

1. 이차방정식 $ax^2 + bx + 3 = 0$ 의 한 근을 k 라고 할 때, $ak^2 + bk + 1$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$ax^2 + bx + 3 = 0$ 에 $x = k$ 를 대입하면

$$ak^2 + bk + 3 = 0, ak^2 + bk = -3$$

$$\therefore ak^2 + bk + 1 = (-3) + 1 = -2$$

2. 이차방정식 $(x+1)(x-2) = -2x+4$ 의 두 근 a, b ($a > b$) 에 대하여 $x^2 + ax + b = 0$ 의 근은?

① $x = -3$ 또는 $x = 1$

② $x = 3$ 또는 $x = -1$

③ $x = 2$ 또는 $x = -3$

④ $x = 3$ 또는 $x = -3$

⑤ $x = -3$ 또는 $x = -1$

해설

방정식을 정리하면 $x^2 + x - 6 = 0$

$$(x+3)(x-2) = 0, x = 2, -3$$

두 근이 a, b ($a > b$) 이므로 $a = 2, b = -3$

$$x^2 + 2x - 3 = 0$$

$$(x+3)(x-1) = 0$$

$$\therefore x = -3 \text{ 또는 } x = 1$$

3. 이차방정식 $4(x+a)^2 = b$ 의 근이 $5 \pm \sqrt{2}$ 일 때, 이차방정식 $ax^2 + bx + 4 = 0$ 을 풀어라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = -\frac{2}{5}$ 또는 -0.4

▷ 정답 : $x = 2$

해설

$$4(x+a)^2 = b, \quad x = -a \pm \sqrt{\frac{b}{4}} = 5 \pm \sqrt{2}$$

$$\therefore a = -5, \quad b = 8$$

$$-5x^2 + 8x + 4 = 0$$

$$5x^2 - 8x - 4 = 0$$

$$(5x+2)(x-2) = 0$$

$$\therefore x = -\frac{2}{5} \text{ 또는 } x = 2$$

4. 두 이차방정식 $2x^2 + mx - 8 = 0$, $x^2 - 5x - n = 0$ 의 공통인 해가 $x = -1$ 일 때, $m - n$ 의 값을 구하면?

- ① -12 ② -11 ③ 0 ④ 11 ⑤ 12

해설

$$2 \times (-1)^2 + m(-1) - 8 = 0$$

$$\therefore m = 2 - 8 = -6$$

$$(-1)^2 - 5(-1) - n = 0$$

$$\therefore n = 1 + 5 = 6$$

$$\therefore m - n = (-6) - 6 = -12$$

5. 이차방정식 $2(x+1)^2 = 10$ 의 두 근의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$2(x+1)^2 = 10$$

$$(x+1)^2 = 5$$

$$x+1 = \pm\sqrt{5}$$

$$x = -1 \pm \sqrt{5}$$

$$\therefore (-1 + \sqrt{5}) + (-1 - \sqrt{5}) = -2$$

6. 이차방정식 $x^2 - 15x + k = 0$ 의 두 근의 비가 $2 : 3$ 일 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 54

해설

$x^2 - 15x + k = 0$ 의 두 근을 2α , 3α 라고 하면 $2\alpha + 3\alpha = 15$,
 $5\alpha = 15$, $\alpha = 3$,
따라서 두 근은 6, 9 이므로 k 는 두 근의 곱으로 $k = 54$ 이다.

7. 다음 중 y 가 x 에 관한 이차함수인 것은?

- ① 반지름의 길이가 x 인 원의 둘레의 길이 y
- ② 밑변의 길이가 4, 높이가 x 인 삼각형의 넓이 y
- ③ 가로가 x , 세로가 10 인 직사각형의 넓이 y
- ④ 한 변의 길이가 x 인 정사각형의 넓이 y
- ⑤ 시간이 x , 속력이 40 일 때의 거리 y

해설

식으로 나타내면 다음과 같다.

- ① $y = 2\pi x$ (일차함수)
- ② $y = \frac{1}{2} \times 4 \times x = 2x$ (일차함수)
- ③ $y = 10x$ (일차함수)
- ④ $y = x^2$ (이차함수)
- ⑤ $y = 40x$ (일차함수)

8. 이차방정식 $\{1 + (a + b)^2\}x^2 - 2(1 - a - b)x + 2 = 0$ 의 근이 실수일 때, 실수 $a + b + 2$ 의 값을 구하면?

① -1

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

근이 실수이면 $D \geq 0$ 이므로

$$\frac{D}{4} = (1 - a - b)^2 - 2\{1 + (a + b)^2\} \geq 0$$

$$(a + b)^2 + 2(a + b) + 1 \leq 0$$

$$\therefore (a + b + 1)^2 \leq 0$$

a, b 는 실수이므로 $a + b + 1 = 0$

$$\therefore a + b + 2 = 1$$

9. 이차방정식 $6x^2 - 5x + a = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2 = \frac{13}{36}$ 이다. 이 때, 상수 a 의 값은?

① 1

② 5

③ 13

④ -1

⑤ -13

해설

근과 계수의 관계에서

$$\alpha + \beta = \frac{5}{6}, \alpha\beta = \frac{a}{6}$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = \frac{25}{36} - \frac{a}{3} = \frac{13}{36}$$

$$\therefore a = 1$$

10. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 근을 구하는데 소연은 일차항의 계수를 잘못 보고 풀어서 두 근이 $x = 1 \pm \sqrt{2}$ 가 나왔고, 소희는 상수항을 잘못 보고 풀어서 두 근이 $x = 2 \pm \sqrt{6}$ 이 나왔다. 이 때, ab 의 값은?

① -4

② -2

③ 1

④ 2

⑤ 4

해설

근과 계수와의 관계에 의해 $x^2 + ax + b = 0$ 의 두근의 합은 $-a$, 두 근의 곱은 b 이다.

소연이는 상수항을 제대로 본 것이므로 소연이가 구한 두 근의 곱은

$$(1 + \sqrt{2})(1 - \sqrt{2}) = -1 = b$$

한편, 소희는 일차항을 제대로 본 것이므로 소희가 구한 두 근의 합은

$$(2 + \sqrt{6}) + (2 - \sqrt{6}) = -a$$

$$\therefore a = -4, b = -1$$

$$\therefore ab = 4$$

해설

소연이 푼 식은

$$\{x - (1 + \sqrt{2})\} \{x - (1 - \sqrt{2})\} = 0$$

소연이는 상수항을 제대로 본 것이므로 구하는 상수항 $b = (1 + \sqrt{2})(1 - \sqrt{2}) = -1$

소희가 푼 식은

$$\{x - (2 + \sqrt{6})\} \{x - (2 - \sqrt{6})\} = 0$$

소희는 일차항의 계수를 제대로 본 것이므로 일차항의 계수는 $a = -2 + \sqrt{6} - 2 - \sqrt{6} = -4$

따라서, 처음 이차방정식은 $x^2 - 4x - 1 = 0$

$$\therefore ab = 4$$

11. $6x^2 - 13xy - 5y^2 = 0$ 일 때, $\frac{y}{x} + \frac{x}{y}$ 의 값은? (단, $xy > 0$)

① $\frac{11}{10}$

② $\frac{13}{10}$

③ $\frac{17}{10}$

④ $\frac{23}{10}$

⑤ $\frac{29}{10}$

해설

등식을 y^2 으로 나누면, $\frac{6x^2}{y^2} - \frac{13x}{y} - 5 = 0$

$\frac{x}{y} = t$ 로 치환하면 $6t^2 - 13t - 5 = 0$

$(2t - 5)(3t + 1) = 0 \quad \therefore t = \frac{5}{2} (\because xy > 0)$

$\therefore \frac{y}{x} + \frac{x}{y} = \frac{2}{5} + \frac{5}{2} = \frac{29}{10}$

12. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 $y = -\frac{3}{2}x^2$ 의 그래프보다 폭이 좁고,
 $y = 2x^2$ 의 그래프보다 폭이 넓다고 할 때, 음수 a 의 값의 범위는?

- ① $-\frac{3}{2} < a < 2$ ② $-\frac{3}{2} < a < -2$ ③ $\frac{3}{2} < a < 2$
④ $-2 < a < -\frac{3}{2}$ ⑤ $-2 < a < \frac{3}{2}$

해설

$$\frac{3}{2} < |a| < 2$$

$\frac{3}{2} < a < 2$ 또는 $-2 < a < -\frac{3}{2}$ 이고, a 가 음수이므로 $-2 < a < -\frac{3}{2}$ 이다.

13. 포물선 $y = -2x^2 - bx + c$ 에서 $b < 0$, $c > 0$ 이면 꼭짓점은 제 몇 사분면 위에 있는가?

① 원점

② 제1 사분면

③ 제2 사분면

④ 제3 사분면

⑤ 제4 사분면

해설

$$y = -2x^2 - bx + c = -2\left(x + \frac{b}{4}\right)^2 + \frac{b^2}{8} + c = -2\left(x + \frac{b}{4}\right)^2 + \frac{b^2 + 8c}{8}$$

$$\therefore \text{꼭짓점의 좌표는 } \left(-\frac{b}{4}, \frac{b^2 + 8c}{8}\right)$$

$$\text{그런데 } b < 0, c > 0 \text{ 이므로 } -\frac{b}{4} > 0, \frac{b^2 + 8c}{8} > 0$$

$\therefore$ 제 1 사분면

14. 이차함수 $y = -x^2 - 2kx + 4k$ 의 최댓값이 M 일 때, M 의 최솟값을 구하면?

① 1

② -2

③ 3

④ -4

⑤ 5

해설

$$y = -x^2 - 2kx + 4k = -(x + k)^2 + k^2 + 4k$$

$M = k^2 + 4k$ 이므로

$M = (k + 2)^2 - 4$ 이다.

따라서 M 의 최솟값은 -4 이다.

15. $x + y = 10$ 일 때, $x^2 + y^2$ 의 최솟값을 구하면?

① 10

② 24

③ 40

④ 45

⑤ 50

해설

$$y = 10 - x$$

$$x^2 + y^2 = x^2 + (10 - x)^2$$

$$= x^2 + x^2 - 20x + 100$$

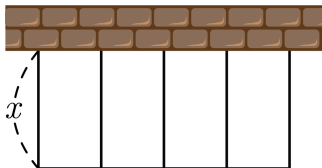
$$= 2x^2 - 20x + 100$$

$$= 2(x^2 - 10x + 25 - 25) + 100$$

$$= 2(x - 5)^2 + 50$$

따라서 $x = 5$ 일 때 최솟값은 50 이다.

16. 60m 의 철망으로 다음 그림과 같이 담장을 이용하여 똑같은 크기의 직사각형 모양의 담장을 4 개 만들려고 한다. 4 개의 담장의 넓이의 합의 최댓값은?



① 140m^2

② 160m^2

③ 180m^2

④ 200m^2

⑤ 240m^2

해설

담장 한 개의 가로 길이는 $\frac{60-5x}{4}$

담장의 넓이의 합은 $x \left(\frac{60-5x}{4} \right) \times 4 = x(60-5x)$ 이다.

$$\begin{aligned} \therefore -5x^2 + 60x &= -5(x^2 - 12x + 36) + 180 \\ &= -5(x-6)^2 + 180 \end{aligned}$$

17. 방정식 $x^2 - 3|x| - 4 = |x - 2|$ 을 풀어라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = -2 - \sqrt{10}$

▷ 정답 : $x = 2 + \sqrt{6}$

해설

i) $x < 0$ 일 때

$$x^2 + 3x - 4 = -x + 2$$

$$x^2 + 4x - 6 = 0$$

$$x = -2 \pm \sqrt{10}$$

이때, $x < 0$ 이므로

$$\therefore x = -2 - \sqrt{10}$$

ii) $0 \leq x \leq 2$ 일 때

$$x^2 - 3x - 4 = -x + 2$$

$$x^2 - 2x - 6 = 0$$

$x = 1 \pm \sqrt{7}$ 이므로 부적합하다.

iii) $x > 2$ 일 때

$$x^2 - 3x - 4 = x - 2$$

$$x^2 - 4x - 2 = 0$$

$$x = 2 \pm \sqrt{6}$$

$x > 2$ 이므로

$$\therefore x = 2 + \sqrt{6}$$

따라서 $x = -2 - \sqrt{10}$ 또는 $x = 2 + \sqrt{6}$ 이다.

18. 이차방정식 $\frac{1}{p}x^2 - \left(\frac{1}{q} + \frac{1}{p}\right)x + \frac{1}{q} + 2 = 0$ 의 두 근의 합이 3, 곱이 -4 일 때, $\frac{p}{q}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

x^2 의 계수가 $\frac{1}{p}$ 이고 두 근의 합이 3, 곱이 -4 인 이차방정식은

$\frac{1}{p}(x^2 + x - 12) = 0$ 이고 주어진 식의 계수와 비교하면

$$-\frac{1}{q} - \frac{1}{p} = \frac{1}{p}$$

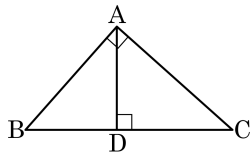
$$\therefore p = -2q \cdots \textcircled{㉠}$$

$$\frac{1}{q} + 2 = -\frac{12}{p} \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\text{두 근의 합은 } \frac{\frac{1}{q} + \frac{1}{p}}{\frac{1}{p}} = 3$$

$$\frac{p}{q} + 1 = 3, \frac{p}{q} = 2$$

19. 다음 그림과 같이 삼각형 ABC 에서 $\angle BAC = 90^\circ$, $\angle ADC = 90^\circ$ 이다. 선분 AD 의 길이는 6cm, 선분 BD 의 길이는 4cm 이고, 선분 AB 의 길이와 선분 DC 의 길이는 같다고 한다. 선분 AC 의 길이가 선분 DC 의 길이보다 1cm 더 길 때, 선분 AB 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 8cm

해설

$$\overline{AB} = \overline{DC} = x \text{ cm 라고 하면 } \overline{AC} = x + 1$$

$$\frac{1}{2}x(x+1) = \frac{1}{2} \times 6(x+4)$$

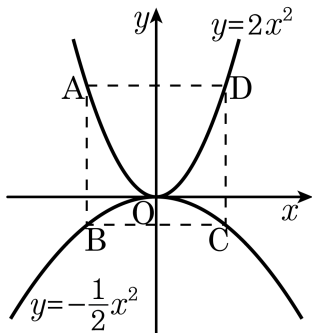
$$\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x - 3x - 12 = 0$$

$$x^2 - 5x - 24 = 0$$

$$(x-8)(x+3) = 0$$

$$x = 8 (\because x > 0)$$

20. 다음 그림과 같이 두 이차함수 $y = 2x^2$, $y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프 위에 있는 네 점 A, B, C, D 가 정사각형을 이룰 때, 점 D 의 x 좌표는?



① $\frac{2}{3}$

② 1

③ $\frac{4}{3}$

④ $\frac{5}{3}$

⑤ $\frac{4}{5}$

해설

점 D 의 좌표를 $(a, 2a^2)$ 이라고 하면

$A(-a, 2a^2)$, $B(-a, -\frac{1}{2}a^2)$, $C(a, -\frac{1}{2}a^2)$ 이고, $\overline{DC} = \overline{BC}$

이므로

$$2a^2 + \frac{1}{2}a^2 = 2a, 5a^2 = 4a, a = \frac{4}{5} (\because a \neq 0)$$

21. 점 $(2, 10)$ 을 지나고 꼭짓점의 좌표가 $(-1, -8)$ 인 이차함수의 그래프가 있다. 이 포물선과 직선 $y = -3$ 에 대하여 대칭인 포물선의 그래프의 x 절편의 x 좌표값을 각각 α, β 라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

꼭짓점의 좌표가 $(-1, -8)$ 인 이차함수의 방정식은

$y = a(x+1)^2 - 8$ 이고 점 $(2, 10)$ 을 지나므로

$$10 = a(2+1)^2 - 8$$

$$\therefore a = 2$$

따라서 이차함수의 그래프는 $y = 2(x+1)^2 - 8$

이 포물선과 직선 $y = -3$ 에 대하여 대칭인 포물선의 그래프는

꼭짓점의 좌표가 $(-1, 2)$ 이므로

$$y = -2(x+1)^2 + 2$$

이 그래프의 x 절편은 $y = 0$ 일 때의 x 의 값이므로

$$-2x^2 - 4x = 0$$

$$\therefore x = 0, -2$$

$$\therefore \alpha^2 + \beta^2 = 4$$

22. 이차함수 $y = -\frac{2}{3}(x-2)^2$ 의 그래프와 직선 $y = -6$ 과의 두 교점 A, B와 x 축 위의 두 점 C(-2, 0), D(p , 0)을 연결한 사각형이 평행사변형일 때, 상수 p 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : 4

해설

이차함수 $y = -\frac{2}{3}(x-2)^2$ 의 그래프와 직선 $y = -6$ 과의 두 교점 A, B는

$$-6 = -\frac{2}{3}(x-2)^2 \text{에서 } x = 5, -1 \text{이다.}$$

$$\therefore \overline{AB} = 6$$

□ABCD는 평행사변형이므로 마주 보는 두 변의 길이가 같다.
따라서 $\overline{AB} = \overline{CD} = 6$ 이다.

점 C의 좌표가 (-2, 0)이므로 점 D의 좌표는 (4, 0)이다.

$$\therefore p = 4$$

23. 이차함수 $y = 3x^2 + 6kx + 4k^2 - 3k - 18$ 의 그래프의 꼭짓점이 제 4 사분면 위에 있을 때, k 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-3 < k < 0$

해설

$$\begin{aligned}y &= 3x^2 + 6kx + 4k^2 - 3k - 18 \\&= 3(x+k)^2 - 3k^2 + 4k^2 - 3k - 18 \\&= 3(x+k)^2 + k^2 - 3k - 18\end{aligned}$$

꼭짓점은 $(-k, k^2 - 3k - 18)$

이때, 꼭짓점이 제 4 사분면 위에 있으므로

$$-k > 0 \quad \therefore k < 0$$

$$k^2 - 3k - 18 < 0$$

$$(k+3)(k-6) < 0$$

$$\therefore -3 < k < 6$$

따라서 $-3 < k < 0$ 이다.

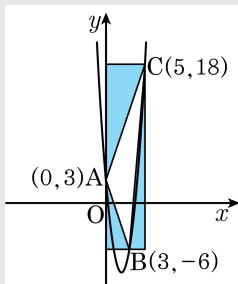
24. 이차함수 $y = 3x^2 - 1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2 만큼 y 축의 방향으로 -8 만큼 평행이동한 포물선 위의 세 점 $A(0, a)$, $B(3, b)$, $C(5, 18)$ 을 세 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC 의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 45

해설

$$y = 3(x - 2)^2 - 1 - 8 = 3(x - 2)^2 - 9$$



$$f(0) = 3, \quad A(0, 3)$$

$$f(3) = -6, \quad B(3, -6)$$

$\triangle ABC$ 의 넓이는 사각형의 넓이에서 색칠한 부분의 넓이를 뺀 것과 같다.

$$\begin{aligned} & 5 \times 24 - \frac{1}{2} (5 \times 15 + 3 \times 9 + 2 \times 24) \\ &= 120 - 75 = 45 \end{aligned}$$

25. 이차함수 $y = 2x^2 - ax - b$ 는 $x = -p$ 일 때, 최솟값 -2 를 갖고, 그 그래프는 점 $(1, p^2)$ 을 지난다. 이때, 상수 a, b, p 의 합 $a + b + p$ 의 값을 구하면? (단, $p < 0$)

① 12

② 0

③ -18

④ 42

⑤ -14

해설

$$y = 2(x + p)^2 - 2$$

$$\begin{aligned} p^2 &= 2(1 + p)^2 - 2 \\ &= 2(p^2 + 2p + 1) - 2 \\ &= 2p^2 + 4p \end{aligned}$$

$$p^2 + 4p = 0, p(p + 4) = 0, p = 0, -4$$

$$\therefore p = -4 (\because p < 0)$$

$$\begin{aligned} y &= 2(x - 4)^2 - 2 \\ &= 2(x^2 - 8x + 16) - 2 \\ &= 2x^2 - 16x + 30 \end{aligned}$$

$$a = 16, b = -30$$

$$\therefore a + b + p = 16 + (-30) + (-4) = -18$$