

1. 다음 보기에서 집합인 것을 모두 고른것은?

보기

- ㉠ 10 보다 큰 홀수의 모임
- ㉡ 1 에 가까운 수의 모임
- ㉢ 요일의 모임
- ㉣ 마른 사람의 모임
- ㉤ 예쁜 꽃들의 모임
- ㉥ 100 보다 작은 짝수의 모임

① ㉠, ㉡

② ㉡, ㉣

③ ㉠, ㉣, ㉤

④ ㉠, ㉢, ㉥

⑤ ㉠, ㉣, ㉥

해설

㉠ : 11, 13, 15, ...

㉢ : 월, 화, 수, ... , 일

㉥ : 2, 4, 6, ..., 94, 96, 98

㉡, ㉣, ㉤은 기준이 분명하지 않다.

2. 다음 중 유한집합이 아닌 것은?

① $\{x \mid x \text{는 } 10 \text{의 약수}\}$

② $\{x \mid x \text{는 } 10 \text{보다 작은 홀수}\}$

③ $\{x \mid x \text{는 } 5 \text{보다 큰 자연수}\}$

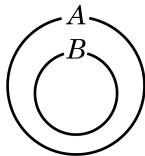
④ $\{x \mid x \text{는 } 30 \text{보다 작은 } 5 \text{의 배수}\}$

⑤ $\{1, 2, 3, \dots, 49, 50\}$

해설

③ $\{6, 7, 8, 9, \dots\} \Rightarrow \text{무한집합}$

3. 집합 B 가 $\{1, 3, 7\}$ 일 때, 다음 중 아래 벤 다이어그램을 만족하는 집합 A 가 될 수 있는 것은?



- ① $\{x \mid x \text{는 } 3 \text{의 배수}\}$
- ② $\{x \mid x \text{는 } 7 \text{보다 작은 자연수}\}$
- ③ $\{x \mid x \text{는 } 7 \text{의 약수}\}$
- ④ $\{x \mid x \text{는 } 10 \text{이하의 소수}\}$
- ⑤ $\{x \mid x \text{는 } 10 \text{이하의 홀수}\}$

해설

- ① $\{3, 6, 9, 12, \dots\}$
- ② $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
- ③ $\{1, 7\}$
- ④ $\{2, 3, 5, 7\}$
- ⑤ $\{1, 3, 5, 7, 9\}$

4. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$ 일 때,
 $B - A$ 로 옳은 것은?

① $\{1, 6\}$

② $\{1, 2, 6\}$

③ $\{1, 3, 4, 6\}$

④ $\{1, 2, 3, 6\}$

⑤ $\emptyset$

해설

$A \supset B$ 이므로 $B - A = \emptyset$ 이다.

5. 집합 $U = \{x \mid 1 \leq x \leq 30, x \text{는 자연수}\}$ 의 두 부분집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 3 \text{의 배수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 2 \text{의 배수}\}$ 에 대하여 $A - B^c$ 의 원소의 개수는?

① 2개

② 3개

③ 5개

④ 7개

⑤ 8개

해설

$$A - B^c = A \cap B = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 배수}\} = \{6, 12, 18, 24, 30\}$$

$\therefore$ 5개

6. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 소수}\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ 일 때, $n(A \cup B)$ 는?

① 5개

② 6개

③ 7개

④ 8개

⑤ 9개

해설

$$A = \{2, 3, 5, 7\}$$

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

$$\therefore n(A \cup B) = 8$$

7. 다음 중 거짓인 명제는?

① 직사각형은 사다리꼴이다.

② $x > 3$ 이면 $x > 5$ 이다.

③ $a = b$ 이면 $a^3 = b^3$ 이다.

④ x 가 4의 배수이면 x 는 2의 배수이다.

⑤ $(x - 3)(y - 5) = 0$ 이면 $x = 3$ 또는 $y = 5$ 이다.

해설

반례 : $x = 4$

8. $x : y = 1 : 3$ 일 때, $\frac{x^2 + y^2}{x(x + y)}$ 의 값을 구하면?

① $\frac{1}{2}$

② 1

③ $\frac{3}{2}$

④ 2

⑤ $\frac{5}{2}$

해설

$$y = 3x$$

$$\frac{x^2 + (3x)^2}{x(x + 3x)} = \frac{10x^2}{4x^2} = \frac{5}{2}$$

9. $U = \{1, 2, 4, 7, 8, 9\}$ 의 두 부분집합 $A = \{2, 4, 7\}$, $B = \{1, 2, 7, 8\}$ 에 대하여 $B - (A \cap B)$ 는?

① $\{1\}$

② $\{8\}$

③ $\{1, 8\}$

④ $\{4, 7\}$

⑤ $\{4, 8\}$

해설

$B - (A \cap B) = B - A = \{1, 2, 7, 8\} - \{2, 4, 7\} = \{1, 8\}$ 이다.

10. 전체집합 U 에서 두 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라 한다.
 $\sim p \rightarrow \sim q$ 가 참일 때, 다음 중 항상 옳은 것은?

① $P \cup Q = U$

② $P \cap Q = \phi$

③ $Q \subset P$

④ $P \subset Q$

⑤ $P = Q$

해설

$\sim p \rightarrow \sim q$ 이 참이면 $P^c \subset Q^c \leftrightarrow P \supset Q$

해설

$\sim p \rightarrow \sim q$ 이 참이면 대우인 $q \rightarrow p$ 가 참따라서 $Q \subset P$

11. 실수 a, b 에 대하여 다음 중 $|a - b| > |a| - |b|$ 가 성립할 필요충분조건인 것은?

① $ab \leq 0$

② $ab \geq 0$

③ $a + b \geq 0$

④ $ab < 0$

⑤ $a - b > 0$

해설

$|a - b| > ||a| - |b||$ 에 대하여

$$(a - b)^2 - (||a| - |b||)^2$$

$$= a^2 - 2ab + b^2 - (a^2 - 2|a||b| + b^2)$$

$$= -2ab + 2|a||b| > 0 \text{ 이려면}$$

a 와 b 가 서로 부호가 반대이어야 한다.

따라서 $ab < 0$

12. 실수 x, y, z 에 대하여 $x - y + 4z = 3\sqrt{2}$ 일 때 $x^2 + y^2 + z^2$ 의 최솟값은?

① $\frac{1}{3}$

② $\frac{1}{2}$

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

x, y, z 가 실수이므로

코시-슈바르츠의 부등식에 의하여

$$\{1 + (-1)^2 + 4^2\} (x^2 + y^2 + z^2)$$

$$\geq (x - y + 4z)^2$$

$$18(x^2 + y^2 + z^2) \geq (3\sqrt{2})^2$$

$$x^2 + y^2 + z^2 \geq 1$$

따라서 $x^2 + y^2 + z^2$ 의 최솟값은 1이다.

13. 집합 $X = \{-1, 0, 1, 2\}$ 에 대하여 함수 $f : X \rightarrow X$ 를 $f(x) = |x|$ 라 하자. 이때 함수 f 의 치역의 부분집합의 개수는?

① 2개

② 4개

③ 6개

④ 8개

⑤ 16개

해설

$f(-1) = f(1) = 1$, $f(0) = 0$, $f(2) = 2$ 이므로 함수 f 의 치역은 $\{0, 1, 2\}$ 이다.

원소의 개수가 3인 집합의 부분집합은 $2^3 = 8(\text{개})$ 이다.

14. 함수 $f(x) = ax + 3$ 과 그 역함수 $f^{-1}(x)$ 가 같아지도록 하는 상수 a 의 값은 얼마인가?

① -3

② -1

③ $-\frac{1}{3}$

④ 1

⑤ 3

해설

$y = ax + 3$ 으로 놓고 x, y 를 서로 바꾸면

$$x = ay + 3, y = \frac{1}{a}x - \frac{3}{a}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{1}{a}x - \frac{3}{a}$$

$f(x) = f^{-1}(x)$ 에서

$$ax + 3 = \frac{1}{a}x - \frac{3}{a}$$

위의 식이 모든 실수 x 에 대하여 성립해야 하므로

$$a = \frac{1}{a}, 3 = -\frac{3}{a}$$

$$\therefore a = -1$$

해설

$f(x) = f^{-1}(x)$ 이면 $(f \circ f)(x)$ 이므로

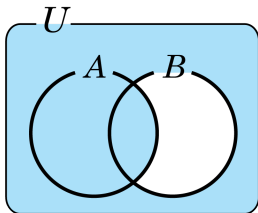
$(f \circ f)(x) = I(x) = x$ 가 성립한다.

$$\begin{aligned}(f \circ f)(x) &= f(f(x)) = f(ax + 3) = a(ax + 3) + 3 \\ &= a^2x + 3a + 3\end{aligned}$$

$$a^2x + 3a + 3 = x \text{에서 } a^2 = 1, 3a + 3 = 0$$

$$\therefore a = -1$$

15. 다음 벤 다이어그램에서 색칠한 부분이 나타내는 집합은?



① $A^c \cap B^c$

② $(A \cap B)^c$

③ $A^c \cup B^c$

④ $A \cup B^c$

⑤ $A^c - B$

해설

주어진 벤 다이어그램의 색칠한 부분은 ④ $A \cup B^c$ 이다.

16. 두 집합 $X = \{-1, 0, 1\}$, $Y = \{0, 1, 2\}$ 에 대하여 두 함수 $f : X \rightarrow Y$, $f(x) = x^3 + 1$, $g : X \rightarrow Y$, $g(x) = ax + b$ 가 $f = g$ 일 때, ab 의 값을 구하면?

① 0

② 1

③ 2

④ -1

⑤ -2

해설

f 와 g 의 정의역이 같으므로

$f(-1) = g(-1)$, $f(0) = g(0)$, $f(1) = g(1)$ 이면 $f = g$ 가 된다

$$f(-1) = 0 = g(-1) = -a + b \cdots \textcircled{\text{㉠}}$$

$$f(0) = 1 = g(0) = b \cdots \textcircled{\text{㉡}}$$

$$f(1) = 2 = g(1) = a + b \cdots \textcircled{\text{㉢}}$$

$\textcircled{\text{㉠}}$, $\textcircled{\text{㉡}}$, $\textcircled{\text{㉢}}$ 에서

$$a = 1, b = 1$$

따라서 $ab = 1$

17. 분수식 $\frac{1}{x+2} + \frac{-2}{x-2} + \frac{x^2+x+6}{x^2-4}$ 를 간단히 하면?

① $\frac{1}{x^2-4}$

② $\frac{-1}{x^2-4}$

③ $\frac{x}{x^2-4}$

④ $\frac{-x}{x^2-4}$

⑤ $\frac{x^2}{x^2-4}$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{1}{x+2} + \frac{-2}{x-2} + \frac{x^2+x+6}{x^2-4} \\ &= \frac{x-2-2x-4+x^2+x+6}{x^2-4} \\ &= \frac{x^2}{x^2-4} \end{aligned}$$

18. $\frac{3}{a} + \frac{3}{b} = \frac{16}{a+b}$ 일 때, $\frac{b}{a} + \frac{a}{b}$ 의 값을 구하면?

① $\frac{8}{3}$

② $\frac{10}{3}$

③ $\frac{14}{3}$

④ $\frac{16}{3}$

⑤ $\frac{17}{3}$

해설

$$\frac{3}{a} + \frac{3}{b} = \frac{16}{a+b}, \quad \frac{3(a+b)}{ab} = \frac{16}{a+b}$$

$$3(a+b)^2 = 16ab \quad \therefore 3a^2 - 10ab + 3b^2 = 0$$

$$(3a-b)(a-3b) = 0 \quad \therefore \frac{b}{a} = 3, \frac{1}{3}$$

$$\therefore \frac{b}{a} + \frac{a}{b} = 3 + \frac{1}{3} = \frac{10}{3}$$

19. $\frac{2x+y}{2} = \frac{2y+z}{3} = \frac{2z+x}{4}$ 일 때 $\frac{xy+yz+zx}{x^2+y^2+z^2}$ 의 값을 구하면?

① $\frac{3}{11}$

② $\frac{5}{11}$

③ $\frac{6}{11}$

④ $\frac{8}{11}$

⑤ $\frac{9}{11}$

해설

$$\frac{2x+y}{2} = \frac{2y+z}{3} = \frac{2z+x}{4} = k \text{ 라 하면}$$

$$2x+y=2k \cdots ①$$

$$2y+z=3k \cdots ②$$

$$2z+x=4k \cdots ③$$

②, ③에서 z 를 소거하면

$$x-4y=-2k \cdots ④$$

$$① \times 4 + ④ \text{ 에서 } x = \frac{2}{3}k, y = \frac{2}{3}k$$

$$\text{이것을 ②에 대입하면 } z = \frac{5}{3}k$$

$$\text{따라서 } x:y:z = \frac{2}{3}k : \frac{2}{3}k : \frac{5}{3}k = 2:2:5$$

$$x=2t, y=2t, z=5t \text{ 라 하면}$$

$$(\text{준식}) = \frac{4t^2 + 10t^2 + 10t^2}{(2t)^2 + (2t)^2 + (5t)^2} = \frac{24t^2}{33t^2} = \frac{8}{11}$$

20. 함수 $y = \frac{x+2}{x-a}$ 의 그래프를 x 축, y 축 방향으로 각각 -2 , b 만큼 평행 이동하면 함수 $y = \frac{3x+c}{x-2}$ 의 역함수의 그래프와 일치한다고 한다. 이때 $a+b+c$ 의 값은?

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$y = \frac{3x+c}{x-2}$ 의 역함수를 x 축으로 2 만큼 y 축으로 $-b$ 만큼 평행이동한 것이

$y = \frac{x+2}{x-a}$ 와 일치한다.

$y = \frac{3x+c}{x-2}$ 의 역함수는 $y = \frac{2x+c}{x-3}$

이것을 평행이동하면 $y+b = \frac{2(x-2)+c}{x-5}$

이것을 정리하면 $y = \frac{(2-b)x+5b+c-4}{x-5}$

$y = \frac{x+2}{x-a}$ 와 계수를 비교하면 $a=5$, $b=1$, $c=1$

$\therefore a+b+c=7$