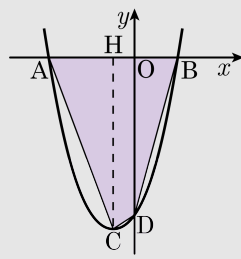
27. 다음 이차함수 $y = x^2 + 2x - 8$ 의 그래프에서 x 축과의 교점을 각각 A, B라 하고 꼭짓점의 좌표를 C, y 축과의 교점을 D라 할 때 $\square ABDC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설



$$\text{i) } 0 = x^2 + 2x - 8 = (x + 4)(x - 2)$$

$$\therefore x = -4 \text{ 또는 } x = 2$$

$$\therefore A(-4, 0), B(2, 0), D(0, -8)$$

$$\begin{aligned} \text{ii) } y &= x^2 + 2x - 8 \\ &= (x^2 + 2x + 1) - 9 \\ &= (x + 1)^2 - 9 \end{aligned}$$

$$\therefore C(-1, -9)$$

$$\begin{aligned} \text{iii) } \square ABDC &= \triangle ACH + \triangle ODB + \square HCDO \\ &= 3 \times 9 \times \frac{1}{2} + 2 \times \frac{1}{2} \times 8 + (8 + 9) \times 1 \times \frac{1}{2} \\ &= \frac{27}{2} + 8 + \frac{17}{2} = 30 \end{aligned}$$

28. 포물선 $y = -2x^2 - bx + c$ 에서 $b < 0$, $c > 0$ 이면 꼭짓점은 제 몇 사분면 위에 있는가?

- ① 원점
- ② 제1 사분면
- ③ 제2 사분면
- ④ 제3 사분면
- ⑤ 제4 사분면

해설

$$y = -2x^2 - bx + c = -2\left(x + \frac{b}{4}\right)^2 + \frac{b^2}{8} + c = -2\left(x + \frac{b}{4}\right)^2 + \frac{b^2 + 8c}{8}$$

$$\therefore \text{꼭짓점의 좌표는 } \left(-\frac{b}{4}, \frac{b^2 + 8c}{8}\right)$$

$$\text{그런데 } b < 0, c > 0 \text{ 이므로 } -\frac{b}{4} > 0, \frac{b^2 + 8c}{8} > 0$$

$$\therefore \text{제 1 사분면}$$

29. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 는 직선 $x = 2$ 에 대하여 대칭이고, 직선 $y = x - 1$ 과 만나는 점의 x 좌표가 3, -2 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하면?

- ① 0 ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ 1 ⑤ 2

해설

$x = 2$ 에 대하여 대칭이므로 $y = a(x - 2)^2 + q$ 이고,
 $y = x - 1$ 에서 (3, 2), (-2, -3)을 지나므로,
 $a + q = 2, 16a + q = -3$ 에서
 $a = -\frac{1}{3}, q = \frac{7}{3}$ 이므로
 $y = -\frac{1}{3}(x - 2)^2 + \frac{7}{3} = -\frac{1}{3}x^2 + \frac{4}{3}x + 1$
따라서 $y = a + b + c = 2$ 이다.

30. $y = x^2$ 의 그래프를 평행이동하였더니 세 점 $(-1, 0)$, $(3, 0)$, $(4, k)$ 를 지나는 포물선이 되었다. k 의 값을 구하면?

① -6

② -2

③ 0

④ 5

⑤ 11

해설

$y = x^2$ 을 평행이동하였더니 $(-1, 0)$, $(3, 0)$ 을 지나므로 $y = (x + 1)(x - 3)$
 $(4, k)$ 를 대입하면 $k = (4 + 1)(4 - 3)$
따라서 $k = 5$ 이다.

31. $x = -3$ 일 때 최댓값 4 를 갖고, y 절편이 2 인 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식을 $y = ax^2 + bx + c$ 라 할 때, 상수 a, b, c 의 곱 abc 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{16}{27}$

해설

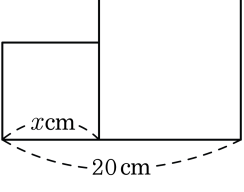
$$\begin{aligned}y &= a(x+3)^2 + 4 \\&= a(x^2 + 6x + 9) + 4 \\&= ax^2 + 6ax + 9a + 4\end{aligned}$$

$$9a + 4 = 2, \quad 9a = -2 \text{ 이므로 } a = -\frac{2}{9}$$

$$y = -\frac{2}{9}x^2 - \frac{4}{3}x + 2$$

$$\therefore abc = \left(-\frac{2}{9}\right) \times \left(-\frac{4}{3}\right) \times 2 = \frac{16}{27}$$

32. 다음 그림과 같이 길이가 20cm 인 선분을 두 부분으로 나누어, 그 각각을 한 변으로 하는 정사각형 두 개를 만들려고 한다. 두 정사각형의 넓이의 합이 최소가 되게 할 때, 작은 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

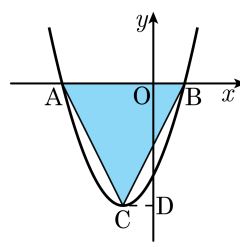
▷ 정답 : 10 cm

해설

작은 정사각형의 한 변의 길이를 x , 큰 정사각형의 한 변의 길이를 $20 - x$,
 넓이를 y 라고 하면
 $y = x^2 + (20 - x)^2$
 $= 2x^2 - 40x + 400$
 $= 2(x - 10)^2 + 200$
 따라서 $x = 10$ 일 때, 최솟값 200 을 갖는다.

33. 다음 그림과 같이 $y = x^2 + 2x - 3$ 의 그래프가 x 축과 만나는 두 점을 A, B, 꼭짓점을 C 라 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?

- ① 6 ② 7 ③ 8
④ 9 ⑤ 10



해설

$$y = x^2 + 2x - 3 = (x + 1)^2 - 4$$

꼭짓점 C(-1, -4)

$y = 0$ 일 때 $x^2 + 2x - 3 = (x + 3)(x - 1) = 0$ 이므로

A(-3, 0), B(1, 0)

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$$