1. 20 의 약수의 모임을 집합 A 라고 할 때, $\square$ 안에 $\in$ 기호가 들어가야 하는 것은?

① $3 \square A$ ② $A \square 4$ ③ $6 \square A$

④ $1 \square A$ ⑤ $7 \square A$

해설

20 의 약수는 1, 2, 4, 5, 10, 20 이다. 3 과 6, 7 은 집합 A 의 원소가 아니고 1 과 4 는 집합 A 의 원소이다.

2. 집합 $A = \{1,\ 3,\ 5,\ 7\}$ 의 부분집합 중 원소 3을 포함하지 않는 부분집합의 개수는?

① 2 개 ② 4 개 ③ 6 개 ④ 8 개 ⑤ 10 개

해설

$2^{(3\text{을 뺀 원소의 개수})} = 2^{4-1} = 2^3 = 8(\text{개})$

3. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$이고, $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{1, 3, 5, 7\}$일 때, $(A \cup B^c)^c$을 구하면?

① $\{1, 3\}$ ② $\{2, 4\}$ ③ $\{5, 7\}$

④ $\{3, 5, 7\}$ ⑤ $\{5, 6, 7\}$

해설

$$(A \cup B^c)^c = A^c \cap B = B \cap A^c = B - A = \{5, 7\}$$

4. 다음 명제 중 '역'이 참인 것을 고르면? (a, b, x, y 는 모두 실수)

① $a = 1$ 이면 $a^2 = a$

② $a = b$ 이면 $a^2 = b^2$

③ xy 가 홀수 이면 $x + y$ 가 짝수

④ $\triangle \mathrm{ABC}$ 가 정삼각형이면 $\angle \mathrm{B} = \angle \mathrm{C}$

⑤ 두 집합 A, B 에 대하여 $\mathrm{A} \supset \mathrm{B}$ 이면 $\mathrm{A} \cup \mathrm{B} = \mathrm{A}$

해설

① 역 : $a^2 = a$ 이면 $a = 1$ 이다.(거짓, 반례 : $a = 0$)
② 역 : $a^2 = b^2$ 이면 $a = b$ 이다. (거짓,반례 : $a = 1, b = -1$)
③ 역 : $x + y$ 가 짝수이면, xy 는 홀수이다. (거짓, x, y 모두 짝수인 경우 xy 는 짝수이다.)
④ 역 : $\angle \mathrm{B} = \angle \mathrm{C}$ 이면 $\triangle \mathrm{ABC}$ 는 정삼각형이다. (거짓, 두 각이 같으면 이등변삼각형이다.)
⑤역 : $\mathrm{A} \cup \mathrm{B} = \mathrm{A}$ 이면 $\mathrm{A} \supset \mathrm{B}$ 이다.(참)

5. $x-1=0$이 $2x^2+ax-1=0$이기 위한 충분조건일 때 상수 a의 값을 구하면?

① -2　② -1　③ 0　④ 1　⑤ 2

해설

$x-1=0$이면 $2x^2+ax-1=0$이 참이므로

$x=1$을 대입하면 $2+a-1=0$

$\therefore a=-1$

6. 양의 실수 a, b, c사이에 대하여 $\frac{a+b+c}{a}+\frac{a+b+c}{b}+\frac{a+b+c}{c}$의 최솟값을 구하여라.

① 9 ② 11 ③ 13 ④ 15 ⑤ 17

해설

$$\frac{a+b+c}{a}+\frac{a+b+c}{b}+\frac{a+b+c}{c}$$

$$=1+\frac{b}{a}+\frac{c}{a}+\frac{a}{b}+1+\frac{c}{b}+\frac{a}{c}+\frac{b}{c}+1$$

$$=3+\frac{b}{a}+\frac{a}{b}+\frac{c}{a}+\frac{a}{c}+\frac{c}{b}+\frac{b}{c}$$ 에서

$$\frac{b}{a}+\frac{a}{b}\geq 2\sqrt{\frac{b}{a}\cdot\frac{a}{b}}=2$$

$$\sqrt{\frac{c}{a}\cdot\frac{a}{c}}=2,\ \frac{c}{b}+\frac{b}{c}\geq 2\sqrt{\frac{c}{b}\cdot\frac{b}{c}}=2$$

따라서 주어진 식의 최솟값은 $3+6=9$

7. 다음 중 역함수가 존재하지 <u>않는</u> 것은?

① $y = x - 2$

② $y = x^2$

③ $y = x^3$

④ $y = x^2 - 2x$ (단, $x \geq 1$)

⑤ $y = | x - 1 |$ (단, $x \geq 1$)

해설

일대일 대응이 아닌 것은 ②번이다.
그러므로 ②번 그래프는 역함수가 존재하지 않는다.

8. 어떤 산에는 서로 다른 등산로가 5가지가 있다. 이 산을 올라갔다가 내려오는 방법의 수는? (단, 올라갈 때 간 등산로로 내려오지 않는다)

① 9　② 10　③ 15　④ 20　⑤ 25

해설

이 산의 등산로를 A, B, C, D, E 라고 하자. 올라갈 때 사용할 수 있는 등산로는 5 가지가 있다. 만약 A 등산로로 올라갔다면 내려올 때는 A를 제외한 나머지 등산로 B, C, D, E 즉 4 가지 등산로를 이용해야 한다. 따라서 이 산의 등산로를 이용하는 방법의 수는 곱의 법칙을 이용하여

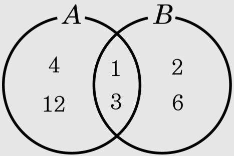
$5 \times 4 = 20$ (가지)

9. 두 집합 A, B 에 대하여 $B = \{x \mid x$는 6의 약수$\}$이고, $A \cup B = \{x \mid x$는 12의 약수$\}$, $A \cap B = \{x \mid x$는 3이하의 홀수$\}$일 때, 집합 A 의 원소의 합은?

① 4 ② 5 ③ 13 ④ 16 ⑤ 20

해설

$B = \{1,\ 2,\ 3,\ 6\}$, $A \cup B = \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 6,\ 12\}$, $A \cap B = \{1,\ 3\}$



$\therefore A = \{1,\ 3,\ 4,\ 12\}$

따라서 집합 A 의 원소의 합은 $1 + 3 + 4 + 12 = 20$

10. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $(A^c)^c = A$

② $A - B = B \cap A^c$

③ $(A - B) \subset (A \cup B)$

④ $A \cap A^c = \varnothing$

⑤ $A \subset B$ 일 때, $A \cap B^c = \varnothing$

해설

② $A - B = A \cap B^c$

11. $3x = 2y$ 일 때, $\dfrac{2xy + y^2}{x^2 + xy}$ 의 값은?

① $\dfrac{15}{7}$ ② $\dfrac{17}{8}$ ③ $\dfrac{19}{9}$ ④ $\dfrac{21}{10}$ ⑤ $\dfrac{23}{11}$

해설

$$3x = 2y \quad \Rightarrow \quad y = \frac{3}{2}x$$

$$\therefore \quad \frac{2xy + y^2}{x^2 + xy} = \frac{3x^2 + \frac{9}{4}x^2}{x^2 + \frac{3}{2}x^2} = \frac{\frac{21}{4}}{\frac{5}{2}} = \frac{21}{10}$$

12. 함수 $y=\dfrac{x+1}{x-4}$의 정의역은 $x \neq a$인 모든 실수이고 치역은 $y \neq b$인 모든 실수이다. 이때, $a+b$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

함수 $y=\dfrac{x+1}{x-4}$ 의 정의역이 $x \neq a$인 모든 실수이고

치역이 $y \neq b$ 인 모든 실수이면 $x=a,\ y=b$는 점근선이다.

따라서 $y=\dfrac{(x-4)+5}{x-4}=\dfrac{5}{x-4}+1$에서

$a=4,\ b=1$이므로

$\therefore a+b=4+1=5$

13. $2+\sqrt{3}=\sqrt{a+b\sqrt{3}}$($a$, b는 유리수) 일 때, $a-b$의 값은?

① -2 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

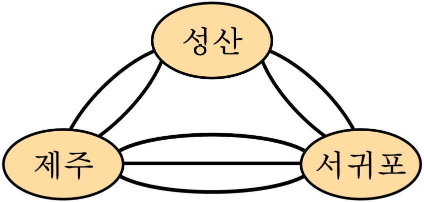
$2+\sqrt{3}=\sqrt{a+b\sqrt{3}}$

양변을 제곱하면

$4+3+4\sqrt{3}=a+b\sqrt{3}$

$\therefore\ a=7,\ b=4\quad \therefore\ a-b=7-4=3$

14. 다음 그림과 같이 제주와 성산을 잇는 길은 2 개, 성산과 서귀포를 잇는 길은 2 개가 있고, 제주와 서귀포를 잇는 길은 3 개가 있다. 제주에서 서귀포로 갔다가 다시 제주로 돌아올 때, 갈 때는 성산을 거치고, 올 때는 성산을 거치지 않고 오는 방법의 수는?



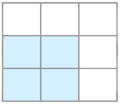
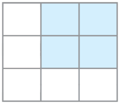
① 6 ② 8 ③ 9 ④ 12 ⑤ 15

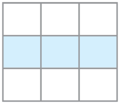
해설

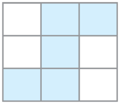
$(2 \times 2) \times 3 = 12$

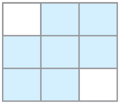
$\therefore$ 12 가지

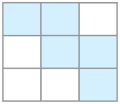
15. 두 집합 A, B 가 아래의 표를 만족하도록 ㉠에 적절한 그림을 고르면?

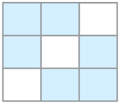
A	B	$A \cup B$
		㉠

① 

② 

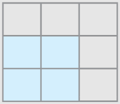
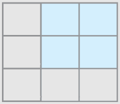
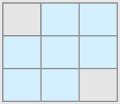
③ 

④ 

⑤ 

해설

$A \cup B = A \cup B$

16. $A=\{5,9,12,14\}$, $B=\{3,5,\ a,\ a+3\}$ 이고 $A\cap B=\{5,9\}$ 일 때 집합 B 의 원소의 합은?

① 19 ② 20 ③ 21 ④ 22 ⑤ 23

해설

$A\cap B=\{5,9\}$ 이므로 $a=9$ 이거나 $a+3=9$ 이어야한다.

i) $a=9$ 일 때

$B=\{3,5,9,12\}$,교집합의 원소 중 12 는 존재하지 않으므로 성립하지 않는다.

ii) $a+3=9$ 즉, $a=6$ 일 때

$B=\{3,5,6,9\}$

따라서 원소들의 합은 23 이다.

17. 전체집합 U의 두 부분집합 A, B에 대하여 $n(U) = 50$, $n(A) = 24$, $n(A \cap B) = 15$, $n(A^c \cap B^c) = 9$일 때, 집합 B의 원소의 개수는?

① 2　② 4　③ 8　④ 16　⑤ 32

해설

$n(A^c \cap B^c) = n((A \cup B)^c) = 9$,
$n(A \cup B) = n(U) - n((A \cup B)^c) = 50 - 9 = 41$,
$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$,
$41 = 24 + n(B) - 15$
$\therefore\ n(B) = 32$

18. $x > y > 0$ 인 x, y 에 대하여 $x+y=2\sqrt{2}$, $xy=1$ 이다. $\dfrac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$ 의 값은?

① $\dfrac{2\sqrt{2}-1}{2}$　　② $\dfrac{2\sqrt{2}+1}{2}$　　③ $\sqrt{2}-1$

④ $\sqrt{2}+1$　　⑤ $2\sqrt{2}$

해설

(주어진 식)

$$=\frac{(\sqrt{x}+\sqrt{y})^2}{(\sqrt{x}-\sqrt{y})(\sqrt{x}+\sqrt{y})}$$

$$=\frac{x+y+2\sqrt{xy}}{x-y} \quad \cdots ㉠$$

이때 $(x-y)^2=(x+y)^2-4xy=8-4=4$

$x>y$이므로 $x-y=2$

㉠에서

$$\frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}=\frac{2\sqrt{2}+2}{2}=\sqrt{2}+1$$

19. 직선 $y=\frac{1}{2}(x+1)$ 위의 한 점 P에서 x축에 평행한 직선을 그어 무리함수 $y=\sqrt{x-1}$의 그래프와 만나는 점을 Q라 할 때, $\overline{PQ}$의 최솟값을 구하면?

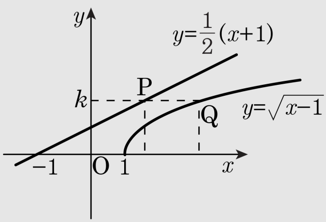
① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

무리함수 $y=\sqrt{x-1}$의 그래프와

직선 $y=\frac{1}{2}(x+1)$을 좌표평면 위에

나타내면 다음 그림과 같다.



그림에서와 같이 점 P 의 y 좌표를 k 라 하면

① 점 P의 x좌표는 $k=\frac{1}{2}(x+1)$에서

$x=2k-1$

② 점 Q의 x좌표는 $k=\sqrt{x-1}$ 에서

$x=k^2+1$

$\therefore\ \overline{PQ}=|k^2+1-(2k-1)|$

$=|k^2-2k+2|$

$=|(k-1)^2+1|\geq 1$

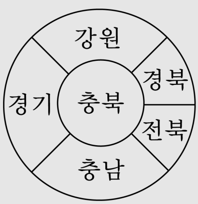
따라서, $\overline{PQ}$ 의 최솟값은 1이다.

20. 다음 그림은 우리나라 지도의 일부분이다. 6 개의 도를 서로 다른 4 가지의 색연필로 칠을 하여 도(⊠)를 구분하고자 한다. 색칠을 하는 방법의 가지 수를 구하면?

① 32 가지 ② 56 가지 ③ 72 가지
④ 96 가지 ⑤ 118 가지

해설

위 지도를 다음 그림과 같이 생각하면,



충북에 색칠하는 방법의 수는 4 (가지)
충남에 색칠하는 방법의 수는 3 (가지)
전북에 색칠하는 방법의 수는 2 (가지)
경기에 색칠하는 방법의 수는 2 (가지)
경북에 색칠하는 방법의 수는 2 (가지)
강원에 색칠하는 방법의 수는 1 (가지)
그러므로 $4 \times 3 \times 2 \times 2 \times 2 \times 1 = 96$
$\therefore$ 96 가지