

1. $-1 < x < 3$ 일 때, $A = 2x - 3$ 의 범위는?

① $1 < A < 3$

② $-1 < A < 3$

③ $-3 < A < 5$

④ $-5 < A < 3$

⑤ $3 < A < 5$

해설

$-1 < x < 3$ 에서 양변에 2를 곱하고 3을 빼면

$$-2 - 3 < 2x - 3 < 6 - 3$$

$$\therefore -5 < 2x - 3 < 3$$

2. 연립부등식 $\begin{cases} 3x - 4 \leq 2 \\ 5 - 2x < 9 \end{cases}$ 의 해가 $a < x \leq b$ 이다. 이때, a, b 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -2$

▷ 정답 : $b = 2$

해설

$$3x - 4 \leq 2$$

$$3x \leq 6$$

$$\therefore x \leq 2$$

$$5 - 2x < 9$$

$$2x > -4$$

$$\therefore x > -2$$

따라서 $-2 < x \leq 2$ 에서 $a = -2, b = 2$ 이다.

3. 연립부등식

$$\begin{cases} x-4 > 3x-8 \\ 2x-a > x+5 \end{cases}$$
가 해를 갖도록 하는 상수 a 의 값의 범위는?

① $a < -2$

② $a > -2$

③ $a \leq -3$

④ $a < -3$

⑤ $a > -3$

해설

$$x-4 > 3x-8, 2 > x$$

$$2x-a > x+5, x > a+5$$

해가 존재하기 위해서 $a+5 < 2$

$$\therefore a < -3$$

4. 좌표평면 위에 세 점 $A(-2, 1)$, $B(4, 7)$, $C(6, 3)$ 을 꼭짓점으로 하는 $\triangle ABC$ 가 있다. 직선 $y = mx + 2m + 1$ 에 의하여 $\triangle ABC$ 의 넓이가 이등분될 때, m 의 값은?

- ① $\frac{2}{7}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{4}{7}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{6}{7}$

해설

직선 $y = m(x + 2) + 1$ 은 m 의 값에 관계없이
항상 점 $(-2, 1)$ 을 지나므로 점 A 를 지난다.
따라서 주어진 직선이 $\triangle ABC$ 의 넓이를 이등분하려면
직선이 $\overline{BC}$ 의 중점 $M(5, 5)$ 를 지나야 한다.
 $\therefore 5 = m(5 + 2) + 1$
 $\therefore m = \frac{4}{7}$

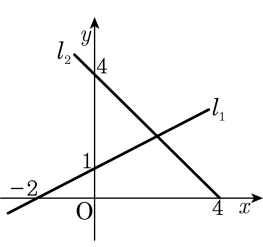
5. 다음 그림과 같은 좌표평면 위의 두 직선 l_1, l_2 의 교점과 원점을 지나는 직선의 방정식은 $y = ax$ 이다. 이때, a 의 값은?

- ① $\frac{1}{3}$

② $\frac{1}{2}$

③ 1
- ④ $\frac{4}{3}$

⑤ $\frac{3}{2}$



해설

직선 l_1 은 x 절편이 -2 이고,
 y 절편이 1 이므로 $\frac{x}{-2} + \frac{y}{1} = 1$ 에서
 $x - 2y = -2 \cdots \cdots \textcircled{1}$
 직선 l_2 는 x 절편이 4 이고, y 절편이 4 이므로
 $\frac{x}{4} + \frac{y}{4} = 1$ 에서
 $x + y = 4 \cdots \cdots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 을 연립하면 풀면 $x = 2, y = 2$
 따라서, 구하는 직선의 방정식은 $y = x$
 $\therefore a = 1$

6. 삼차방정식 $x^3 - 8x^2 + 17x - 10 = 0$ 의 세 근을 α, β, γ 라 할 때, $\alpha - \beta - \gamma$ 의 값은?(단, $\alpha < \beta < \gamma$)

① -3

② -4

③ -5

④ -6

⑤ -7

해설

$x^3 - 8x^2 + 17x - 10 = 0$ 인수분해하여 해를 구하면

$$(x-1)(x-2)(x-5) = 0$$

$$\therefore \alpha = 1, \beta = 2, \gamma = 5$$

$$\therefore \alpha - \beta - \gamma = 1 - 2 - 5 = -6$$

7. $x^4 - x^3 + x^2 + 2 = 0$ 의 두 근이 $1+i$, $1-i$ 일 때, 이 방정식의 나머지 두 근을 구하면?

① $x = -\frac{-1 + -\sqrt{3}i}{2}$

② $x = \frac{1 + -\sqrt{3}i}{2}$

③ $x = \frac{-1 \pm \sqrt{3}i}{2}$

④ $x = -1 \pm \sqrt{3}i$

⑤ $x = 1 \pm \sqrt{3}i$

해설

$x^4 - x^3 + x^2 + 2 = 0$ 의 두근이 $1+i$, $1-i$ 이므로

$x^2 - 2x + 2$ 는 $x^4 - x^3 + x^2 + 2$ 의 인수이다.

따라서,

$$\therefore x^4 - x^3 + x^2 + 2 = (x^2 - 2x + 2)(x^2 + x + 1)$$

$$\therefore x^2 + x + 1 = 0 \text{ 일 때의 근은 } \frac{-1 \pm \sqrt{3}i}{2}$$

8. 삼차방정식 $x^3 - px + 2 = 0$ 의 세 근을 α, β, γ 라 할 때, $\frac{\beta + \gamma}{\alpha} + \frac{\gamma + \alpha}{\beta} + \frac{\alpha + \beta}{\gamma}$ 의 값은?

- ① $-p$ ② p ③ 0 ④ 3 ⑤ -3

해설

$\alpha + \beta + \gamma = 0$ 이므로 주어진 식은 $\frac{-\alpha}{\alpha} + \frac{-\beta}{\beta} + \frac{-\gamma}{\gamma} = -3$ 이 된다.

9. 삼차방정식 $x^3 - ax - b = 0$ 의 한 근이 $1 - \sqrt{2}$ 일 때, 유리수 a, b 에 대하여 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

방정식 $x^3 - ax - b = 0$ 의 계수가 유리수이므로
세 근을 $1 - \sqrt{2}, 1 + \sqrt{2}, \alpha$ 라고 하면
 $(1 - \sqrt{2}) + (1 + \sqrt{2}) + \alpha = 0 \quad \cdots \textcircled{㉠}$
 $(1 - \sqrt{2})(1 + \sqrt{2}) + (1 + \sqrt{2})\alpha + (1 - \sqrt{2})\alpha = -a \quad \cdots \textcircled{㉡}$
 $(1 - \sqrt{2})(1 + \sqrt{2})\alpha = b \quad \cdots \textcircled{㉢}$
 $\textcircled{㉠}$ 에서 $\alpha = -2$ 를 $\textcircled{㉢}$ 에 대입하면
 $-a = 1 - 2 - 2 - 2\sqrt{2} - 2 + 2\sqrt{2} = -5 \quad \therefore a = 5$
 $\alpha = -2$ 를 $\textcircled{㉡}$ 에 대입하면 $b = -2(1 - \sqrt{2})(1 + \sqrt{2}) = 2$
 $\therefore a + b = 5 + 2 = 7$

10. 방정식 $x^3 + 1 = 0$ 의 한 허근을 ω 라 할 때, $\omega(2\omega - 1)(\omega^2 + 2)$ 의 값은 ?

① $-\omega$

② ω

③ -3

④ 3

⑤ 5

해설

$$x^3 + 1 = 0, (x + 1)(x^2 - x + 1) = 0$$

한 허근이 ω 이므로

$$\omega^3 = -1, \omega^2 - \omega + 1 = 0$$

$$\therefore \omega(2\omega - 1)(\omega^2 + 2)$$

$$= (2\omega - 1)(\omega^3 + 2\omega)$$

$$= (2\omega - 1)(-1 + 2\omega)$$

$$= 4\omega^2 - 4\omega + 1$$

$$= 4(\omega - 1) - 4\omega + 1$$

$$= 4\omega - 4 - 4\omega + 1$$

$$= -3$$

11. $\begin{cases} x-y=2 \\ x^2+y^2=20 \end{cases}$ 을 만족하는 x, y 를 구하여 x^2-y^2 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12 또는 -12

해설

$$\begin{cases} x-y=2 & \cdots \textcircled{1} \\ x^2+y^2=20 & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

①에서 $y = x - 2$ 를

②식에 대입하면

$$x^2 + (x - 2)^2 = 20, 2x^2 - 4x + 4 - 20 = 0,$$

$$x^2 - 2x - 8 = 0, (x - 4)(x + 2) = 0$$

$$\begin{cases} x = 4 \\ y = 2 \end{cases} \quad \text{또는} \quad \begin{cases} x = -2 \\ y = -4 \end{cases}$$

$$\therefore x^2 - y^2 = 16 - 4 = 12 \text{ 또는 } x^2 - y^2 = 4 - 16 = -12$$

12. 두 부등식 A 는 $0.3x + 2 > 0.5x - 1$ 이고, B 는 $\frac{2}{5}x + 1.5 \leq 0.7x - \frac{1}{2}$ 일 때, 다음 설명 중 옳은 것을 모두 골라라.

- ☐㉠ A 와 $x > 8$ 의 공통해는 $x < 8$ 이다.
- ☐㉡ B 와 $x < 30$ 의 공통해는 $\frac{20}{3} \leq x < 30$ 이다.
- ☐㉢ A 와 B 의 공통해는 $\frac{20}{3} \leq x < 15$ 이다.
- ☐㉣ A 와 B 를 합한 부분은 존재하지 않는다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉡

▶ 정답 : ㉢

해설

A 의 부등식의 양변에 10을 곱하면
 $3x + 20 > 5x - 10$
 $-2x > -30$
 $x < 15$
 B 의 부등식의 양변에 10을 곱하면
 $4x + 15 \leq 7x - 5$
 $3x \geq 20$
 $x \geq \frac{20}{3}$
 A 와 $x > 8$ 의 공통해는 $8 < x < 15$, B 와 $x < 30$ 의 공통해는 $\frac{20}{3} \leq x < 30$ 이다. A 와 B 를 합하면 모든 실수이다.

13. 두 부등식 $2x - 3 < x + 2$, $a < 2x$ 의 공통해가 3, 4가 되도록 a 값의 범위를 정하면?

① $4 < a \leq 6$

② $a < 6$

③ $3 \leq a < 5$

④ $4 \leq a < 6$

⑤ $5 \leq a < 7$

해설

$$x < 5, x > \frac{a}{2} \text{이므로}$$

$$\frac{a}{2} < x < 5 \text{를 만족하는 정수가 3, 4가 되기 위해서}$$

$$2 \leq \frac{a}{2} < 3$$

$$\therefore 4 \leq a < 6$$

14. 연립부등식 $\begin{cases} 5(2x+3) \geq 3x+1 \\ 2(x-3) < -a \end{cases}$ 의 해가 $-2 \leq x < 2$ 일 때, 상수 a 의 값은?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$(i) \ 5(2x+3) \geq 3x+1, \ x \geq -2$$

$$(ii) \ 2(x-3) < -a, \ x < \frac{-a+6}{2}$$

$$-2 \leq x < \frac{-a+6}{2} \text{ 와 } -2 \leq x < 2 \text{ 가 같으므로}$$

$$\frac{-a+6}{2} = 2$$

$$\therefore a = 2$$

15. 이차부등식 $x^2 - (k - 4)x + 1 \geq 0$ 이 모든 실수 x 에 대하여 항상 성립하도록 하는 k 값의 범위는?

① $k \geq 6, k \leq 2$

② $2 \leq k \leq 6$

③ $k > 6, k < -2$

④ $2 < k < 6$

⑤ $-6 \leq k \leq 2$

해설

모든 실수 x 에 대하여 항상 성립하려면

$$D \leq 0$$

$$D = (k - 4)^2 - 4 = (k - 6)(k - 2) \leq 0$$

$$\therefore 2 \leq k \leq 6$$

16. 둘레의 길이가 24 cm 인 직사각형의 넓이를 35 cm^2 이상 되도록 할 때, 그 한 변의 길이 a 의 최댓값과 최솟값의 합은?

① 9 cm ② 10 cm ③ 12 cm ④ 15 cm ⑤ 19 cm

해설

한 변의 길이가 a 이므로 다른 한 변의 길이는 $12 - a$ 이다.

$a(12 - a) \geq 35$ 에서 $(a - 5)(a - 7) \leq 0$

$\therefore 5 \leq a \leq 7$

따라서, 최댓값과 최솟값의 합은 12 cm

17. 부등식 $ax^2 - 2ax + 1 \leq 0$ 이 단 하나의 해를 갖도록 하는 실수 a 의 값을 구하여라.

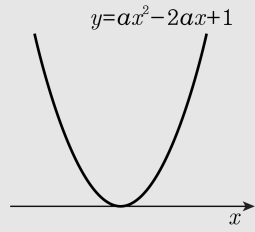
▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

주어진 부등식이 단 하나의 해를 가지려면

$y = ax^2 - 2ax + 1$ 의 그래프가 다음 그림과 같아야 한다.



(i) 그래프가 아래로 볼록이므로 $a > 0$

(ii) $ax^2 - 2ax + 1 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4} = a^2 - a = 0 \text{ 에서 } a = 0 \text{ 또는 } a = 1$$

(i), (ii)에서 $a = 1$

18. $-1 < x < 3$ 인 모든 실수 x 에 대하여 이차부등식 $x^2 + 2(k-1)x + 3k < 0$ 이 항상 성립하도록 하는 실수 k 의 최댓값을 구하여라.

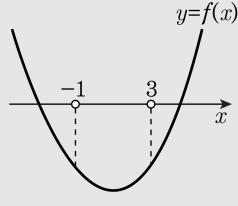
▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$f(x) = x^2 + 2(k-1)x + 3k$ 라 하자.

$-1 < x < 3$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) < 0$ 이 항상 성립하려면 다음 그림과 같이 $f(-1) \leq 0$, $f(3) \leq 0$ 이어야 한다.



(i) $f(-1) \leq 0$ 에서 $(-1)^2 + 2(k-1) \cdot (-1) + 3k \leq 0$, $k+3 \leq 0$
 $\therefore k \leq -3$

(ii) $f(3) \leq 0$ 에서 $3^2 + 2(k-1) \cdot 3 + 3k \leq 0$, $9k+3 \leq 0$

$\therefore k \leq -\frac{1}{3}$

(i), (ii)에서 $k \leq -3$

따라서, 실수 k 의 최댓값은 -3 이다.

19. 세 점 A(2, 2), B(4, 6), C(0, 1)과 좌표평면 위의 임의의 점 P에 대해 $\overline{PA}^2 + \overline{PB}^2 + \overline{PC}^2$ 의 최솟값과 최솟값일 때의 점 P의 좌표를 구하면?

- ① 61, (0, 0) ② 12, (2, 3) ③ 12, (3, 3)
④ 22, (2, 3) ⑤ 25, (3, 3)

해설

P = (x, y)라 하면

$$\overline{PA}^2 + \overline{PB}^2 + \overline{PC}^2$$

$$= (x-2)^2 + (y-2)^2 + (x-4)^2 + (y-6)^2 + x^2$$

$$+ (y-1)^2 = 3(x-2)^2 + 3(y-3)^2 + 22$$

∴ 최솟값은 P가 (2, 3)일 때 22이다.

20. A(-2, 3), B(4, 3)에서 같은 거리에 있는 x 축 위의 점 P의 좌표를 구하면?

① (-2, 0)

② (-1, 0)

③ (0, 0)

④ (1, 0)

⑤ (2, 0)

해설

점 P를 $(\alpha, 0)$ 이라 하자.

$\overline{AP}^2 = \overline{BP}^2$ 이므로

$$(\alpha + 2)^2 + (0 - 3)^2 = (\alpha - 4)^2 + (0 - 3)^2$$

$$\therefore \alpha = 1$$

$$\therefore P = (1, 0)$$

21. 다음 그림과 같이 고압 전선 $\overline{DE}$ 가 지나는 곳으로부터 각각 50m, 100m 떨어진 두 지점에 빌딩 A, B가 위치하고 있다. 변압기를 D와 E 사이의 한 지점에 설치하여 빌딩 A, B에 전력을 공급하려고 한다. D와 E 사이의 거리가 200m 일 때, 전체 전선의 길이 $\overline{AC} + \overline{BC}$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답: m

▷ 정답 : 250m

해설

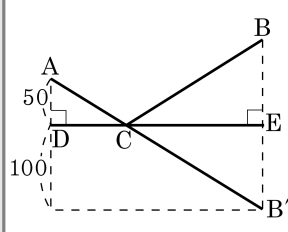
B를 $\overline{DE}$ 에 대해 대칭이동한 점을 B'이라 하면

$$\overline{BC} = \overline{CB'} \circ \text{이므로}$$

$$\overline{AC} + \overline{BC} = \overline{AC} + \overline{CB} = \overline{AB}$$

$$AC + BC = AC + CB' \geq AB$$

따라서 $\overline{AC} + \overline{BC}$ 의 최솟값은
 $\overline{AB'} = \sqrt{200^2 + 150^2} = 250(\text{m})$



22. 삼각형 ABC의 무게중심의 좌표가 $G(2, -1)$ 이고 세 변 AB, BC, CA를 2 : 1로 내분하는 점이 각각 $P(a, 3)$, $Q(-2, -2)$, $R(5, b)$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

삼각형 ABC의 무게중심과 삼각형 PQR의 무게중심은 일치한다.

삼각형 PQR의 무게중심의 좌표는

$\left(\frac{a-2+5}{3}, \frac{3-2+b}{3}\right)$ 이므로

$\frac{a+3}{3} = 2$ 에서 $a = 3$

또 $\frac{1+b}{3} = -1$ 에서 $b = -4$

$\therefore a + b = -1$

23. 두 점 A(1, 5), B(5, 3)에 대하여 $\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2$ 의 값이 최소가 되는 점 P의 좌표는?
- ① (4, 5) ② (3, 4) ③ (2, 3)
- ④ (1, 2) ⑤ (0, 1)

해설

$\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2$ 의 값이 최소가 되기 위한 점 P는 점 A와 점 B의 중점이어야 한다.
따라서 P(3, 4)

해설

P(x, y)로 놓으면

$$\begin{aligned}\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 &= \{(x-1)^2 + (y-5)^2\} \\ &\quad + \{(x-5)^2 + (y-3)^2\} \\ &= 2x^2 - 12x + 2y^2 - 16y + 60 \\ &= 2(x^2 - 6x + 9) + 2(y^2 - 8y + 16) + 10 \\ &= 2(x-3)^2 + 2(y-4)^2 + 10\end{aligned}$$

따라서 $x = 3$, $y = 4$ 일 때 최솟값을 갖는다.

24. 두 점 $A(-2, -1)$, $B(4, 3)$ 에 대하여 선분 AB 의 수직이등분선의 방정식을 $y = ax + b$ 라 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

선분 AB의 중점의 좌표는 $(1, 1)$

선분 AB의 기울기는 $\frac{3 - (-1)}{4 - (-2)} = \frac{2}{3}$

따라서, 선분 AB의 수직이등분선은 점 $(1, 1)$ 을 지나고, 기울기가 $-\frac{3}{2}$ 인 직선이므로

구하는 직선의 방정식은 $y - 1 = -\frac{3}{2}(x - 1)$

즉, $y = -\frac{3}{2}x + \frac{5}{2}$

따라서, $a + b = -\frac{3}{2} + \frac{5}{2} = 1$

25. 직선 $kx - y + 3k = 1$ 는 k 값에 관계없이 항상 일정한 점 A를 지난다.
이 점 A의 좌표는?

- ① A(-3, -1) ② A(-2, -1) ③ A(-1, -1)
④ A(1, -1) ⑤ A(2, 1)

해설

주어진 식을 k 에 대하여 정리하면
 $(x + 3)k - (y + 1) = 0$
위 식은 k 값에 관계없이
 $x + 3 = 0$, $y + 1 = 0$ 의 교점을 지난다.
 $\therefore x = -3$, $y = -1$
 $\therefore A(-3, -1)$

26. 다음은 점 A(3,3) 에서 직선 $l : x + 2y = 4$ 까지의 거리를 구하는 과정이다.

점 A(3,3) 에서 직선 l 에 내린 수선의 발을 H(x_1, y_1) 이라 하면
 $x_1 + 2y_1 = 4 \quad \cdots \textcircled{1}$
직선 AH 의 기울기는 ($\textcircled{㉠}$) 이므로
 $\frac{y_1 - 3}{x_1 - 3} = (\textcircled{㉡})$
 $\therefore y_1 - 3 = (\textcircled{㉢})(x_1 - 3) \quad \cdots \textcircled{2}$
따라서 $\overline{AH} = \sqrt{(x_1 - 3)^2 + (y_1 - 3)^2}$
 $= (\textcircled{㉣}) |x_1 - 3|$
 $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 에서 $x_1 - 3 = (\textcircled{㉤})$ 이므로 $\overline{AH} = \sqrt{5}$

의 $\textcircled{㉠}, \textcircled{㉣}, \textcircled{㉤}$ 에 알맞은 수를 순서대로 적으면?

- $\textcircled{1} \quad \frac{1}{2}, \sqrt{5}, 1$
- $\textcircled{2} \quad \frac{1}{2}, \sqrt{5}, -1$
- $\textcircled{3} \quad 2, \sqrt{5}, 1$
- $\textcircled{4} \quad 2, 2\sqrt{5}, -1$
- $\textcircled{5} \quad 2, \sqrt{5}, -1$

해설

점 A 에서 직선 l 에 내린 수선의 발을
H(x_1, y_1) 라 하면, $x_1 + 2y_1 = 4 \cdots \textcircled{1}$
 $l : x + 2y = 4 \Rightarrow y = -\frac{1}{2}x + 2$
 $\textcircled{㉠}$: 직선 AH 의 기울기를 m 이라고 하면
직선 AH 와 직선 l 은 직교하므로
 $\left(-\frac{1}{2}\right) \times m = -1 \therefore m = 2$
 $\textcircled{㉣}$: $y_1 - 3 = 2(x_1 - 3) \cdots \textcircled{2}$ 를 대입하면
 $\overline{AH} = \sqrt{(x_1 - 3)^2 + (y_1 - 3)^2}$
 $= \sqrt{(x_1 - 3)^2 + \{2(x_1 - 3)\}^2}$
 $= \sqrt{5(x_1 - 3)^2}$
 $= \sqrt{5} |x_1 - 3|$
 $\textcircled{㉤}$: $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 를 연립하면 $x_1 = 2, y_1 = 1$ 이므로
 $x_1 - 3 = -1$

27. 연립방정식 $\begin{cases} x^2 - 3xy - 2y^2 = 8 \cdots \cdots \textcircled{\text{㉠}} \\ xy + 3y^2 = 1 \cdots \cdots \textcircled{\text{㉡}} \end{cases}$ 의 근 x, y 를 구할 때, $x+y$

의 값을 모두 구하면?

- ① $-\frac{7}{2}, -1, 1, \frac{7}{2}$
- ② $-\frac{7}{2}, \frac{7}{2}$
- ③ $-1, 1$
- ④ $-\frac{7}{2}, 1$
- ⑤ $1, \frac{7}{2}$

해설

$\textcircled{\text{㉠}} - \textcircled{\text{㉡}} \times 8$ 에서 $x^2 - 11xy - 26y^2 = 0, (x + 2y)(x - 13y) = 0$
 $x + 2y = 0 \cdots \cdots \textcircled{\text{㉢}}$
 $x - 13y = 0 \cdots \cdots \textcircled{\text{㉣}}$
 $\textcircled{\text{㉢}}, \textcircled{\text{㉣}}$ 에서 $y^2 = 1$
 $\therefore y = \pm 1, x = \mp 2$ (복호동순)
 $\textcircled{\text{㉡}}, \textcircled{\text{㉣}}$ 에서 $16y^2 = 1$
 $\therefore y = \pm \frac{1}{4}, x = \pm \frac{13}{4}$ (복호동순)
 $\therefore x + y = -1, 1, \frac{7}{2}, -\frac{7}{2}$

28. 두 방정식 $x^2 - (k+2)x + 2k = 0$, $x^2 + kx - 2k = 0$ 을 동시에 만족하는 x 의 값이 존재할 때, 상수 k 의 값의 합은?

- ① -2
- ② -1
- ③ 0
- ④ 1
- ⑤ 2

해설

공통인 근을 α 라 하면

$$\alpha^2 - (k+2)\alpha + 2k = 0$$

$$\alpha^2 + k\alpha - 2k = 0$$

두 식을 더하면

$$2\alpha^2 - 2\alpha = 0, \quad \alpha(\alpha - 1) = 0$$

$$\alpha = 0 \text{ 이면 } k = 0$$

$$\alpha = 1 \text{ 이면 } k = 1$$

$$\therefore k = 1 \text{ 또는 } 0$$

해설

$$\textcircled{㉠} : x^2 - (k+2)x + 2k = 0 \text{에서 } (x-k)(x-2) = 0$$

$$\textcircled{㉡} : x^2 + kx - 2k = 0$$

i) $x = k$ 가 $\textcircled{㉡}$ 의 해일 때

$$k^2 + k^2 - 2k = 0,$$

$$k^2 - k = 0$$

$$k = 1 \text{ 또는 } k = 0$$

ii) $x = 2$ 가 $\textcircled{㉡}$ 의 해일 때

$$4 + 2k - 2k = 0, \quad 4 = 0 \text{ 성립하지 않는다.}$$

$$\therefore k = 1 \text{ 또는 } 0$$

29. $a > b$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

- ①

$\begin{cases} x > a \\ x > b \end{cases}$

의 해는 $x > a$ 이다.
- ②

$\begin{cases} x > a \\ x < b \end{cases}$

의 해는 $x < b$ 이다.
- ③

$\begin{cases} x < a \\ x < b \end{cases}$

의 해는 없다.
- ④

$\begin{cases} x > -a \\ x > -b \end{cases}$

의 해는 $x > -a$ 이다.
- ⑤

$\begin{cases} x < -a \\ x > -b \end{cases}$

의 해는 없다.

해설

- ②

$\begin{cases} x > a \\ x < b \end{cases}$

의 해는 없다.
- ③

$\begin{cases} x < a \\ x < b \end{cases}$

의 해는 $x < b$
- ④

$\begin{cases} x > -a \\ x > -b \end{cases}$

의 해는 $x > -b$

30. $\alpha < 0 < \beta$ 이고 이차부등식 $ax^2 + bx + c < 0$ 의 해가 $\alpha < x < \beta$ 일 때, 이차부등식 $cx^2 + bx + a < 0$ 의 해는?

- ① $\frac{1}{\alpha} < x < \frac{1}{\beta}$ ② $\frac{1}{\beta} < x < \frac{1}{\alpha}$
 ③ $x < \frac{1}{\alpha}$ 또는 $x > \frac{1}{\beta}$ ④ $x < \frac{1}{\beta}$ 또는 $x > \frac{1}{\alpha}$
 ⑤ b 의 부호에 따라 다르다.

해설

$ax^2 + bx + c < 0$ 의 해가 $\alpha < x < \beta$ ($\alpha < 0 < \beta$) 이므로

$$ax^2 + bx + c = a(x - \alpha)(x - \beta), \quad a > 0$$

$$\therefore \alpha + \beta = -\frac{b}{a}, \quad \alpha\beta = \frac{c}{a} < 0 \quad \therefore c < 0$$

따라서,

$$\begin{aligned} cx^2 + bx + a &= c \left(x^2 + \frac{b}{c}x + \frac{a}{c} \right) \\ &= c \left(x^2 - \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta}x + \frac{1}{\alpha\beta} \right) \\ &= c \left\{ x^2 - \left(\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} \right)x + \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{1}{\beta} \right\} \\ &= c \left(x - \frac{1}{\alpha} \right) \left(x - \frac{1}{\beta} \right) < 0 \end{aligned}$$

$$c < 0 \text{ 이고 } \frac{1}{\alpha} < 0 < \frac{1}{\beta} \text{ 이므로 구하는 해는 } x < \frac{1}{\alpha} \text{ 또는 } x > \frac{1}{\beta}$$

31. 이차방정식 $x^2 + 2kx + k = 0$ 의 두 근이 모두 -1 과 1 사이에 있기 위한 k 값의 범위가 $a < k \leq b$ 라 할 때, ab 의 값은?

- ① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

해설

$$D/4 = k^2 - k \geq 0, k(k-1) \geq 0, \therefore k \leq 0, k \geq 1$$

$$f(x) = x^2 + 2kx + k \text{라 하면}$$

$$f(-1) = 1 - k > 0$$

$$\therefore k < 1$$

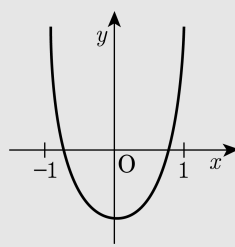
$$f(1) = 1 + 3k > 0 \therefore k > -\frac{1}{3}$$

$$\text{대칭축 } x = -k \text{ 이므로 } -1 < -k < 1$$

$$\therefore -1 < k < 1$$

$$\therefore -\frac{1}{3} < k \leq 0$$

$$\therefore ab = 0$$



32. 평면상의 서로 다른 두 점 P, Q 에 대하여, 선분 $\overline{PQ}$ 의 3 등분점 중 P 에 가까운 쪽의 점을 $P*Q$ 로 나타낼 때, $A(1, 2)$, $B(-2, 3)$, $C(-1, -1)$ 에 대하여 점 $(A*B)*C$ 의 좌표를 구하면?

- ㉠ $\left(-\frac{1}{3}, \frac{11}{9}\right)$
 ㉡ $(-3, 4)$
 ㉢ $\left(\frac{5}{2}, \frac{1}{3}\right)$
- ㉣ $(2, -1)$
 ㉤ $\left(-\frac{4}{3}, \frac{7}{2}\right)$

해설

$P*Q$ 는 P, Q 의 1 : 2 내분점을 말한다.

$$\therefore (A*B) = \left(\frac{1 \times (-2) + 2 \times 1}{1+2}, \frac{1 \times 3 + 2 \times 2}{1+2}\right) = \left(0, \frac{7}{3}\right)$$

$$\left(0, \frac{7}{3}\right) * C$$

$$= \left(\frac{1 \times (-1) + 2 \times 0}{1+2}, \frac{1 \times (-1) + 2 \times \frac{7}{3}}{1+2}\right)$$

$$= \left(-\frac{1}{3}, \frac{11}{9}\right)$$

$$(A*B)*C = \left(-\frac{1}{3}, \frac{11}{9}\right)$$

33. 세 점 A(1, 3), B(3, 1), C(5, 5) 를 꼭지점으로 하는 $\triangle ABC$ 와 직선 $kx - y + 2k - 1 = 0$ 이 만난다. 상수 k 의 최대값을 M, 최소값을 m 이라 할 때, $\frac{M}{m}$ 의 값은?

- ① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ 2 ④ $\frac{8}{3}$ ⑤ $\frac{10}{3}$

해설

직선의 방정식 $ax + by + c + k(a'x + b'y + c') = 0$ 은 k 의 값에 관계없이 항상 두 직선 $ax + by + c = 0$ 과 $a'x + b'y + c' = 0$ 의 교점을 지난다.

그림과 같이 직선 $kx - y + 2k - 1 = 0$ 즉 $y = k(x + 2) - 1$ 은 k 의 값에 관계없이 항상 점 $(-2, -1)$ 을 지나므로 이 직선이 $\overline{AB}$ 와 만날 때, 삼각형과 만난다.

1) 점 A 를 지날 때, $3 = k(1 + 2) - 1, \quad k = \frac{4}{3}$

2) 점 B 를 지날 때, $1 = k(3 + 2) - 1, \quad k = \frac{2}{5}$

따라서 $\frac{2}{5} \leq k \leq \frac{4}{3}$ 일 때, 주어진 직선은 삼각형과 만난다.

$\therefore \frac{M}{m} = \frac{\frac{4}{3}}{\frac{2}{5}} = \frac{10}{3}$