

1. 다음 등식 중에서 이차방정식에 해당하는 글자를 차례대로 쓰면 어떠한 문장이 된다.

이차방정식인 것을 골라 문장을 구하여라.

㉠ $4x(x-1) = 3x+1$ 신

㉡ $2x^2+1 = 2x(x-1)$ 바

㉢ $-x^2+5x-2$ 램

㉣ $(x-1)(x+2) = 0$ 나

㉤ $4x^2+1 = 4(x+1)$ 는

㉥ $6x-1$ 방

㉦ $x^2+2x = x^2-1$ 정

㉧ $2(x-1)(x+1) = 2x^2+1$ 식

㉨ $10x^2+5x-12 = 0$ 수

㉩ $x(x+2) = 0$ 학

▶ 답:

▷ 정답: 신나는 수학

해설

- ㉠ x 에 대한 이차방정식이다.
- ㉡ 정리하면 $2x+1 = 0$: x 에 대한 일차방정식이다.
- ㉢ x 에 대한 이차식이다.
- ㉣ 정리하면 $x^2+x-2 = 0$: x 에 대한 이차방정식이다.
- ㉤ x 에 대한 이차방정식이다.
- ㉥ x 에 대한 일차식이다.
- ㉦ 정리하면 $2x+1 = 0$: x 에 대한 일차방정식이다.
- ㉧ 정리하면 $0 = 3$: 이차방정식이 아니다. 거짓인 등식이다.
- ㉨ x 에 대한 이차방정식이다.
- ㉩ x 에 대한 이차방정식이다.

2. 다음 이차방정식을 풀어라.

$$x^2 - 9x - 52 = 0$$

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x = 13$

▷ 정답: $x = -4$

해설

$$x^2 - 9x - 52 = 0$$

$$(x - 13)(x + 4) = 0$$

$$\therefore x = 13 \text{ 또는 } x = -4$$

3. 이차함수 $y = -\frac{5}{4}(x-3)^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭인 포물선이 점 $(7, a)$ 를 지날 때, 상수 a 의 값을 구하면?

- ① 16 ② 17 ③ 18 ④ 19 ⑤ 20

해설

$y = -\frac{5}{4}(x-3)^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭인 포물선은 $y = \frac{5}{4}(x-3)^2$ 이다.

이다. 따라서 식에 $(7, a)$ 를 대입하면 $a = \frac{5}{4} \times 4^2 = 20$ 이다.

4. 이차함수 $y = -2x^2 - 8x - 7$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면은?

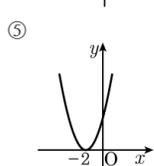
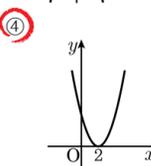
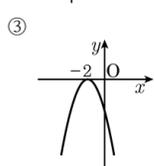
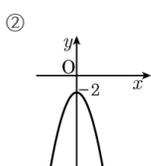
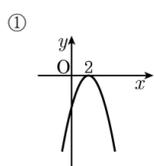
- ① 제 1사분면
- ② 제 2사분면
- ③ 제 3사분면
- ④ 제 4사분면
- ⑤ 모든 사분면을 지난다.

해설

$$-2 < 0, -7 < 0$$

즉, 그래프가 위로 볼록하고, y 절편이 음수이기 때문에 제 1사분면을 지나지 않는다.

5. 다음 중 이차함수 $y = x^2 - 4x + 4$ 의 그래프로 알맞은 것은?



해설

$y = (x-2)^2$ 의 그래프이므로 아래로 볼록하고, 꼭짓점이 $(2, 0)$ 인 그래프이다.

6. x 에 관한 이차방정식 $x^2 - ax + 2a - 3 = 0$ 의 한 근이 a 일 때, a 의 값은?

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1 ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 6

해설

$$x = a \text{ 를 대입하면 } a^2 - a^2 + 2a - 3 = 0$$

$$2a - 3 = 0, a = \frac{3}{2}$$

7. 이차방정식 $(x+3)^2 - 6 = 0$ 을 풀면?

- ① $x = 3 \pm \sqrt{6}$ ② $x = 3 \pm \sqrt{2}$ ③ $x = -3 \pm \sqrt{6}$
④ $x = -3 \pm \sqrt{2}$ ⑤ $x = -2 \pm \sqrt{6}$

해설

$$\begin{aligned}(x+3)^2 - 6 &= 0, (x+3)^2 = 6 \\ x+3 &= \pm\sqrt{6} \\ \therefore x &= -3 \pm \sqrt{6}\end{aligned}$$

8. 다음 중 이차방정식과 해가 알맞게 짝지어진 것은?

① $(x-3)^2 = 2 \rightarrow x = -3 \pm \sqrt{2}$

② $2(x+1)^2 = 6 \rightarrow x = -1 \pm \sqrt{3}$

③ $x^2 + 2x = 1 \rightarrow x = 1 \pm \sqrt{2}$

④ $x^2 + 4 = -6x \rightarrow x = -5 \pm \sqrt{3}$

⑤ $x^2 + 8x + 5 = 0 \rightarrow x = 2 \pm \sqrt{3}$

해설

① $x = 3 \pm \sqrt{2}$

③ $(x+1)^2 = 2, x = -1 \pm \sqrt{2}$

④ $(x+3)^2 = 5, x = -3 \pm \sqrt{5}$

⑤ $(x+4)^2 = 11, x = -4 \pm \sqrt{11}$

9. $x^2 - 8x + 4 = 2x - 3a^2$ 가 중근을 갖게 하는 a 의 값은?

- ① -7 ② -5 ③ 7 ④ 5 ⑤ $\pm\sqrt{7}$

해설

$$x^2 - 10x + (4 + 3a^2) = 0 \text{ 이 중근을 가지려면}$$

$$D = (-10)^2 - 4(4 + 3a^2) = 0$$

$$\therefore a = \pm\sqrt{7}$$

10. 다음 중 두 근의 합과 두 근의 곱이 같은 것은?

① $x^2 - 4 = 0$

② $x^2 - 2x - 2 = 0$

③ $x^2 + 2x - 2 = 0$

④ $x^2 + 2x - 4 = 0$

⑤ $x^2 - 4x + 2 = 0$

해설

근과 계수와의 관계에 의해 각각 구해보면

① 두 근의 합=0, 곱=-4

② 두 근의 합=2, 곱=-2

③ 두 근의 합=-2, 곱=-2

④ 두 근의 합=-2, 곱=-4

⑤ 두 근의 합=4, 곱=2

11. 가로, 세로의 길이의 비가 3 : 2 이고 넓이가 150cm^2 인 직사각형이 있다. 이 때, 가로의 길이는?

① 15cm ② 18cm ③ 12cm ④ 10cm ⑤ 16cm

해설

가로의 길이를 $3x\text{cm}$, 세로의 길이를 $2x\text{cm}$ 라고 하면,

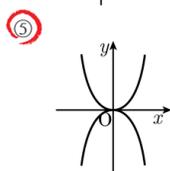
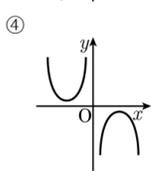
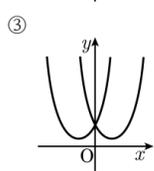
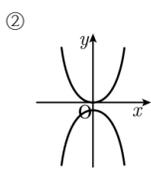
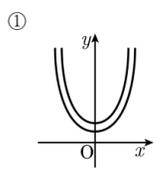
$$3x \times 2x = 150$$

$$6x^2 = 150$$

$$\therefore x = 5(\because x > 0)$$

$$\therefore 3x = 15$$

12. 다음 중 두 그래프가 x 축에 대하여 서로 대칭인 것은?



해설

그래프를 x 축을 기준으로 반대방향으로 그린 것이다.

13. $y = -3(x-2)^2 + 3$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -5 만큼, y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동시킨 식의 x^2 의 계수는?

① 3 ② -3 ③ 6 ④ -6 ⑤ -18

해설

그래프를 평행이동했을 때 이차항의 계수는 변하지 않는다.

14. 이차함수 $y = -7(x + 2)^2 + 3$ 의 축과 꼭짓점의 좌표를 구하면?

- ① 꼭짓점 $(-2, -3)$, 축 $x = -2$
- ② 꼭짓점 $(-2, -3)$, 축 $x = -3$
- ③ 꼭짓점 $(-2, 3)$, 축 $x = -2$
- ④ 꼭짓점 $(-2, 3)$, 축 $x = 3$
- ⑤ 꼭짓점 $(2, 3)$, 축 $x = 2$

해설

꼭짓점 $(-2, 3)$, 축 $x = -2$

15. 이차방정식 $ax^2 - 4x - 1 = 0$ 의 근이 $x = \frac{2 \pm \sqrt{b}}{3}$ 라 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4+a}}{a} = \frac{2 \pm \sqrt{b}}{3} \text{ 에서}$$

$$a = 3, b = 7$$

$$\therefore a + b = 10$$

16. 이차방정식 $x^2 + 4x - 1 = 0$ 의 두 근 중에서 양수를 a 라 할 때, $n < a < n + 1$ 을 만족하는 정수 n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$x^2 + 4x - 1 = 0$ 의 두 근은 $x = -2 \pm \sqrt{5}$
 a 는 양수이므로 $a = -2 + \sqrt{5}$
 $0 < -2 + \sqrt{5} < 1$
 $\therefore n = 0$

17. 이차방정식 $x^2 - (k+1)x + k + \frac{1}{4} = 0$ 이 중근을 갖도록 k 의 값을 정하고, 그 중근을 구하여라. (단, $k \neq 0$)

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $k = 2$

▷ 정답: $x = \frac{3}{2}$

해설

$$D = \{-(k+1)\}^2 - 4\left(k + \frac{1}{4}\right) = 0$$

$$k^2 - 2k = 0$$

$k \neq 0$ 이므로 $k = 2$ 이다.

$k = 2$ 를 주어진 식에 대입하면

$$x^2 - 3x + \frac{9}{4} = 0$$

$$\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = 0$$

$$\therefore x = \frac{3}{2} \text{ (중근)}$$

18. n 개의 수 중 2개의 수를 골라 만들 수 있는 두 자리의 자연수는 20개일 때, n 의 값은?

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$$\begin{aligned}n(n-1) &= 20 \\n^2 - n - 20 &= 0 \\(n-5)(n+4) &= 0 \\n > 0 \text{ 이므로 } n &= 5 \text{ 이다.}\end{aligned}$$

19. 이차함수 $y = 2x^2 - 4x + 3$ 과 $y = x^2 + ax + b$ 의 꼭짓점의 좌표가 일치할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

$$\begin{aligned}y &= 2x^2 - 4x + 3 \\ &= 2(x^2 - 2x + 1 - 1) + 3 \\ &= 2(x-1)^2 - 2 + 3 \\ &= 2(x-1)^2 + 1\end{aligned}$$

꼭짓점의 좌표: (1, 1)

꼭짓점의 좌표가 일치하므로

$$y = x^2 + ax + b = (x-1)^2 + 1 = x^2 - 2x + 2$$

$$\therefore a = -2, b = 2, a + b = 0$$

20. 이차함수 $y = x^2 - 8x + 2k - 3$ 의 꼭짓점이 직선 $y = x + 3$ 위에 있다고 한다. 이때, k 의 값을 구하면?

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

해설

$y = x^2 - 8x + 2k - 3 = (x - 4)^2 + 2k - 19$
꼭짓점 $(4, 2k - 19)$ 가 $y = x + 3$ 위에 있으므로 $2k - 19 = 7$,
 $2k = 26$
 $\therefore k = 13$

21. $x^2 - 3x + 1 = 0$ 일 때, $x^2 + x + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

$x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 양변을 x 로 나누면

$$x - 3 + \frac{1}{x} = 0 \quad \therefore x + \frac{1}{x} = 3$$

$$\begin{aligned} x^2 + x + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} &= \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 + \left(x + \frac{1}{x}\right) \\ &= 9 - 2 + 3 = 10 \end{aligned}$$

22. 이차방정식 $x^2 + mx + n = 0$ 의 두 근은 연속하는 짝수이다. 두 근의 제곱의 차가 12일 때, $n - m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$x^2 + mx + n = 0$ 의 두 근을 $a, a + 2$ (단, a 는 짝수)로 놓으면

$$m = -2a - 2, n = a^2 + 2a$$

$$(a + 2)^2 - a^2 = 12 \text{에서}$$

$$4a + 4 = 12, 4a = 8, a = 2$$

$$m = -2 \times 2 - 2 = -6$$

$$n = 4 + 4 = 8$$

$$\therefore n - m = 8 + 6 = 14$$

23. 세 자리 자연수가 있다 각 자리의 수의 합은 9이고, 일의 자리의 수의 2배는 다른 두 자리의 수의 합과 같다.
또, 이 자연수의 각 자리수를 거꾸로 늘어놓아 얻은 자연수는 처음 자연수보다 99만큼 크다. 처음 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 243

해설

일의 자리, 십의 자리, 백의 자리의 수를 각각 p, q, r 라 하면,
 p, q 는 0이상 10미만의 정수이고
 r 은 1이상 10미만의 자연수이다.

$$\begin{cases} p+q+r=9 & \dots \textcircled{1} \\ 2p=q+r & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 에서 $p=3$

$$(100r+10q+3)+99=100 \times 3+10q+r$$

$$\therefore r=2, q=4$$

따라서 구하는 수는 243이다.

24. 이차함수 $y = \frac{2}{3}x^2$ 의 그래프를 꼭짓점의 좌표가 (2, 0) 이 되도록 평행 이동하면 점 (k, 6) 을 지난다. 이 때, 상수 k 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

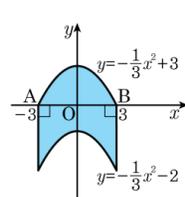
▷ 정답 : 5

▷ 정답 : -1

해설

이차함수 $y = \frac{2}{3}x^2$ 의 그래프를 꼭짓점의 좌표가 (2, 0) 이 되도록 평행이동하면 $y = \frac{2}{3}(x-2)^2$ 이다. 점 (k, 6) 을 지나므로 대입하면 $6 = \frac{2}{3}(k-2)^2$, $9 = (k-2)^2$, $k-2 = \pm 3$ 따라서 $k = 5, -1$ 이다.

25. 다음 그림은 $y = -\frac{1}{3}x^2 + 3$, $y = -\frac{1}{3}x^2 - 2$ 의 그래프이다. 이차함수 $y = -\frac{1}{3}x^2 + 3$ 의 그래프가 x 축과 두 점 A, B에서 만날 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 30

해설

색칠한 부분 중 $y > 0$ 인 부분을 잘라 아래에 붙이면 직사각형 모양이 된다. 가로 길이는 6 이고, $y = -\frac{1}{3}x^2 - 2$ 에 $x = 3$ 를 대입하면 $y = -5$ 이므로 높이는 5 이다. 따라서 색칠한 부분의 넓이는 $6 \times 5 = 30$ 이다.