1. $(2x^3-3x+1)\div(x^2+2)$ 의 계산에서 나머지는?

① $-5x+1$ ② $-x+1$ ③ $5x+1$
④ $x+1$ ⑤ $-7x+1$

해설
$2x^3-3x+1$ 을 x^2+2 로 직접 나누어서 구한다.
몫 : $2x$, 나머지 : $-7x+1$

2. 다항식 $(5x^2+3x+1)^2$을 전개하였을 때, x^2의 계수는?

① 10 ② 13 ③ 16 ④ 19 ⑤ 25

해설

$(5x^2+3x+1)(5x^2+3x+1)$에서
ⅰ) (일차항)×(일차항)의 경우 $9x^2$
ⅱ) (이차항)×(상수항)의 경우 $2\times 5x^2$
즉, $5x^2+5x^2+9x^2=19x^2$
$\therefore$ 19

3. 다음 이차함수의 최댓값이 3 인 것은?

① $y = -x^2 + 3$　　② $y = -\frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{2}$

③ $y = -(x-1)^2$　　④ $y = -\frac{4}{3}(x+5)^2$

⑤ $y = -x^2$

해설

① $x = 0$ 일 때, 최댓값 3을 갖는다.

② $x = 0$ 일 때, 최댓값 $-\frac{1}{2}$ 을 갖는다.

③ $x = 1$ 일 때, 최댓값 0을 갖는다.

④ $x = -5$ 일 때, 최댓값 0을 갖는다.

⑤ $x = 0$ 일 때, 최댓값 0을 갖는다.

4. 연립부등식 $3x + 7 < x + 11 \leq 10$ 을 만족하는 x 의 값 중 가장 큰 정수를 구하여라.

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$3x + 7 < x + 11 \leq 10$

$$\begin{cases} 3x + 7 < x + 11 \\ x + 11 \leq 10 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x < 2 \\ x \leq -1 \end{cases}$$

$\therefore\ x \leq -1$

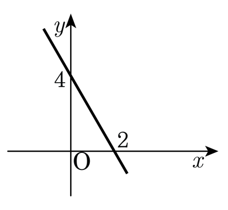
따라서 가장 큰 정수는 -1 이다.

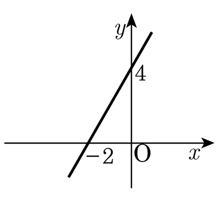
5. 세 점 A(3, 4) , B(−2, − 2), C를 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC의 무게중심 G의 좌표가 $\left(2,\ \frac{2}{3}\right)$일 때, 점 C의 좌표는?

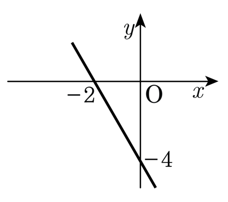
① (5, 0) ② (−5, 1) ③ (5, 1)
④ (6, 0) ⑤ (−6, 1)

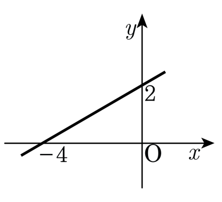
해설
C(a, b)라 하면
$\left(2,\ \frac{2}{3}\right)=\left(\frac{3-2+a}{3},\ \frac{4-2+b}{3}\right)$
$\therefore (a,\ b)=(5,\ 0)$

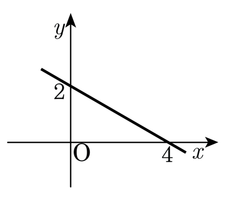
6. 다음 중 기울기가 -2 이고 y 절편이 4 인 직선의 그래프는?

①


②


③


④


⑤


해설

y 절편이 4 인 그래프는 ①, ②번 그래프이고,
그 중에서 기울기가 -2 인 그래프는 ①번이다.

7. 두 점 $(4,\ 3)$, $(4,\ -1)$을 지나는 직선의 방정식은?

① $y=x+2$　② $y=x-3$　③ $x=3$
④ $x=4$　⑤ $y=-1$

해설
두 점 $(4, 3), (4, -1)$을 지나는 직선의 방정식은 $x=4$

8. 좌표평면 위의 점 A 를 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 점을 A′ , 점 A′ 을 다시 원점에 대하여 대칭이동한 점을 A″ 이라고 할 때, 점 A″ 은 점 A 를 어떻게 이동한 것과 같은가?

① 원점에 대한 대칭이동

② x 축에 대한 대칭이동

③ y 축에 대한 대칭이동

④ 직선 $y=x$ 에 대한 대칭이동

⑤ 직선 $y=-x$ 에 대한 대칭이동

해설

점 A 를 (x, y) 라 하면,
A′ 는 $(y,\ x)$, A″ 는 $(-y, -x)$ 라 할 수 있다.
따라서 점 A″ 은 점 A 를
직선 $y=-x$ 에 대해 대칭이동시킨 것과 같다.

9. x^3 의 항의 계수가 1 인 삼차 다항식 $P(x)$ 가 $P(1) = P(2) = P(3) = 0$ 을 만족할 때, $P(4)$ 의 값은?

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

해설

인수정리에 의해
$P(x) = (x-1)(x-2)(x-3)$
$P(4) = 3 \times 2 \times 1 = 6$

10. 실수 k 에 대하여 복소수 $z = 2(k-i) - k(1+i)^2$ 의 값이 실수가 되도록 하는 k 의 값은?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$z = 2(k-i) - k(1+i)^2$ 의 값이 실수가 되려면 허수 부분이 0 이어야 한다.

$$
\begin{aligned}
z &= 2(k-i) - k(1+i)^2 \\
&= 2k - 2i - 2ki \\
&= 2k - (2+2k)i
\end{aligned}
$$

허수 부분이 0이려면 $2 + 2k = 0$ 이어야 한다.

따라서 $k = -1$

11. x에 대한 이차방정식 $x^2+2(a+3)x+a^2+7=0$이 실근을 갖도록 하는 실수 a의 값의 범위는?

① $a \geq 0$ ② $-1 < a < 0$ ③ $-2 < a < 0$
④ $a \geq -\frac{1}{3}$ ⑤ $0 \leq a \leq \frac{1}{3}$

해설

주어진 이차방정식이 실근을 갖기 위해서는 판별식 $\frac{D}{4} \geq 0$이어야 하므로

$\frac{D}{4}=(a+3)^2-(a^2+7) \geq 0$

$a^2+6a+9-a^2-7 \geq 0$

$6a+2 \geq 0 \quad \therefore a \geq -\frac{1}{3}$

12. 부등식 $ax^2 + bx + c > 0$ 의 해가 $0 < \alpha < x < \beta$ 일 때 부등식 $cx^2 - bx + a > 0$ 의 해는?

① $x < -\frac{1}{\alpha}$ 또는 $x > -\frac{1}{\beta}$
② $x < -\frac{1}{\beta}$ 또는 $x > \frac{1}{\alpha}$
③ $-\frac{1}{\alpha} < x < -\frac{1}{\beta}$
④ $\frac{1}{\alpha} < x < \frac{1}{\beta}$
⑤ $\frac{1}{\beta} < x < \frac{1}{\alpha}$

해설

$ax^2 + bx + c > 0$ 의 해가 $\alpha < x < \beta$ 이므로
$a < 0$ 이다. 해가 $0 < \alpha < x < \beta$ 이고
이차항의 계수가 1인 부등식은 $(x-\alpha)(x-\beta) < 0$
양변에 a 를 곱하면
$a(x-\alpha)(x-\beta) > 0$
$ax^2 - a(\alpha+\beta)x + a\alpha\beta > 0$
$\therefore\ b = -a(\alpha+\beta),\ c = a\alpha\beta$
따라서 $cx^2 - bx + a > 0$ 에 대입하면
$a\alpha\beta x^2 + a(\alpha+\beta)x + a > 0$
$\alpha\beta x^2 + (\alpha+\beta)x + 1 < 0$
$(\alpha x+1)(\beta x+1) < 0$
$\therefore -\frac{1}{\alpha} < x < -\frac{1}{\beta}\ (\because 0 < \alpha < \beta)$

13. 곡선 $y = x^3$ 위의 서로 다른 세 점 A, B, C 의 x 좌표를 각각 a, b, c 라고 한다. 세 점 A, B, C 가 일직선 위에 있을 때, 다음 중 항상 성립하는 것은?

① $a+b+c=0$ ② $a+b+c=1$ ③ $abc=1$
④ $a+c=2b$ ⑤ $ac=b^2$

해설

서로 다른 세 점 $\mathrm{A}(a, a^3)$, $\mathrm{B}(b, b^3)$, $\mathrm{C}(c, c^3)$ 이 일직선 위에 있으므로 직선 AB 의 기울기와 직선 AC 의 기울기는 같다.

$\therefore \dfrac{b^3-a^3}{b-a} = \dfrac{c^3-a^3}{c-a}$

즉, $b^2+ab+a^2 = c^2+ac+a^2$

$(b-c)(a+b+c)=0$ 에서 $b \neq c$ 이므로

$a+b+c=0$

14. 두 직선 $ax+by+c=0,\ cx+ay+b=0$이 일치할 때, 이 직선과 평행하며, 점 $(2,\ 1)$을 지나는 직선의 방정식은?

① $x-y=1$　　② $2x+y=5$　　③ $2x-y=3$
④ $x+2y=5$　　⑤ $x+y=3$

해설

$ax+by+c=0 \Rightarrow$

$y=-\frac{a}{b}\ x-\frac{c}{b}\ \cdots$ ㉠

$cx+ay+b=0 \Rightarrow$

$y=-\frac{c}{a}\ x-\frac{b}{a}\ \cdots$ ㉡

㉠, ㉡이 일치하므로 $-\frac{a}{b}=-\frac{c}{a},\ -\frac{c}{b}=-\frac{b}{a}$

$a^2=bc,\ b^2=ac$

$\therefore c=\frac{a^2}{b},\ c=\frac{b^2}{a}$

$\therefore \frac{a^2}{b}=\frac{b^2}{a}$

$\therefore a^3=b^3 \Rightarrow (a-b)(a^2+ab+b^2)=0$

$\therefore a=b\ (\because a^2+ab+b^2 \neq 0\ )$

$\therefore c=\frac{a^2}{b}=\frac{a^2}{a}=a$

$\therefore a=b=c$

$\therefore$ ㉠ $: x+y+1=0,\ y=-x-1$

$\therefore$ 구하는 직선의 기울기 : -1

$\therefore$ 구하는 직선 : $y-1=(-1)(x-2)$

$\Rightarrow x+y-3=0$

15. 삼차방정식 $x^3-6x^2-7x-5=0$의 세 근을 α,β,γ라 할 때, $(1-\alpha)(1-\beta)(1-\gamma)$ 의 값은?

① -15　② 16　③ -16　④ 17　⑤ -17

해설

$(1-\alpha)(1-\beta)(1-\gamma)=1-(\alpha+\beta+\gamma)+(\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha)-\alpha\beta\gamma$
근과 계수와의 관계에 의해
$\alpha+\beta+\gamma=6,\ \alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=-7,\ \alpha\beta\gamma=5$
$\therefore\quad (1-\alpha)(1-\beta)(1-\gamma)=1-6-7-5=-17$

해설

$f(x)=x^3-6x^2-7x-5=(x-\alpha)(x-\beta)(x-\gamma)=0$이므로
$f(1)=(1-\alpha)(1-\beta)(1-\gamma)=1-6-7-5=-17$

16. 다음은 α가 삼차방정식 $x^3-3x+1=0$의 한 근일 때, α^2-2도 이 방정식의 근임을 보인 것이다. (가)~(마)에 들어갈 말로 옳지 <u>않은</u> 것은?

> α 는 $x^3-3x+1=0$ 의 근이므로 (가)
> $f(x)=x^3-3x+1$ 이라고 하면
> $f(\alpha^2-2)=$ (나) $=$ (다) $=$ (라) $=$ (마) $=0$
> 따라서, α^2-2 도 삼차방정식 $x^3-3x+1=0$ 의 근이다.

① (가) $\alpha^3-3\alpha+1=0$

② (나) $(\alpha^2-2)^3-3(\alpha^2-2)+1$

③ (다) $\alpha^6-6\alpha^4+9\alpha^2-1$

④ (라) $(\alpha^3-3\alpha+1)(\alpha^3-3\alpha-1)$

⑤ (마) $0\cdot 2$

해설

α는 $x^3-3x+1=0$의 근이므로 $\alpha^3-3\alpha+1=0$
$f(x)=x^3-3x+1$이라고 하면 $f(\alpha^2-2)=(\alpha^2-2)^3-3(\alpha^2-2)+1$
$=\alpha^6-6\alpha^4+9\alpha^2-1=(\alpha^3-3\alpha+1)(\alpha^3-3\alpha-1)=0\cdot(-2)=0$
따라서 α^2-2도 삼차방정식 $x^3-3x+1=0$의 근이다.

17. 이차부등식 $x^2-2(k+2)x+16>0$이 모든 실수 x에 대하여 성립하도록 실수 k의 값을 정하면?

① $-4<k<2$ ② $-6\le k\le 2$ ③ $-8<k<4$
④ $-6<k<2$ ⑤ $-4\le k\le 2$

해설

항상 0보다 크려면 판별식이 0보다 작아야 한다
$D'=(k+2)^2-16<0$에서
$k^2+4k-12<0$
$(k-2)(k+6)<0$
$\therefore -6<k<2$

18. 이차방정식 $(2+k)x^2+4x-(1+k)=0$이 실근을 갖기 위한 실수 k 값의 범위는?

① $k \geq 1$ ② $k \leq -2$

③ k는 모든 실수 ④ k는 없다.

⑤ $k \neq -2$인 모든 실수

해설

이차방정식이므로 $k \neq -2$

실근을 가지려면 판별식이 0보다 크거나 같아야 하므로

$D' = 2^2 + (k+2)(k+1) \geq 0$

$k^2 + 3k + 6 \geq 0$

$k^2 + 3k + 6 = (k + \frac{3}{2})^2 + \frac{15}{4} \geq 0$이므로

모든 실수 k에 대해 성립.

$\therefore$ $k \neq -2$인 모든 실수

19. 세 변의 길이가 $x-1,\ x,\ x+1$ 인 삼각형이 둔각삼각형이 되도록 하는 x 의 값의 범위가 $a < x < b$ 라 할 때, $a+b$ 의 값은?

① 2　　② 3　　③ 4　　④ 5　　⑤ 6

해설

$x-1,\ x,\ x+1$ 은 삼각형의 세 변이므로
$x-1>0$, $x>0$, $x+1>0$
$x-1+x>x+1 \therefore x>2 \cdots\cdots$ ①
한편, 둔각삼각형이 되려면 $(x-1)^2+x^2<(x+1)^2$
$x^2-4x<0$ 에서 $0<x<4 \quad \cdots\cdots$ ②
①과 ②에서 $2<x<4$
$\therefore\ a=2,\ b=4$
따라서 $a+b=6$

20. 직선 $2x - y + 3 = 0$ 을 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 다음 y 축에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식을 구하면?

① $x + 2y + 3 = 0$　　② $x + 4y + 6 = 0$

③ $2x + y + 2 = 0$　　④ $2x + 4y + 6 = 0$

⑤ $3x + 2y + 1 = 0$

해설

직선 $2x - y + 3 = 0$

$\xrightarrow[\text{대칭이동}]{\text{직선 } x=y\text{에 대하여}}$ 직선 $2y - x + 3 = 0$

$\xrightarrow[\text{대칭이동}]{y\text{축에 대하여}}$ 직선 $2y - (-x) + 3 = 0$,

즉 $x + 2y + 3 = 0$