

1. 세 점 A(1, 4), B (-1, 2), C (5,  $a$ )가 일직선 위에 있을 때, 상수  $a$ 의 값을 구하면?

① 2

② 8

③ 10

④ -2

⑤ -4

해설

A, B를 지나는 직선의 방정식은

$$\text{기울기} = \frac{4-2}{1-(-1)} = 1$$

$$y = 1 \cdot (x-1) + 4 = x + 3$$

위에 C(5,  $a$ )가 존재하므로 대입하면,

$$\therefore a = 5 + 3 = 8$$

2. 두 직선  $x + y - 4 = 0$ ,  $2x - y + 1 = 0$ 의 교점과 점  $(2, -1)$ 을 지나는 직선의 방정식을 구하면  $y = ax + b$ 이다.  $ab$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $ab = -28$

해설

$$\begin{cases} x + y - 4 = 0 \\ 2x - y + 1 = 0 \end{cases} \text{ 을 연립하면}$$

교점 :  $(1, 3) \Rightarrow (1, 3), (2, -1)$ 을 지나는 직선

$$y = \frac{-1 - 3}{2 - 1}(x - 1) + 3$$

$$\Rightarrow y = -4x + 7$$

$$\therefore a = -4, b = 7$$

$$\therefore ab = -28$$

3. 두 점  $(2, -1)$ ,  $(4, 3)$  을 지나는 직선과 원점 사이의 거리는 ?

- ① 1                      ②  $\sqrt{2}$                       ③  $\sqrt{3}$                       ④ 2                      ⑤  $\sqrt{5}$

해설

두 점  $(2, -1)$ ,  $(4, 3)$  을 지나는 직선은

$$y + 1 = \frac{3 - (-1)}{4 - 2}(x - 2)$$

$$\therefore 2x - y - 5 = 0$$

원점에서 이 직선까지의 거리는

$$\frac{|2 \times 0 - 0 - 5|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = \frac{5}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$$

4. 다음 세 점을 꼭짓점으로 하는 삼각형의 넓이를 구하여라.

(0,0), (2,6), (6,3)

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$$\frac{1}{2}|2 \cdot 3 - 6 \cdot 6| = 15$$

5. 두 점  $A(1, 5)$ ,  $B(-3, -1)$ 을 지름의 양 끝점으로 하는 원의 방정식은?

①  $(x+1)^2 + (y+2)^2 = 13$

②  $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 52$

③  $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 13$

④  $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 13$

⑤  $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 52$

해설

원의 중심은 두 점  $A$ ,  $B$ 의 중점이므로,

$$\left(\frac{1-3}{2}, \frac{5-1}{2}\right) = (-1, 2) \text{ 이다.}$$

또, 원의 반지름의 길이는

$$\frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}\sqrt{(-3-1)^2 + (-1-5)^2} = \sqrt{13}$$

따라서 구하는 원의 방정식은

$$(x+1)^2 + (y-2)^2 = 13$$

6. 세 점  $(-1, 1)$ ,  $(2, 2)$ ,  $(6, 0)$ 을 지나는 원의 중심의 좌표는?

- ①  $(2, 3)$
- ②  $(-2, 3)$
- ③  $(2, -3)$
- ④  $(-2, -3)$
- ⑤  $\left(2, \frac{3}{2}\right)$

해설

세 점  $(-1, 1)$ ,  $(2, 2)$ ,  $(6, 0)$ 을 지나는 원의 방정식을  $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$  이라 하면  
이 원이 세점을 지나므로  
 $(-1)^2 + 1^2 - a + b + c = 0$   
 $\therefore a - b - c = 2 \cdots \cdots \textcircled{1}$   
 $2^2 + 2^2 + 2a + 2b + c = 0$   
 $\therefore 2a + 2b + c = -8 \cdots \cdots \textcircled{2}$   
 $6^2 + 6a + c = 0$   
 $\therefore 6a + c = -36 \cdots \cdots \textcircled{3}$   
 $\textcircled{1}$ ,  $\textcircled{2}$ ,  $\textcircled{3}$ 을 연립하여 풀면  
 $a = -4$ ,  $b = 6$ ,  $c = -12$   
즉,  $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0$  이므로  
표준형으로 나타내면  
 $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 25$   
따라서, 원의 중심의 좌표는  $(2, -3)$  이다.

7. 이차방정식  $x^2 + y^2 + 2ax - 4ay + 6a^2 - a - 6 = 0$  이 원의 방정식이 될 때 다음 중  $a$  가 가질 수 없는 정수 값은?

① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

해설

$(x + a)^2 + (y - 2a)^2 = -(a^2 - a - 6)$   
이것이 원을 나타내려면  $-(a^2 - a - 6) > 0$   
즉  $a^2 - a - 6 < 0$   
 $\therefore -2 < a < 3$

8. 두 원  $(x+1)^2 + y^2 = 1$ ,  $x^2 + y^2 - 6x - 6y + 2 = 0$  의 공통접선의 개수는?

① 0 개      ② 1 개      ③ 2 개      ④ 3 개      ⑤ 4 개

해설

$(x+1)^2 + y^2 = 1$  에서 이 원의 중심을  $C_1$  이라

하면 점  $C_1$  의 좌표는  $(-1, 0)$  이고

반지름의 길이는 1 이다.

$x^2 + y^2 - 6x - 6y + 2 = 0$  에서

$(x-3)^2 + (y-3)^2 = 16$  이므로

이 원의 중심을  $C_2$  이라 하면

점  $C_2$  의 좌표는  $(3, 3)$  이고

반지름의 길이는 4 이다.

$\overline{C_1 C_2} = 5$  이고

두 원의 반지름의 길이는 1, 4 이므로

두 원은 서로 외접하게 된다.

따라서 공통접선은 3 개이다.

9. 집과  $A$  정류장 사이의 거리를  $x$  m,  $A$  정류장과  $B$  정류장 사이의 거리를  $y$  m 라고 할 때, 다음에서 (가), (나) 를 식으로 나타내면? (단, 걸을 때의 속력은 60m/분 이고, 버스의 속력은 30km/시이다.)

(가) 집에서  $A$  정류장까지 걸어가서 3분을 기다린 후, 버스를 타고  $B$  정류장에 도착하는데 총 10분이 걸렸다.  
(나) 다음 날은 집에서 어제 걸어난 길과 버스를 타고 간 길을 모두 걸어서  $B$  정류장에 도착하는데 28분이 걸렸다.

① (가)  $25x + 3y = 10500$ , (나)  $x + y = 1680$

② (가)  $25x + 3y = 10500$ , (나)  $x + y = 3360$

③ (가)  $25x + 3y = 15000$ , (나)  $x + y = 1680$

④ (가)  $25x + 3y = 15000$ , (나)  $x + y = 3360$

⑤ (가)  $25x + 3y = 15000$ , (나)  $x + y = 1680$

해설

시속 30 km  $\Rightarrow$  분속 500 m  
(가)  $\frac{x}{60} + 3 + \frac{y}{500} = 10$ ,  $\frac{x}{60} + \frac{y}{500} = 7$   
 $\therefore 25x + 3y = 10500$   
(나)  $\frac{x+y}{60} = 28$   
 $\therefore x + y = 1680$

10.  $\begin{cases} x-y=2 \\ x^2+y^2=20 \end{cases}$  을 만족하는  $x, y$ 를 구하여  $x^2-y^2$ 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12 또는 -12

해설

$$\begin{cases} x-y=2 & \cdots \textcircled{1} \\ x^2+y^2=20 & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

①에서  $y = x - 2$ 를

②식에 대입하면

$$x^2 + (x-2)^2 = 20, 2x^2 - 4x + 4 - 20 = 0,$$

$$x^2 - 2x - 8 = 0, (x-4)(x+2) = 0$$

$$\begin{cases} x=4 \\ y=2 \end{cases} \quad \text{또는} \quad \begin{cases} x=-2 \\ y=-4 \end{cases}$$

$$\therefore x^2 - y^2 = 16 - 4 = 12 \text{ 또는 } x^2 - y^2 = 4 - 16 = -12$$

11. 연립방정식 
$$\begin{cases} x^2 + y^2 + 2x = 0 & \cdots \cdots \textcircled{㉠} \\ x^2 + y^2 + x + y = 2 & \cdots \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$
 을 풀면  $x = \alpha, y = \beta$

또는  $x = \gamma, y = \delta$  이다. 이 때,  $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 + \delta^2$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

#### 해설

인수분해되는 식은 없으나 이차항을 소거할 수 있다.

$\textcircled{㉠} - \textcircled{㉡}$ 에서  $x - y = -2$ , 즉  $y = x + 2$

$\textcircled{㉠}$ 에 대입하여 정리하면

$$x^2 + 3x + 2 = 0$$

$$(x + 1)(x + 2) = 0$$

$$\therefore x = -1, -2$$

$$\therefore x = -1, y = 1 \text{ 또는 } x = -2, y = 0$$

$$\therefore \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 + \delta^2 = 6$$

12. 다음 두 방정식이 공통근  $\alpha$ 를 갖는다. 이 때,  $m + \alpha$ 의 값을 구하여라.

$$x^2 + (m + 2)x - 4 = 0, x^2 + (m + 4)x - 6 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

두 방정식의 공통근이  $\alpha$ 이므로  
 $\alpha^2 + (m + 2)\alpha - 4 = 0 \cdots \textcircled{1}$   
 $\alpha^2 + (m + 4)\alpha - 6 = 0 \cdots \textcircled{2}$   
 $\textcircled{1} - \textcircled{2}$ 에서  $-2\alpha + 2 = 0 \therefore \alpha = 1$   
 $\alpha = 1$ 을  $\textcircled{2}$ 에 대입하면  $1 + m + 2 - 4 = 0$   
 $\therefore m = 1$   
 $\therefore m + \alpha = 2$

13.  $x$ 에 대한 이차부등식  $ax^2 + bx + c > 0$ 의 해가  $-1 < x < 2$ 일 때,  
 $2cx^2 + 4bx - a \geq 0$ 의 해를 구하면?

- ① 모든 실수                      ② 해가 없다                      ③  $-\frac{1}{2}$   
④  $x > -\frac{1}{2}$                       ⑤  $x \geq -\frac{1}{2}$

해설

해가  $-1 < x < 2$ 이므로  $a$ 는 음수이다.

$$a(x+1)(x-2) > 0$$

$$ax^2 - ax - 2a > 0 \Leftrightarrow ax^2 + bx + c > 0 \text{이므로}$$

$$b = -a, c = -2a$$

$$2cx^2 + 4bx - a \geq 0 \Leftrightarrow -4ax^2 - 4ax - a \geq 0$$

$$-a(-a > 0) \text{로 양변을 나누면}$$

$$4x^2 + 4x + 1 \geq 0 \Leftrightarrow (2x + 1)^2 \geq 0$$

$\therefore$  해는 모든 실수

14. 어떤 시험 결과, 최저점은 25 점, 최고점은 160 점이었다. 이 점수를 환산식  $y = ax + b$ 에 의하여 최저점을 10 점, 최고점을 100 점으로 고치려고 한다. 처음의 100 점은 나중의 몇 점으로 환산되겠는가?

① 30      ② 40      ③ 50      ④ 60      ⑤ 70

해설

$25a + b = 10$ ,  $160a + b = 100$ 이므로 두 식을 연립한다.

$$\Rightarrow a = \frac{2}{3} \quad b = -\frac{20}{3}$$

$$\therefore 100 \text{ 점을 환산하면, } \frac{2}{3} \times 100 - \frac{20}{3} = 60$$

15. 직선  $x + ay + 1 = 0$  이 직선  $2x - by + 1 = 0$  에 수직이고, 직선  $x - (b - 3)y = 0$  에 평행일 때,  $a + 3b$  의 값은? (단,  $a > b$ )

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\text{i) } y = -\frac{1}{a}x - \frac{1}{a} \text{ 이}$$

$$y = \frac{2}{b}x + \frac{1}{b} \text{ 에 수직하므로,}$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{a} \times \frac{2}{b} = -1 \Rightarrow ab = 2 \cdots \text{㉠}$$

$$\text{ii) } y = \frac{1}{b-3}x \text{ 에 평행하므로}$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{a} = \frac{1}{b-3} \Rightarrow a + b = 3$$

$$\Rightarrow b = 3 - a \cdots \text{㉡}$$

㉡을 ㉠에 대입하여 정리하면

$$a = 2, b = 1 (\because a > b)$$

$$\therefore a + 3b = 5$$

16. 점 (5, 3) 으로 부터의 거리가 2 이고, 점 (2, 1) 을 지나는 직선의 방정식은?

- ①  $y = x, 12x - 5y - 19 = 0$   
②  $y = 1, 12x - 5y - 19 = 0$   
③  $y = 1, 12x - 5y + 5 = 0$   
④  $y = 1, 4x - 5y - 8 = 0$   
⑤  $y = -1, 12x + 5y - 12 = 0$

해설

점 (2, 1) 을 지나는 직선의 기울기를  $m$  이라 하면  $y - 1 = m(x - 2) \cdots \textcircled{1}$

점 (5, 3) 과 직선  $\textcircled{1}$  사이의 거리가 2 이므로

$$\frac{|m(5-2) - 3 + 1|}{\sqrt{m^2 + 1}} = 2$$

$$(3m - 2)^2 = 4(m^2 + 1)$$

$$5m^2 - 12m = 0$$

$$\therefore m = 0, \frac{12}{5}$$

$$\textcircled{1} \text{에 대입하면 } y = 1, 12x - 5y - 19 = 0$$

17.  $x$  축에 접하고 두 점  $(3, 1)$ ,  $(-4, 8)$  을 지나는 원 중, 반지름의 크기가 큰 원의 방정식을 구하면?

- ①  $(x-3)^2 + (y-12)^2 = 169$       ②  $x^2 + (y-5)^2 = 169$   
③  $x^2 + (y-5)^2 = 25$       ④  $(x-8)^2 + (y-13)^2 = 169$   
⑤  $(x-8)^2 + (y-13)^2 = 25$

해설

구하는 원의 중심을  $(a, b)$  라고 하면

$x$  축에 접하는 원의 방정식은

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = b^2$$

이 원이 두 점  $(3, 1)$ ,  $(-4, 8)$  을 지나므로

$$(3-a)^2 + (1-b)^2 = b^2 \dots\dots \textcircled{1}$$

$$(-4-a)^2 + (8-b)^2 = b^2 \dots\dots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1} - \textcircled{2}$ 에서

$$b = a + 5 \dots\dots \textcircled{3}$$

$\textcircled{3}$ 을  $\textcircled{1}$ 에 대입하면

$$a^2 - 8a = a(a-8) = 0 \quad \therefore a = 0 \text{ 또는 } a = 8$$

$\textcircled{3}$ 에서  $a = 0$  일 때  $b = 5$ ,  $a = 8$  일 때  $b = 13$

따라서 구하는 원의 방정식은

$$x^2 + (y-5)^2 = 5^2 \text{ 또는 }$$

$$(x-8)^2 + (y-13)^2 = 13^2$$

18. 다음 연립부등식을 만족하는 정수의 개수를 구하여라.

$$\begin{cases} \frac{5x+2}{3}-\frac{3}{2}x < 2 \\ \frac{3x-1}{4}-\frac{x}{2} > -1 \end{cases}$$

▶ 답 :                         개

▷ 정답 : 10 개

해설

$10x+4-9x < 12 \quad \therefore x < 8$   
 $3x-1-2x > -4 \quad \therefore x > -3$   
 $\therefore -3 < x < 8$   
이므로 이를 만족하는 정수의 개수는 10개이다.

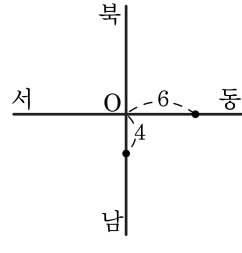
19. 부등식  $\frac{1}{2}x - \frac{4}{3} \leq x - \frac{x+2}{3} \leq \frac{1}{4}x + 6$ 을 만족하는 음이 아닌 정수  $x$ 의 값의 개수는?

① 18개    ② 17개    ③ 16개    ④ 3개    ⑤ 2개

해설

i)  $\frac{1}{2}x - \frac{4}{3} \leq x - \frac{x+2}{3}, 3x - 8 \leq 6x - 2x - 4$   
 $\therefore x \geq -4$   
ii)  $x - \frac{x+2}{3} \leq \frac{1}{4}x + 6, 12x - 4x - 8 \leq 3x + 72$   
 $\therefore x \leq 16$   
i), ii)에서 공통된  $x$ 의 값의 범위를 구하면  
 $-4 \leq x \leq 16$   
한편,  $x$ 는 음이 아닌 정수이므로  $0 \leq x \leq 16$   
따라서  $x = 0, 1, 2, \dots, 16$ 의 17개이다.

20. 다음의 그림과 같이 수직으로 만나는 도로가 있다. 교차점에서 A는 동쪽으로 6km, B는 남쪽으로 4km 지점에 있다. 지금 A는 시속 4km의 속도로 서쪽으로, B는 시속 2km의 속도로 북쪽을 향하여 동시에 출발했을 때 A, B 사이의 거리가 가장 짧을 때는 출발 후 몇 시간 후인가?

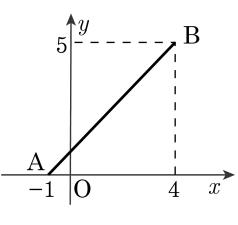


- ① 1 시간 후                      ② 1.2 시간 후                      ③ 1.4 시간 후  
 ④ 1.6 시간 후                      ⑤ 2 시간 후

**해설**

동서를  $x$  축, 남북을  $y$  축으로 잡으면 최초의 A, B 의 위치는  $A(6, 0)$ ,  $B(0, -4)$  이고  $t$  시간 후의 A,B 의 좌표는  $A(6 - 4t, 0)$ ,  $B(0, -4 + 2t)$  이다. 따라서,  $t$  시간 후의  $\overline{AB}$  의 거리는  $s$  는  $s = \sqrt{(6 - 4t)^2 + (-4 + 2t)^2} = \sqrt{20t^2 - 64t + 52} = \sqrt{20\left(t^2 - \frac{64}{20}t\right) + 52} = \sqrt{20\left(t - \frac{8}{5}\right)^2 + \frac{4}{5}}$  이므로  $t = \frac{8}{5}$  일 때 최소가 된다.  $\therefore$  출발 후 1.6 시간 후이다.

21. 두 점 A(-1, 0), B(4, 5)에 대하여 두 점 A, B로부터의 거리의 비가 3 : 2 점 P의 자취의 방정식은?



- ①  $(x-5)^2 + (y-6)^2 = 50$       ②  $(x-6)^2 + (y-7)^2 = 60$   
 ③  $(x-7)^2 + (y-6)^2 = 70$       ④  $(x-7)^2 + (y-8)^2 = 80$   
 ⑤  $(x-8)^2 + (y-9)^2 = 72$

해설

점 P를 (x,y)라 두면

$$\overline{AP} = \sqrt{(x+1)^2 + y^2}$$

$$\overline{BP} = \sqrt{(x-4)^2 + (y-5)^2}$$

$\frac{\overline{AP}}{\overline{BP}} : \frac{\overline{BP}}{\overline{AP}} = 3 : 2$  이므로

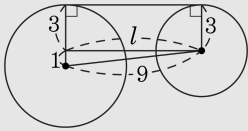
$$\sqrt{(x+1)^2 + y^2} : \sqrt{(x-4)^2 + (y-5)^2} = 3 : 2$$

정리하면  $(x-8)^2 + (y-9)^2 = 72$

22. 두 원  $x^2 + y^2 = 16$ ,  $(x - 9)^2 + y^2 = 9$  의 공통외접선의 길이를  $l$  이라 하고 공통내접선의 길이를  $m$  이라 할 때,  $l^2 - m^2$  의 값은?

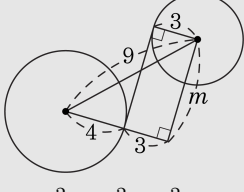
- ① 48      ② -48      ③ 32      ④ -32      ⑤ 30

해설



중심이  $(0, 0)$   $(9, 0)$  이므로  
중심간의 거리는 9이다.

$$\therefore l^2 = 9^2 - 1^2$$



$$\therefore m^2 = 9^2 - 7^2$$

$$\begin{aligned} \therefore l^2 - m^2 &= (9^2 - 1^2) - (9^2 - 7^2) \\ &= -1^2 + 7^2 = 48 \end{aligned}$$

23. 양의 유리수  $a$  에 대하여  $(n-1)^2 \leq a \leq n^2$  을 만족하는 정수  $n$  을  $[a]$  로 나타내기로 한다. 즉,  $2^2 \leq 6 \leq 3^2$  이면  $[6] = 3$  이 된다.  $[x] = 5$ ,  $[y] = 9$  일 때,  $[y-x]$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

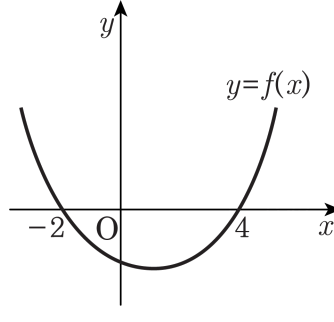
▷ 정답 : 8

▷ 정답 : 9

해설

$[x] = 5$  이므로  $4^2 \leq x \leq 5^2 \quad \therefore 16 \leq x \leq 25$   
 $[y] = 9$  이므로  $8^2 \leq y \leq 9^2 \quad \therefore 64 \leq y \leq 81$   
 $y-x$  의 범위를 구하면  $39 \leq y-x \leq 65$   
즉,  $6^2 \leq y-x \leq 9^2$  이므로  $[y-x]$  가 될 수 있는 값은 7, 8, 9 이다.

24. 이차함수  $y = f(x)$  의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 부등식  $f(x-1) > f(2x)$  를 만족하는  $x$  의 값의 범위는?



- ①  $-2 < x < 0$
- ②  $-1 < x < 1$
- ③  $0 < x < 2$
- ④  $1 < x < 3$
- ⑤  $2 < x < 4$

해설

$f(x) = a(x+2)(x-4)$  ( $a > 0$ ) 로 놓으면  
 $f(x-1) = a(x+1)(x-5)$   
 $f(2x) = a(2x+2)(2x-4) = 4a(x+1)(x-2)$   
이 때,  $f(x-1) > f(2x)$  에서  
 $a(x+1)(x-5) > 4a(x+1)(x-2)$   
 $a(x+1)(x-5-4x+8) > 0$   
 $a > 0$  이므로  $(x+1)(-3x+3) > 0$   
 $3(x+1)(x-1) < 0$   
 $\therefore -1 < x < 1$

25. 연립부등식  $\begin{cases} x^2 + ax + b < 0 \\ |x - 2| \geq 1 \end{cases}$  의 해가

$-3 < x \leq 1$  이고,  $|a| + |b| = 5$ 를 만족하는 두 실수  $a, b$ 의 합  $a + b$ 의 값은?

- ①  $-2$       ②  $-1$       ③  $0$       ④  $1$       ⑤  $\frac{3}{2}$

해설

$|x - 2| \geq 1 \Rightarrow x \geq 3$  또는  $x \leq 1$   
 또, 해가  $-3 < x \leq 1$  이므로  
 $x^2 + ax + b = 0$ 의 한 근이  $-3$ 임을 알 수 있다.  
 따라서, 두 근을  $\alpha, -3$ 이라고 하면  
 근과 계수의 관계에서  
 $-a = (\alpha - 3) < 0 \Rightarrow a > 0 \dots ①$   
 $b = \alpha \times (-3) < 0 \dots ②$   
 ①, ②에서  $|a| + |b| = 5 \Rightarrow a - b = 5$   
 $x = -3$ 대입  $9 - 3a + b = 0$   
 $\Rightarrow a = 2, b = -3$   
 $\therefore a + b = -1$