

1. 20의 약수의 모임을 집합 A 라고 할 때, \square 안에 \in 기호가 들어가야 하는 것은?

① $3 \square A$

② $A \square 4$

③ $6 \square A$

④ $1 \square A$

⑤ $7 \square A$

해설

20의 약수는 1, 2, 4, 5, 10, 20이다. 3과 6, 7은 집합 A 의 원소가 아니고 1과 4는 집합 A 의 원소이다.

2. 집합 $A = \{1, 3, 5, 7\}$ 의 부분집합 중 원소 3을 포함하지 않는 부분집합의 개수는?

- ① 2 개 ② 4 개 ③ 6 개 ④ 8 개 ⑤ 10 개

해설

$$2^{(3\text{을 뺀 원소의 개수})} = 2^{4-1} = 2^3 = 8(\text{개})$$

3. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 이고, $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{1, 3, 5, 7\}$ 일 때, $(A \cup B^c)^c$ 을 구하면?

① $\{1, 3\}$

② $\{2, 4\}$

③ $\{5, 7\}$

④ $\{3, 5, 7\}$

⑤ $\{5, 6, 7\}$

해설

$$(A \cup B^c)^c = A^c \cap B = B \cap A^c = B - A = \{5, 7\}$$

4. 다음 명제 중 '역'이 참인 것을 고르면? (a, b, x, y 는 모두 실수)

- ① $a = 1$ 이면 $a^2 = a$
- ② $a = b$ 이면 $a^2 = b^2$
- ③ xy 가 홀수 이면 $x + y$ 가 짝수
- ④ $\triangle ABC$ 가 정삼각형이면 $\angle B = \angle C$
- ⑤ 두 집합 A, B 에 대하여 $A \supset B$ 이면 $A \cup B = A$

해설

- ① 역: $a^2 = a$ 이면 $a = 1$ 이다. (거짓, 반례: $a = 0$)
- ② 역: $a^2 = b^2$ 이면 $a = b$ 이다. (거짓, 반례: $a = 1, b = -1$)
- ③ 역: $x + y$ 가 짝수이면, xy 는 홀수이다. (거짓, x, y 모두 짝수인 경우 xy 는 짝수이다.)
- ④ 역: $\angle B = \angle C$ 이면 $\triangle ABC$ 는 정삼각형이다. (거짓, 두 각이 같으면 이등변삼각형이다.)
- ⑤ 역: $A \cup B = A$ 이면 $A \supset B$ 이다. (참)

5. $x-1=0$ 이 $2x^2+ax-1=0$ 이기 위한 충분조건일 때 상수 a 의 값을 구하면?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$x-1=0$ 이면 $2x^2+ax-1=0$ 이 참이므로
 $x=1$ 을 대입하면 $2+a-1=0$
 $\therefore a=-1$

6. 양의 실수 a, b, c 사이에 대하여 $\frac{a+b+c}{a} + \frac{a+b+c}{b} + \frac{a+b+c}{c}$ 의 최솟값을 구하여라.

- ① 9 ② 11 ③ 13 ④ 15 ⑤ 17

해설

$$\begin{aligned} & \frac{a+b+c}{a} + \frac{a+b+c}{b} + \frac{a+b+c}{c} \\ &= 1 + \frac{b}{a} + \frac{c}{a} + \frac{a}{b} + 1 + \frac{c}{b} + \frac{a}{c} + \frac{b}{c} + 1 \\ &= 3 + \frac{b}{a} + \frac{a}{b} + \frac{c}{a} + \frac{a}{c} + \frac{c}{b} + \frac{b}{c} \text{에서} \\ & \frac{b}{a} + \frac{a}{b} \geq 2\sqrt{\frac{b}{a} \cdot \frac{a}{b}} = 2 \\ & \sqrt{\frac{c}{a} \cdot \frac{a}{c}} = 2, \frac{c}{b} + \frac{b}{c} \geq 2\sqrt{\frac{c}{b} \cdot \frac{b}{c}} = 2 \\ & \text{따라서 주어진 식의 최솟값은 } 3 + 6 = 9 \end{aligned}$$

7. 다음 중 역함수가 존재하지 않는 것은?

① $y = x - 2$

② $y = x^2$

③ $y = x^3$

④ $y = x^2 - 2x$ (단, $x \geq 1$)

⑤ $y = |x - 1|$ (단, $x \geq 1$)

해설

일대일 대응이 아닌 것은 ②번이다.
그러므로 ②번 그래프는 역함수가 존재하지 않는다.

8. 어떤 산에는 서로 다른 등산로가 5가지가 있다. 이 산을 올라갔다가 내려오는 방법의 수는? (단, 올라갈 때 간 등산로로 내려오지 않는다)

- ① 9 ② 10 ③ 15 ④ 20 ⑤ 25

해설

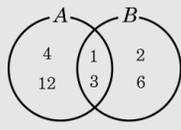
이 산의 등산로를 A, B, C, D, E 라고 하자. 올라갈 때 사용할 수 있는 등산로는 5 가지가 있다. 만약 A 등산로로 올라갔다면 내려올 때는 A 를 제외한 나머지 등산로 B, C, D, E 즉 4 가지 등산로를 이용해야 한다. 따라서 이 산의 등산로를 이용하는 방법의 수는 곱의 법칙을 이용하여 $5 \times 4 = 20$ (가지)

9. 두 집합 A, B 에 대하여 $B = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$ 이고, $A \cup B = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$, $A \cap B = \{x \mid x \text{는 } 3 \text{이하의 홀수}\}$ 일 때, 집합 A 의 원소의 합은?

- ① 4 ② 5 ③ 13 ④ 16 ⑤ 20

해설

$$B = \{1, 2, 3, 6\}, A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}, A \cap B = \{1, 3\}$$



$$\therefore A = \{1, 3, 4, 12\}$$

따라서 집합 A 의 원소의 합은 $1 + 3 + 4 + 12 = 20$

10. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $(A^c)^c = A$

② $A - B = B \cap A^c$

③ $(A - B) \subset (A \cup B)$

④ $A \cap A^c = \emptyset$

⑤ $A \subset B$ 일 때, $A \cap B^c = \emptyset$

해설

② $A - B = A \cap B^c$

11. $3x = 2y$ 일 때, $\frac{2xy + y^2}{x^2 + xy}$ 의 값은?

- ① $\frac{15}{7}$ ② $\frac{17}{8}$ ③ $\frac{19}{9}$ ④ $\frac{21}{10}$ ⑤ $\frac{23}{11}$

해설

$$3x = 2y \Rightarrow y = \frac{3}{2}x$$

$$\therefore \frac{2xy + y^2}{x^2 + xy} = \frac{3x^2 + \frac{9}{4}x^2}{x^2 + \frac{3}{2}x^2} = \frac{\frac{21}{4}}{\frac{5}{2}} = \frac{21}{10}$$

12. 함수 $y = \frac{x+1}{x-4}$ 의 정의역은 $x \neq a$ 인 모든 실수이고 치역은 $y \neq b$ 인 모든 실수이다. 이때, $a+b$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

함수 $y = \frac{x+1}{x-4}$ 의 정의역이 $x \neq a$ 인 모든 실수이고
치역이 $y \neq b$ 인 모든 실수이면 $x = a, y = b$ 는 점근선이다.
따라서 $y = \frac{(x-4)+5}{x-4} = \frac{5}{x-4} + 1$ 에서
 $a = 4, b = 1$ 이므로
 $\therefore a + b = 4 + 1 = 5$

13. $2 + \sqrt{3} = \sqrt{a + b\sqrt{3}}$ (a, b 는 유리수)일 때, $a - b$ 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

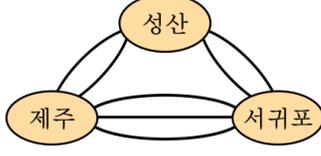
$$2 + \sqrt{3} = \sqrt{a + b\sqrt{3}}$$

양변을 제곱하면

$$4 + 3 + 4\sqrt{3} = a + b\sqrt{3}$$

$$\therefore a = 7, b = 4 \quad \therefore a - b = 7 - 4 = 3$$

14. 다음 그림과 같이 제주와 성산을 잇는 길은 2 개, 성산과 서귀포를 잇는 길은 2 개가 있고, 제주와 서귀포를 잇는 길은 3 개가 있다. 제주에서 서귀포로 갔다가 다시 제주로 돌아올 때, 갈 때는 성산을 거치고, 올 때는 성산을 거치지 않고 오는 방법의 수는?



- ① 6 ② 8 ③ 9 ④ 12 ⑤ 15

해설

$$(2 \times 2) \times 3 = 12$$

∴ 12 가지

15. 두 집합 A, B 가 아래의 표를 만족하도록 ㉠에 적절한 그림을 고르면?

A	B	$A \cup B$

- ㉠

 ㉡

 ㉢
- ㉣

 ㉤

해설

$A \cup B = A \cup B$

16. $A = \{5, 9, 12, 14\}$, $B = \{3, 5, a, a + 3\}$ 이고 $A \cap B = \{5, 9\}$ 일 때 집합 B 의 원소의 합은?

- ① 19 ② 20 ③ 21 ④ 22 ⑤ 23

해설

$A \cap B = \{5, 9\}$ 이므로 $a = 9$ 이거나 $a + 3 = 9$ 이어야한다.
i) $a = 9$ 일 때
 $B = \{3, 5, 9, 12\}$, 교집합의 원소 중 12는 존재하지 않으므로 성립하지 않는다.
ii) $a + 3 = 9$ 즉, $a = 6$ 일 때
 $B = \{3, 5, 6, 9\}$
따라서 원소들의 합은 23이다.

17. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(U) = 50$, $n(A) = 24$, $n(A \cap B) = 15$, $n(A^c \cap B^c) = 9$ 일 때, 집합 B 의 원소의 개수는?

- ① 2 ② 4 ③ 8 ④ 16 ⑤ 32

해설

$$\begin{aligned}n(A^c \cap B^c) &= n((A \cup B)^c) = 9, \\n(A \cup B) &= n(U) - n((A \cup B)^c) = 50 - 9 = 41, \\n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B), \\41 &= 24 + n(B) - 15 \\ \therefore n(B) &= 32\end{aligned}$$

18. $x > y > 0$ 인 x, y 에 대하여 $x + y = 2\sqrt{2}$, $xy = 1$ 이다. $\frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}}$ 의 값은?

- ① $\frac{2\sqrt{2}-1}{2}$ ② $\frac{2\sqrt{2}+1}{2}$ ③ $\sqrt{2}-1$
④ $\sqrt{2}+1$ ⑤ $2\sqrt{2}$

해설

(주어진 식)

$$\begin{aligned} &= \frac{(\sqrt{x} + \sqrt{y})^2}{(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})} \\ &= \frac{x + y + 2\sqrt{xy}}{x - y} \quad \dots \text{㉠} \end{aligned}$$

이때 $(x - y)^2 = (x + y)^2 - 4xy = 8 - 4 = 4$

$x > y$ 이므로 $x - y = 2$

㉠에서

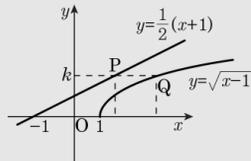
$$\frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} = \frac{2\sqrt{2} + 2}{2} = \sqrt{2} + 1$$

19. 직선 $y = \frac{1}{2}(x+1)$ 위의 한 점 P에서 x 축에 평행한 직선을 그어 무리 함수 $y = \sqrt{x-1}$ 의 그래프와 만나는 점을 Q라 할 때, \overline{PQ} 의 최솟값을 구하면?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

무리함수 $y = \sqrt{x-1}$ 의 그래프와 직선 $y = \frac{1}{2}(x+1)$ 을 좌표평면 위에 나타내면 다음 그림과 같다.



그림에서와 같이 점 P의 y 좌표를 k 라 하면

① 점 P의 x 좌표는 $k = \frac{1}{2}(x+1)$ 에서 $x = 2k - 1$

② 점 Q의 x 좌표는 $k = \sqrt{x-1}$ 에서 $x = k^2 + 1$

$\therefore \overline{PQ} = |k^2 + 1 - (2k - 1)|$

$= |k^2 - 2k + 2|$

$= |(k-1)^2 + 1| \geq 1$

따라서, \overline{PQ} 의 최솟값은 1이다.

20. 다음 그림은 우리나라 지도의 일부분이다. 6 개의 도를 서로 다른 4 가지의 색연필로 칠을 하여 도(圖)를 구분하고자 한다. 색칠을 하는 방법의 가지 수를 구하면?



- ① 32 가지 ② 56 가지 ③ 72 가지
 ④ 96 가지 ⑤ 118 가지

해설

위 지도를 다음 그림과 같이 생각하면,



충북에 색칠하는 방법의 수는 4 (가지)
 충남에 색칠하는 방법의 수는 3 (가지)
 전북에 색칠하는 방법의 수는 2 (가지)
 경기에 색칠하는 방법의 수는 2 (가지)
 경북에 색칠하는 방법의 수는 2 (가지)
 강원에는 색칠하는 방법의 수는 1 (가지)
 그러므로 $4 \times 3 \times 2 \times 2 \times 2 \times 1 = 96$
 ∴ 96 가지