1. $-1 < x < 3$일 때, $A = 2x - 3$의 범위는?

① $1 < A < 3$　② $-1 < A < 3$　③ $-3 < A < 5$

④ $-5 < A < 3$　⑤ $3 < A < 5$

해설

$-1 < x < 3$에서 양변에 2를 곱하고 3을 빼면

$-2 - 3 < 2x - 3 < 6 - 3$

$\therefore\ -5 < 2x - 3 < 3$

2. 연립부등식 $\begin{cases} 3x - 4 \le 2 \\ 5 - 2x < 9 \end{cases}$ 의 해가 $a < x \le b$이다. 이때, a, b의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -2$

▷ 정답 : $b = 2$

해설

$3x - 4 \le 2$
$3x \le 6$
$\therefore \ x \le 2$

$5 - 2x < 9$
$2x > -4$
$\therefore \ x > -2$

따라서 $-2 < x \le 2$ 에서 $a = -2, \ b = 2$ 이다.

3. 연립부등식

$$\begin{cases} x-4>3x-8 \\ 2x-a>x+5 \end{cases}$$

가 해를 갖도록 하는 상수 a 의 값의 범위는?

① $a<-2$ ② $a>-2$ ③ $a\leq -3$

④ $a<-3$ ⑤ $a>-3$

해설

$x-4>3x-8$, $2>x$

$2x-a>x+5$, $x>a+5$

해가 존재하기 위해서 $a+5<2$

$\therefore a<-3$

4. 좌표평면 위에 세 점 A(–2, 1), B(4, 7), C(6, 3)을 꼭짓점으로 하는 $\triangle$ABC가 있다. 직선 $y = mx + 2m + 1$에 의하여 $\triangle$ABC의 넓이가 이등분될 때, m의 값은?

① $\frac{2}{7}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{4}{7}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{6}{7}$

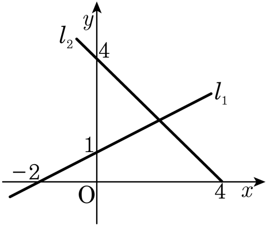
해설

직선 $y = m(x+2) + 1$은 m 의 값에 관계없이
항상 점 $(-2, 1)$을 지나므로 점 A를 지난다.
따라서 주어진 직선이 $\triangle$ABC 의 넓이를 이등분하려면
직선이 $\overline{\mathrm{BC}}$ 의 중점 $\mathrm{M}(5, 5)$를 지나야 한다.

$\therefore\ 5 = m(5+2) + 1$

$\therefore\ m = \frac{4}{7}$

5. 다음 그림과 같은 좌표평면 위의 두 직선 l_1, l_2 의 교점과 원점을 지나는 직선의 방정식은 $y=ax$ 이다. 이때, a 의 값은?



① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1
④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

해설

직선 l_1 은 x절편이 -2이고,

y절편이 1이므로 $\frac{x}{-2}+\frac{y}{1}=1$에서

$x-2y=-2\cdots\cdots$ ㉠

직선 l_2는 x절편이 4이고, y절편이 4이므로

$\frac{x}{4}+\frac{y}{4}=1$에서

$x+y=4\cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하면 풀면 $x=2, y=2$

따라서, 구하는 직선의 방정식은 $y=x$

$\therefore\ a=1$

6. 삼차방정식 $x^3 - 8x^2 + 17x - 10 = 0$ 의 세 근을 α, β, γ라 할 때, $\alpha - \beta - \gamma$ 의 값은?(단, $\alpha < \beta < \gamma$)

① -3 ② -4 ③ -5 ④ -6 ⑤ -7

해설

$x^3 - 8x^2 + 17x - 10 = 0$ 인수분해하여 해를 구하면

$(x-1)(x-2)(x-5) = 0$

$\therefore\ \alpha = 1, \beta = 2, \gamma = 5$

$\therefore\ \alpha - \beta - \gamma = 1 - 2 - 5 = -6$

7. $x^4-x^3+x^2+2=0$의 두 근이 $1+i,\ 1-i$일 때, 이 방정식의 나머지 두 근을 구하면?

① $x=-\dfrac{-1+-\sqrt{3}i}{2}$ ② $x=\dfrac{1+-\sqrt{3}i}{2}$

③ $x=\dfrac{-1\pm\sqrt{3}i}{2}$ ④ $x=-1\pm\sqrt{3}i$

⑤ $x=1\pm\sqrt{3}i$

해설

$x^4-x^3+x^2+2=0$의 두근이 $1+i,\ 1-i$이므로
x^2-2x+2는 $x^4-x^3+x^2+2$의 인수이다.
따라서,
$\therefore x^4-x^3+x^2+2=(x^2-2x+2)(x^2+x+1)$

$\therefore x^2+x+1=0$일 때의 근은 $\dfrac{-1\pm\sqrt{3}i}{2}$

8. 삼차방정식 $x^3 - px + 2 = 0$의 세 근을 $\alpha,\ \beta,\ \gamma$라 할 때, $\frac{\beta+\gamma}{\alpha} + \frac{\gamma+\alpha}{\beta} + \frac{\alpha+\beta}{\gamma}$의 값은?

① $-p$ ② p ③ 0 ④ 3 ⑤ -3

해설

$\alpha+\beta+\gamma=0$이므로 주어진 식은 $\frac{-\alpha}{\alpha}+\frac{-\beta}{\beta}+\frac{-\gamma}{\gamma}=-3$이 된다.

9. 삼차방정식 $x^3 - ax - b = 0$의 한 근이 $1 - \sqrt{2}$일 때, 유리수 a, b에 대하여 $a + b$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

방정식 $x^3 - ax - b = 0$의 계수가 유리수이므로
세 근을 $1 - \sqrt{2}$, $1 + \sqrt{2}$, α라고 하면
$\left(1 - \sqrt{2}\right) + \left(1 + \sqrt{2}\right) + \alpha = 0 \quad \cdots ㉠$
$\left(1 - \sqrt{2}\right)\left(1 + \sqrt{2}\right) + \left(1 + \sqrt{2}\right)\alpha + \left(1 - \sqrt{2}\right)\alpha = -a \quad \cdots ㉡$
$\left(1 - \sqrt{2}\right)\left(1 + \sqrt{2}\right)\alpha = b \quad \cdots ㉢$
㉠에서 $\alpha = -2$를 ㉡에 대입하면
$-a = 1 - 2 - 2 - 2\sqrt{2} - 2 + 2\sqrt{2} = -5 \quad \therefore\ a = 5$
$\alpha = -2$를 ㉢에 대입하면 $b = -2(1 - \sqrt{2})(1 + \sqrt{2}) = 2$
$\therefore\ a + b = 5 + 2 = 7$

10. 방정식 $x^3+1=0$ 의 한 허근을 ω 라 할 때, $\omega(2\omega-1)(\omega^2+2)$ 의 값은?

① $-\omega$ ② ω ③ -3 ④ 3 ⑤ 5

해설

$x^3+1=0,\ (x+1)(x^2-x+1)=0$

한 허근이 ω 이므로

$\omega^3=-1,\ \omega^2-\omega+1=0$

$\therefore \omega(2\omega-1)(\omega^2+2)$

$=(2\omega-1)(\omega^3+2\omega)$

$=(2\omega-1)(-1+2\omega)$

$=4\omega^2-4\omega+1$

$=4(\omega-1)-4\omega+1$

$=4\omega-4-4\omega+1$

$=-3$

11. $\begin{cases} x - y = 2 \\ x^2 + y^2 = 20 \end{cases}$ 을 만족하는 x, y를 구하여 $x^2 - y^2$의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12 또는 -12

해설

$\begin{cases} x - y = 2 & \cdots ㉠ \\ x^2 + y^2 = 20 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠에서 $y = x - 2$를

㉡식에 대입하면

$x^2 + (x-2)^2 = 20$, $2x^2 - 4x + 4 - 20 = 0$,

$x^2 - 2x - 8 = 0$, $(x-4)(x+2) = 0$

$\begin{cases} x = 4 \\ y = 2 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x = -2 \\ y = -4 \end{cases}$

$\therefore\ x^2 - y^2 = 16 - 4 = 12$ 또는 $x^2 - y^2 = 4 - 16 = -12$

12. 두 부등식 A는 $0.3x+2>0.5x-1$이고, B는 $\frac{2}{5}x+1.5\leq 0.7x-\frac{1}{2}$일 때, 다음 설명 중 옳은 것을 모두 골라라.

㉠ A와 $x>8$의 공통해는 $x<8$이다. ㉡ B와 $x<30$의 공통해는 $\frac{20}{3}\leq x<30$이다. ㉢ A와 B의 공통해는 $\frac{20}{3}\leq x<15$이다. ㉣ A와 B를 합한 부분은 존재하지 않는다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉢

해설

A의 부등식의 양변에 10 을 곱하면

$3x+20>5x-10$

$-2x>-30$

$x<15$

B의 부등식의 양변에 10 을 곱하면

$4x+15\leq 7x-5$

$3x\geq 20$

$x\geq\frac{20}{3}$

A와 $x>8$의 공통해는 $8<x<15$, B와 $x<30$의 공통해는 $\frac{20}{3}\leq x<30$이다. A와 B를 합하면 모든 실수이다.

13. 두 부등식 $2x-3<x+2$, $a<2x$의 공통해가 $3, 4$가 되도록 a 값의 범위를 정하면?

① $4<a\le 6$ ② $a<6$ ③ $3\le a<5$

④ $4\le a<6$ ⑤ $5\le a<7$

해설

$x<5,\ x>\dfrac{a}{2}$ 이므로

$\dfrac{a}{2}<x<5$를 만족하는 정수가 $3,\ 4$가 되기 위해서

$2\le\dfrac{a}{2}<3$

$\therefore 4\le a<6$

14. 연립부등식 $\begin{cases} 5(2x+3) \geq 3x+1 \\ 2(x-3) < -a \end{cases}$ 의 해가 $-2 \leq x < 2$일 때, 상수 a의 값은?

① 0　② 1　③ 2　④ 3　⑤ 4

해설

(i) $5(2x+3) \geq 3x+1,\ x \geq -2$

(ii) $2(x-3) < -a,\ x < \dfrac{-a+6}{2}$

$-2 \leq x < \dfrac{-a+6}{2}$ 와 $-2 \leq x < 2$가 같으므로

$\dfrac{-a+6}{2} = 2$

$\therefore\ a = 2$

15. 이차부등식 $x^2 - (k-4)x + 1 \geq 0$이 모든 실수 x에 대하여 항상 성립하도록 하는 k값의 범위는?

① $k \geq 6,\ k \leq 2$　② $2 \leq x \leq 6$　③ $k > 6,\ k < -2$

④ $2 < k < 6$　⑤ $-6 \leq k \leq 2$

해설

모든 실수 x에 대하여 항상 성립하려면

$D \leq 0$

$D = (k-4)^2 - 4 = (k-6)(k-2) \leq 0$

$\therefore\ 2 \leq k \leq 6$

16. 둘레의 길이가 $24\,\text{cm}$ 인 직사각형의 넓이를 $35\,\text{cm}^2$ 이상 되도록 할 때, 그 한 변의 길이 a의 최댓값과 최솟값의 합은?

① $9\,\text{cm}$ ② $10\,\text{cm}$ ③ $12\,\text{cm}$ ④ $15\,\text{cm}$ ⑤ $19\,\text{cm}$

해설

한 변의 길이가 a이므로 다른 한 변의 길이는 $12-a$이다.

$a(12-a) \geq 35$에서 $(a-5)(a-7) \leq 0$

$\therefore\ 5 \leq a \leq 7$

따라서, 최댓값과 최솟값의 합은 $12\,\text{cm}$

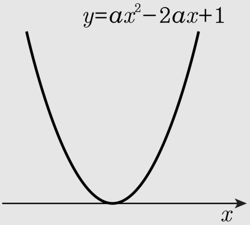
17. 부등식 $ax^2 - 2ax + 1 \leq 0$이 단 하나의 해를 갖도록 하는 실수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

주어진 부등식이 단 하나의 해를 가지려면
$y = ax^2 - 2ax + 1$ 의 그래프가 다음 그림과 같아야 한다.



(i) 그래프가 아래로 볼록이므로 $a > 0$
(ii) $ax^2 - 2ax + 1 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면
$\frac{D}{4} = a^2 - a = 0$ 에서 $a = 0$ 또는 $a = 1$
(i), (ii) 에서 $a = 1$

18. $-1 < x < 3$ 인 모든 실수 x에 대하여 이차부등식 $x^2+2(k-1)x+3k<0$ 이 항상 성립하도록 하는 실수 k의 최댓값을 구하여라.

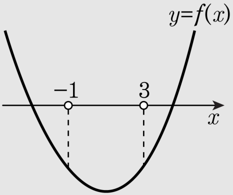
▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$f(x)=x^2+2(k-1)x+3k$ 라 하자.

$-1 < x < 3$ 인 모든 실수 x에 대하여 $f(x)<0$ 이 항상 성립하려면 다음 그림과 같이 $f(-1) \leq 0$, $f(3) \leq 0$이어야 한다.



(i) $f(-1) \leq 0$ 에서 $(-1)^2+2(k-1)\cdot(-1)+3k \leq 0$, $k+3 \leq 0$

$\therefore k \leq -3$

(ii) $f(3) \leq 0$ 에서 $3^2+2(k-1)\cdot 3+3k \leq 0$, $9k+3 \leq 0$

$\therefore k \leq -\dfrac{1}{3}$

(i), (ii)에서 $k \leq -3$

따라서, 실수 k의 최댓값은 -3이다.

19. 세 점 A(2, 2), B(4, 6), C(0, 1)과 좌표평면 위의 임의의 점 P에 대해 $\overline{PA}^2+\overline{PB}^2+\overline{PC}^2$의 최솟값과 최솟값일 때의 점 P의 좌표를 구하면?

① 61, (0, 0) ② 12, (2, 3) ③ 12, (3, 3)

④ 22, (2, 3) ⑤ 25, (3, 3)

해설

$P=(x,y)$라 하면

$\overline{PA}^2+\overline{PB}^2+\overline{PC}^2$

$=(x-2)^2+(y-2)^2+(x-4)^2+(y-6)^2+x^2$

$+(y-1)^2=3(x-2)^2+3(y-3)^2+22$

$\therefore$ 최솟값은 P가 (2, 3)일 때 22이다.

20. $\mathrm{A}(-2,3), \mathrm{B}(4,3)$ 에서 같은 거리에 있는 x축 위의 점 P의 좌표를 구하면?

① $(-2,0)$ ② $(-1,0)$ ③ $(0,0)$

④ $(1,0)$ ⑤ $(2,0)$

해설

점 P를 $(\alpha,0)$이라 하자.

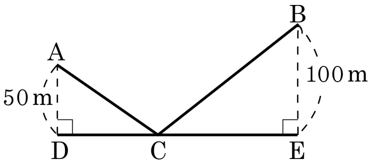
$\overline{\mathrm{AP}}^2=\overline{\mathrm{BP}}^2$ 이므로

$(\alpha+2)^2+(0-3)^2=(\alpha-4)^2+(0-3)^2$

$\therefore\ \alpha=1$

$\therefore\ P=(1,0)$

21. 다음 그림과 같이 고압 전선 $\overline{\mathrm{DE}}$가 지나는 곳으로부터 각각 $50\,\mathrm{m}$, $100\,\mathrm{m}$ 떨어진 두 지점에 빌딩 A, B가 위치하고 있다. 변압기를 D와 E 사이의 한 지점에 설치하여 빌딩 A, B에 전력을 공급하려고 한다. D와 E 사이의 거리가 $200\,\mathrm{m}$일 때, 전체 전선의 길이 $\overline{\mathrm{AC}}+\overline{\mathrm{BC}}$의 최솟값을 구하여라.



▶ 답 : ________ m

▷ 정답 : 250 m

해설

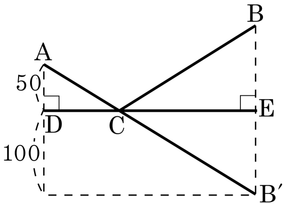
B를 $\overline{\mathrm{DE}}$에 대해 대칭이동한 점을 B′이라 하면

$\overline{\mathrm{BC}}=\overline{\mathrm{CB'}}$이므로

$\overline{\mathrm{AC}}+\overline{\mathrm{BC}}=\overline{\mathrm{AC}}+\overline{\mathrm{CB'}}\geq\overline{\mathrm{AB'}}$

따라서 $\overline{\mathrm{AC}}+\overline{\mathrm{BC}}$의 최솟값은

$\overline{\mathrm{AB'}}=\sqrt{200^2+150^2}=250(\mathrm{m})$



22. 삼각형 ABC 의 무게중심의 좌표가 G$(2,\ -1)$ 이고 세 변 AB, BC, CA 를 $2\ :1$ 로 내분하는 점이 각각 $\mathrm{P}(a, 3)$, $\mathrm{Q}(-2, -2)$, $\mathrm{R}(5, b)$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

삼각형 ABC 의 무게중심과 삼각형 PQR 의 무게중심은 일치한다.
삼각형 PQR 의 무게중심의 좌표는
$\left(\dfrac{a-2+5}{3}, \dfrac{3-2+b}{3}\right)$ 이므로
$\dfrac{a+3}{3}=2$ 에서 $a=3$
또 $\dfrac{1+b}{3}=-1$ 에서 $b=-4$
$\therefore\ a+b=-1$

23. 두 점 $A(1,\ 5)$, $B(5,\ 3)$에 대하여 $\overline{AP^2}+\overline{BP^2}$의 값이 최소가 되는 점 P의 좌표는?

① $(4,\ 5)$ ② $(3,\ 4)$ ③ $(2,\ 3)$
④ $(1,\ 2)$ ⑤ $(0,\ 1)$

해설

$\overline{AP}^2+\overline{BP}^2$의 값이 최소가 되기 위한
점 P는 점 A와 점 B의 중점이어야 한다.
따라서 $P(3,4)$

해설

$P(x,\ y)$로 놓으면

$$\begin{aligned}\overline{AP}^2+\overline{BP}^2 &= \{(x-1)^2+(y-5)^2\} \\ &\quad +\{(x-5)^2+(y-3)^2\} \\ &= 2x^2-12x+2y^2-16y+60 \\ &= 2(x^2-6x+9)+2(y^2-8y+16)+10 \\ &= 2(x-3)^2+2(y-4)^2+10\end{aligned}$$

따라서 $x=3,\ y=4$일 때 최솟값을 갖는다.

24. 두 점 A$(-2,\ -1)$, B$(4,\ 3)$ 에 대하여 선분 AB 의 수직이등분선의 방정식을 $y=ax+b$ 라 할 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

선분 AB 의 중점의 좌표는 $(1,\ 1)$

선분 AB 의 기울기는 $\dfrac{3-(-1)}{4-(-2)}=\dfrac{2}{3}$

따라서, 선분 AB 의 수직이등분선은 점 $(1,\ 1)$ 을 지나고, 기울기가 $-\dfrac{3}{2}$ 인 직선이므로

구하는 직선의 방정식은 $y-1=-\dfrac{3}{2}(x-1)$

즉, $y=-\dfrac{3}{2}x+\dfrac{5}{2}$

따라서, $a+b=-\dfrac{3}{2}+\dfrac{5}{2}=1$

25. 직선 $kx-y+3k=1$는 k값에 관계없이 항상 일정한 점 A를 지난다. 이 정점 A의 좌표는?

① A$(-3, -1)$ ② A$(-2, -1)$ ③ A$(-1, -1)$

④ A$(1, -1)$ ⑤ A$(2, 1)$

해설

주어진 식을 k에 대하여 정리하면

$(x+3)k-(y+1)=0$

위 식은 k값에 관계없이

$x+3=0,\ y+1=0$의 교점을 지난다.

$\therefore\ x=-3,\ y=-1$

$\therefore$ A$(-3,\ -1)$

26. 다음은 점 A$(3,3)$ 에서 직선 l : $x+2y=4$ 까지의 거리를 구하는 과정이다.

점 A$(3,3)$ 에서 직선 l 에 내린 수선의 발을 H(x_1,y_1) 이라 하면
$x_1+2y_1=4 \quad \cdots ①$
직선 AH 의 기울기는 (㉮) 이므로
$\dfrac{y_1-3}{x_1-3}=(㉮)$
즉, $y_1-3=(\text{ ㉮ })(x_1-3) \quad \cdots ②$
따라서 $\overline{\mathrm{AH}}=\sqrt{(x_1-3)^2+(y_1-3)^2}$
$=(\text{ ㉯ })|x_1-3|$
①, ② 에서 $x_1-3=(\text{ ㉰ })$ 이므로 $\overline{AH}=\sqrt{5}$

위의 ㉮, ㉯, ㉰ 에 알맞은 수를 순서대로 적으면?

① $\frac{1}{2}$, $\sqrt{5}$, 1 ② $\frac{1}{2}$, $\sqrt{5}$, -1 ③ 2, $\sqrt{5}$, 1
④ 2, $2\sqrt{5}$, -1 ⑤ 2, $\sqrt{5}$, -1

해설

점 A 에서 직선 l 에 내린 수선의 발을
H$(x_1,\ y_1)$ 라 하면, $x_1+2y_1=4 \cdots ①$
$l: x+2y=4 \quad \Rightarrow \quad y=-\frac{1}{2}x+2$
㉮ : 직선 AH 의 길울기를 m 이라고 하면
직선 AH 와 직선 l 은 직교하므로
$\left(-\frac{1}{2}\right)\times m=-1 \therefore\ m=2$
㉯ : $y_1-3=2(x_1-3) \quad \cdots ②$ 를 대입하면
$\overline{\mathrm{AH}}=\sqrt{(x_1-3)^2+(y_1-3)^2}$
$=\sqrt{(x_1-3)^2+\{2(x_1-3)\}^2}$
$=\sqrt{5(x_1-3)^2}$
$=\sqrt{5}|x_1-3|$
㉰ : ①, ② 를 연립하면 $x_1=2,\ y_1=1$ 이므로
$x_1-3=-1$

27. 연립방정식 $\begin{cases} x^2-3xy-2y^2=8 \cdots\cdots ㉠ \\ xy+3y^2=1 \quad \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$ 의 근 x, y를 구할 때, $x+y$의 값을 모두 구하면?

① $-\dfrac{7}{2}, -1,\ 1,\ \dfrac{7}{2}$ ② $-\dfrac{7}{2}, \dfrac{7}{2}$ ③ $-1,\ 1$
④ $-\dfrac{7}{2},\ 1$ ⑤ $1,\ \dfrac{7}{2}$

해설

㉠ $-$ ㉡ $\times 8$에서 $x^2-11xy-26y^2=0$, $(x+2y)(x-13y)=0$

$x+2y=0 \cdots\cdots$ ㉢

$x-13y=0 \cdots\cdots$ ㉣

㉡, ㉢에서 $y^2=1$

$\therefore\ y=\pm 1,\ x=\mp 2$(복호동순)

㉡, ㉣에서 $16y^2=1$

$\therefore\ y=\pm\dfrac{1}{4},\ x=\pm\dfrac{13}{4}$(복호동순)

$\therefore\ x+y=-1,\ 1,\ \dfrac{7}{2},\ -\dfrac{7}{2}$

28. 두 방정식 $x^2-(k+2)x+2k=0$, $x^2+kx-2k=0$을 동시에 만족하는 x의 값이 존재할 때, 상수 k의 값의 합은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

공통인 근을 α라 하면

$\alpha^2-(k+2)\alpha+2k=0$

$\alpha^2+k\alpha-2k=0$

두 식을 더하면

$2\alpha^2-2\alpha=0,\quad \alpha(\alpha-1)=0$

$\alpha=0$ 이면 $k=0$

$\alpha=1$ 이면 $k=1$

$\therefore\quad k=1$ 또는 0

해설

㉠ : $x^2-(k+2)x+2k=0$에서 $(x-k)(x-2)=0$

㉡ : $x^2+kx-2k=0$

i) $x=k$ 가 ㉡의 해일 때

$k^2+k^2-2k=0,$

$k^2-k=0$

$k=1$ 또는 $k=0$

ii) $x=2$가 ㉡의 해일 때

$4+2k-2k=0$, $4=0$ 성립하지 않는다.

$\therefore\quad k=1$ 또는 0

29. $a > b$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $\begin{cases} x > a \\ x > b \end{cases}$ 의 해는 $x > a$ 이다.

② $\begin{cases} x > a \\ x < b \end{cases}$ 의 해는 $x < b$ 이다.

③ $\begin{cases} x < a \\ x < b \end{cases}$ 의 해는 없다.

④ $\begin{cases} x > -a \\ x > -b \end{cases}$ 의 해는 $x > -a$ 이다.

⑤ $\begin{cases} x < -a \\ x > -b \end{cases}$ 의 해는 없다.

해설

② $\begin{cases} x > a \\ x < b \end{cases}$ 의 해는 없다.

③ $\begin{cases} x < a \\ x < b \end{cases}$ 의 해는 $x < b$

④ $\begin{cases} x > -a \\ x > -b \end{cases}$ 의 해는 $x > -b$

30. $\alpha < 0 < \beta$ 이고 이차부등식 $ax^2 + bx + c < 0$ 의 해가 $\alpha < x < \beta$ 일 때, 이차부등식 $cx^2 + bx + a < 0$ 의 해는?

① $\frac{1}{\alpha} < x < \frac{1}{\beta}$

② $\frac{1}{\beta} < x < \frac{1}{\alpha}$

③ $x < \frac{1}{\alpha}$ 또는 $x > \frac{1}{\beta}$

④ $x < \frac{1}{\beta}$ 또는 $x > \frac{1}{\alpha}$

⑤ b 의 부호에 따라 다르다.

해설

$ax^2 + bx + c < 0$ 의 해가 $\alpha < x < \beta$ $(\alpha < 0 < \beta)$ 이므로

$ax^2 + bx + c = a(x-\alpha)(x-\beta),\ a > 0$

$$\therefore\ \alpha + \beta = -\frac{b}{a},\ \alpha\beta = \frac{c}{a} < 0 \quad \therefore\ c < 0$$

따라서,

$$\begin{aligned} cx^2 + bx + a &= c\left(x^2 + \frac{b}{c}x + \frac{a}{c}\right) \\ &= c\left(x^2 - \frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}x + \frac{1}{\alpha\beta}\right) \\ &= c\left\{x^2 - \left(\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}\right)x + \frac{1}{\alpha}\cdot\frac{1}{\beta}\right\} \\ &= c\left(x - \frac{1}{\alpha}\right)\left(x - \frac{1}{\beta}\right) < 0 \end{aligned}$$

$c < 0$ 이고 $\frac{1}{\alpha} < 0 < \frac{1}{\beta}$ 이므로 구하는 해는 $x < \frac{1}{\alpha}$ 또는 $x > \frac{1}{\beta}$

31. 이차방정식 $x^2+2kx+k=0$의 두 근이 모두 -1과 1사이에 있기 위한 k값의 범위가 $a<k\le b$라 할 때, ab의 값은?

① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

해설

$D/4=k^2-k\ge 0, k(k-1)\ge 0,\ \therefore\ k\le 0,\quad k\ge 1$

$f(x)=x^2+2kx+k$라 하면

$f(-1)=1-k>0$

$\therefore\ k<1$

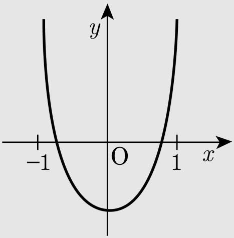
$f(1)=1+3k>0\ \therefore\ k>-\frac{1}{3}$

대칭축 $x=-k$ 이므로 $-1<-k<1$

$\therefore\ -1<k<1$

$\therefore -\frac{1}{3}<k\le 0$

$\therefore\ ab=0$



32. 평면상의 서로 다른 두 점 P, Q 에 대하여, 선분 $\overline{PQ}$ 의 3 등분점 중 P 에 가까운 쪽의 점을 $P*Q$ 로 나타낼 때, A(1, 2), B(−2, 3), C(−1, −1) 에 대하여 점 $(A*B)*C$ 의 좌표를 구하면?

① $\left(-\frac{1}{3},\ \frac{11}{9}\right)$ ② $(-3,\ 4)$ ③ $\left(\frac{5}{2},\ \frac{1}{3}\right)$

④ $(2,\ -1)$ ⑤ $\left(-\frac{4}{3},\ \frac{7}{2}\right)$

해설

$P*Q$ 는 P, Q 의 $1:2$ 내분점을 말한다.

$$\therefore (A*B)=\left(\frac{1\times(-2)+2\times1}{1+2},\ \frac{1\times3+2\times2}{1+2}\right)=\left(0,\ \frac{7}{3}\right)$$

$$\left(0,\ \frac{7}{3}\right)*C$$

$$=\left(\frac{1\times(-1)+2\times0}{1+2},\ \frac{1\times(-1)+2\times\frac{7}{3}}{1+2}\right)$$

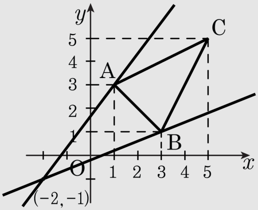
$$=\left(-\frac{1}{3},\ \frac{11}{9}\right)$$

$$(A*B)*C=\left(-\frac{1}{3},\ \frac{11}{9}\right)$$

33. 세 점 A(1, 3), B(3, 1), C(5, 5) 를 꼭지점으로 하는 △ABC 와 직선 $kx-y+2k-1=0$ 이 만난다. 상수 k 의 최대값을 M , 최소값을 m 이라 할 때, $\dfrac{M}{m}$ 의 값은?

① $\dfrac{2}{3}$ ② $\dfrac{4}{3}$ ③ 2 ④ $\dfrac{8}{3}$ ⑤ $\dfrac{10}{3}$

해설



직선의 방정식 $ax+by+c+k(a'x+b'y+c')=0$ 은

k 의 값에 관계없이 항상 두 직선

$ax+by+c=0$ 과 $a'x+b'y+c'=0$

의 교점을 지난다.

그림과 같이 직선 $kx-y+2k-1=0$

즉 $y=k(x+2)-1$ 은 k 의 값에 관계없이 항상 점$(-2,\ -1)$ 을 지나므로

이 직선이 $\overline{\mathrm{AB}}$ 와 만날 때, 삼각형과 만난다.

1) 점 A 를 지날 때, $3=k(1+2)-1,\quad k=\dfrac{4}{3}$

2) 점 B 를 지날 때, $1=k(3+2)-1,\quad k=\dfrac{2}{5}$

따라서 $\dfrac{2}{5}\le k\le\dfrac{4}{3}$ 일 때, 주어진 직선은 삼각형과 만난다.

$$\therefore\ \frac{M}{m}=\frac{\frac{4}{3}}{\frac{2}{5}}=\frac{10}{3}$$