

1. 이차방정식 $(3x - 4)^2 - 2(x - 3)^2 = 0$ 을 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 꼴로 나타낼 때, $ac - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$(3x - 4)^2 - 2(x - 3)^2 = 0$$

$$9x^2 - 24x + 16 - 2x^2 + 12x - 18 = 0$$

$$7x^2 - 12x - 2 = 0$$

$$\therefore a = 7, b = -12, c = -2$$

$$\therefore ac - b = -14 + 12 = -2$$

2. 다음 중 []안의 수가 주어진 방정식의 해인 것을 모두 고르면?

① $x^2 - 4x = 3x$ [1]

② $x^2 + 2x - 8 = 0$ [-2]

③ $(x + 2)^2 = 9x$ [2]

④ $2x^2 - 7x + 6 = 0$ [2]

⑤ $2x^2 - 15x - 8 = 0$ [8]

해설

④ $2 \times 2^2 - 7 \times 2 + 6 = 0$

⑤ $2 \times 8^2 - 15 \times 8 - 8 = 128 - 120 - 8 = 0$

3. 다음 이차방정식 중 해가 다른 하나는?

① $\left(x + \frac{1}{3}\right)\left(x - \frac{1}{4}\right) = 0$

② $\left(\frac{1}{3} + x\right)\left(\frac{1}{4} - x\right) = 0$

③ $(3x + 1)(4x - 1) = 0$

④ $(4x + 1)(3x - 1) = 0$

⑤ $(6x + 2)(8x - 2) = 0$

해설

①, ②, ③, ⑤ $x = -\frac{1}{3}$ 또는 $x = \frac{1}{4}$

④ $(4x + 1)(3x - 1) = 0$ 에서

$4x + 1 = 0$ 또는 $3x - 1 = 0$

$\therefore x = -\frac{1}{4}$ 또는 $x = \frac{1}{3}$

4. 이차방정식 $3(x+4)^2 - 15 = 0$ 의 근을 $x = a \pm \sqrt{b}$ 라고 할 때, a, b 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -4$

▷ 정답 : $b = 5$

해설

$$3(x+4)^2 - 15 = 0$$

$$3(x+4)^2 = 15, (x+4)^2 = 5$$

$$x+4 = \pm\sqrt{5}, x = -4 \pm \sqrt{5}$$

$$\therefore a = -4, b = 5$$

5. 이차방정식 $3x^2 - 2x - 2 = 0$ 을 풀었더니 $x = \frac{A \pm \sqrt{B}}{3}$ 가 되었다.
 $A - B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{7}}{3}$$

$$\therefore A = 1, B = 7$$

$$\therefore A - B = -6$$

6. 다음에서 이차함수인 것은?

① $y = -5x + 2$

② $y = x^2 - (x - 2)^2$

③ $y = 3 - 2x^2 + x(1 + x)$

④ $y = -\frac{1}{2}x^3 + 1$

⑤ $y = (x - 2)^2 - (x + 1)^2$

해설

③ $y = -x^2 + x + 3$

7. 다음 이차함수의 그래프 중에서 아래로 볼록하면서 폭이 가장 좁은 것은?

① $y = \frac{1}{4}x^2$

② $y = -\frac{1}{4}x^2$

③ $y = 2x^2$

④ $y = -2x^2$

⑤ $y = -x^2$

해설

$y = kx^2$ ($k > 0$)의 꼴은 아래로 볼록하고, k 의 절댓값이 클수록 폭이 좁아진다.

8. 이차함수 $y = (4 - x)(x - 2)$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표를 구하면?

① (1, 1)

② (2, 1)

③ (3, 1)

④ (4, 1)

⑤ (5, 1)

해설

$$\begin{aligned}y &= (4 - x)(x - 2) = 4x - 8 - x^2 + 2x \\&= -x^2 + 6x - 8 = -(x^2 - 6x) - 8 \\&= -(x - 3)^2 + 1\end{aligned}$$

따라서 꼭짓점의 좌표는 (3, 1) 이다.

9. 두 이차방정식 $x^2 + 3x + a = 0$ 과 $x^2 - 2x + b = 0$ 이 모두 1을 근으로 가질 때, 상수 a, b 의 값은?

① $a = -4, b = 1$

② $a = -4, b = -1$

③ $a = -3, b = 1$

④ $a = 4, b = -1$

⑤ $a = -3, b = -1$

해설

$x = 1$ 을 두 방정식에 각각 대입하면

$$1 + 3 + a = 0 \quad \therefore a = -4$$

$$1 - 2 + b = 0 \quad \therefore b = 1$$

10. 이차방정식 $x^2 + 4x - 32 = 0$ 과 $2x^2 - 13x + 20 = 0$ 의 공통근을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $x = 4$

해설

$$x^2 + 4x - 32 = 0, (x + 8)(x - 4) = 0$$

$$\therefore x = -8 \text{ 또는 } x = 4$$

$$2x^2 - 13x + 20 = 0, (2x - 5)(x - 4) = 0$$

$$\therefore x = \frac{5}{2} \text{ 또는 } x = 4$$

따라서 공통해는 $x = 4$ 이다.

11. 이차방정식 $5x^2 - 10x + 6 = 0$ 에서 두 근의 합이 a 일 때, $2a^2 - a - ab = 0$ 을 만족하는 상수 b 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ -2

⑤ -1

해설

두 근의 합 $a = 2$

$$2a^2 - a - ab = 2(2^2) - 2 - 2b = 0$$

$$8 - 2 = 2b$$

$$\therefore b = 3$$

12. 이차방정식 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 두 근의 합이 $x^2 - 4x + k = 0$ 의 한 근일 때, 상수 k 의 값은?

① -12

② -4

③ 2

④ 4

⑤ 12

해설

$x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 두 근의 합은 2

이므로 $x = 2$ 를 $x^2 - 4x + k = 0$

에 대입하면 $k = 4$ 이다.

13. 어떤 원의 반지름의 길이를 5cm 늘였더니, 그 넓이는 처음 원의 넓이의 6배가 되었다. 처음 원의 반지름의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $1 + \sqrt{6}$

해설

$$\pi(x+5)^2 = 5\pi x^2$$

$$x^2 + 10x + 25 = 5x^2$$

$$4x^2 - 10x - 25 = 0$$

$$x^2 - 2x - 5 = 0$$

$$x = 1 + \sqrt{6} (\because x > 0)$$

14. 이차함수 $y = 5x^2 + 2$ 의 그래프는 $y = 5x^2 - 2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 얼마만큼 평행이동한 것인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$y = 5x^2 + 2$ 의 그래프는 $y = 5x^2 - 2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 $2 - (-2) = 4$ 만큼 평행이동한 것이다.

15. 이차함수 $y = 2(x + 1)^2 - 1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼, y 축의 방향으로 4 만큼 평행이동한 포물선의 식은?

① $y = 2(x + 2)^2 + 4$

② $y = -2(x + 3)^2 + 3$

③ $y = 2(x - 1)^2 + 3$

④ $y = -2(x - 1)^2 + 3$

⑤ $y = 2(x + 3)^2 + 3$

해설

$$y = 2(x + 1 + 2)^2 - 1 + 4$$

$$\therefore y = 2(x + 3)^2 + 3$$

16. 이차함수 $y = -3x^2 + 6x + 1$ 의 꼭짓점의 좌표는?

① $(-1, 4)$

② $(-1, -4)$

③ $(1, -4)$

④ $(4, -1)$

⑤ $(1, 4)$

해설

$$\begin{aligned}y &= -3x^2 + 6x + 1 \\&= -3(x^2 - 2x + 1 - 1) + 1 \\&= -3(x - 1)^2 + 4\end{aligned}$$

이므로 꼭짓점의 좌표는 $(1, 4)$ 이다.

17. 이차함수 $y = 3x^2 - 6x + 8$ 의 그래프는 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 b 만큼, y 축 방향으로 c 만큼 평행이동한 것이다. $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$y = 3x^2 - 6x + 8$$

$$y = 3(x - 1)^2 + 5$$

$$a = 3, b = 1, c = 5$$

$$\therefore a + b + c = 9$$

18. 이차방정식 $2x^2 + 5x - 2 = 0$ 의 두 근 중 작은 근을 p 라 하면 $n < p < n + 1$ 이 성립한다. 이때, 정수 n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$2x^2 + 5x - 2 = 0$ 를 풀면

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{41}}{4}$$

따라서 $p = \frac{-5 - \sqrt{41}}{4}$

$$6 < \sqrt{41} < 7$$

$$-7 < -\sqrt{41} < -6$$

$$-12 < -5 - \sqrt{41} < -11$$

$$-3 < \frac{-5 - \sqrt{41}}{4} < -\frac{11}{4} \text{ 이므로 } n = -3 \text{ 이다.}$$

19. 두 실수 x, y 에 대하여 $x = \frac{-m + \sqrt{2}}{2}$, $y = 3 + \sqrt{2}$ 일 때, $4x^2 - 4xy + y^2 + 4x - 2y - 24 = 0$ 이 성립하는 m 의 값들의 합은?

① -3

② -4

③ 5

④ -5

⑤ 6

해설

$(2x - y)^2 + 2(2x - y) - 24 = 0$ 에서 $2x - y = t$ 로 치환하면

$$t^2 + 2t - 24 = 0$$

$$(t + 6)(t - 4) = 0$$

$$\therefore t = 4 \text{ 또는 } t = -6$$

i) $t = 4$ 일 때

$$2x - y = -m + \sqrt{2} - (3 + \sqrt{2}) = 4$$

$$m = -7$$

ii) $t = -6$ 일 때

$$2x - y = -m + \sqrt{2} - (3 + \sqrt{2}) = -6$$

$$m = 3$$

따라서 모든 m 의 값의 합은 $(-7) + 3 = -4$ 이다.

20. 이차방정식 $x^2 - 3x - 5 = 0$ 의 두 근을 각각 α, β 라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2 - 3\alpha\beta$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

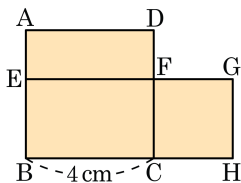
▷ 정답 : 34

해설

근과 계수와의 관계에서 $\alpha + \beta = 3, \alpha\beta = -5$

$$\therefore \alpha^2 + \beta^2 - 3\alpha\beta = (\alpha + \beta)^2 - 5\alpha\beta = 9 + 25 = 34$$

21. 다음 그림에서 사각형 ABCD 와 FCHG 는 정사각형이다. $\overline{BC} = 4\text{cm}$ 이고, 정사각형 ABCD 와 직사각형 EBHG 의 넓이가 같을 때, 직사각형 EBCF 의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $4 + 4\sqrt{5}\text{cm}$

해설

$\overline{CH} = x\text{cm}$ 라고 하면

$$4 \times 4 = x(4 + x)$$

$$16 = 4x + x^2$$

$$x^2 + 4x - 16 = 0$$

$$x = -2 \pm 2\sqrt{5}$$

$x > 0$ 이므로 $x = -2 + 2\sqrt{5}(\text{cm})$ 이다.

따라서 직사각형 EBCF 의 둘레의 길이는 $\{4 + (-2 + 2\sqrt{5})\} \times$

$2 = 4 + 4\sqrt{5}(\text{cm})$ 이다.

22. 다음 중 이차함수의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

- ① $y = 2x^2 + 1$ 의 그래프는 아래로 볼록하다.
- ② $y = -2(x + 2)^2$ 의 그래프는 $y = -x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동 시킨 것이다.
- ③ $y = -(x - 5)^2$ 의 그래프는 x 축과 한 점에서 만난다.
- ④ $y = -(x - 3)^2 + 1$ 의 그래프의 꼭짓점 좌표는 $(3, 1)$ 이다.
- ⑤ $y = x^2$ 의 그래프는 $y = -x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.

해설

② $y = -2(x + 2)^2$ 은 $y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축 방향으로 -2 만큼 평행이동시킨 것이다.

23. 이차방정식 $2x^2 - ax + 5b = 0$ 이 중근을 가질 때, a 의 값을 최소가 되게 하는 b 의 값은?
(단, a, b 는 양의 정수)

① 5

② 10

③ 15

④ 20

⑤ 25

해설

$$D = a^2 - 4 \times 2 \times 5 \times b = 0$$

$$a^2 = 2^2 \times 2 \times 5 \times b$$

따라서 a 가 최소가 되게 하는 b 의 값은 $2 \times 5 = 10$ 이다.

24. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 근을 구하는데 소연은 일차항의 계수를 잘못 보고 풀어서 두 근이 $x = 1 \pm \sqrt{2}$ 가 나왔고, 소희는 상수항을 잘못 보고 풀어서 두 근이 $x = 2 \pm \sqrt{6}$ 이 나왔다. 이 때, ab 의 값은?

① -4

② -2

③ 1

④ 2

⑤ 4

해설

근과 계수와의 관계에 의해 $x^2 + ax + b = 0$ 의 두근의 합은 $-a$, 두 근의 곱은 b 이다.

소연이는 상수항을 제대로 본 것이므로 소연이가 구한 두 근의 곱은

$$(1 + \sqrt{2})(1 - \sqrt{2}) = -1 = b$$

한편, 소희는 일차항을 제대로 본 것이므로 소희가 구한 두 근의 합은

$$(2 + \sqrt{6}) + (2 - \sqrt{6}) = -a$$

$$\therefore a = -4, b = -1$$

$$\therefore ab = 4$$

해설

소연이 푼 식은

$$\{x - (1 + \sqrt{2})\} \{x - (1 - \sqrt{2})\} = 0$$

소연이는 상수항을 제대로 본 것이므로 구하는 상수항 $b = (1 + \sqrt{2})(1 - \sqrt{2}) = -1$

소희가 푼 식은

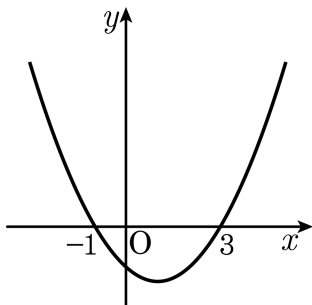
$$\{x - (2 + \sqrt{6})\} \{x - (2 - \sqrt{6})\} = 0$$

소희는 일차항의 계수를 제대로 본 것이므로 일차항의 계수는 $a = -2 + \sqrt{6} - 2 - \sqrt{6} = -4$

따라서, 처음 이차방정식은 $x^2 - 4x - 1 = 0$

$$\therefore ab = 4$$

25. 다음은 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. <보기> 중 옳은 것은 모두 몇 개인가?



보기

- ㉠ $b^2 - 4ac > 0$
- ㉡ $abc < 0$
- ㉢ $a - b + c < 0$
- ㉣ $9a + 3b + c > 0$
- ㉤ $a + b + c < 4a + 2b + c$

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

아래로 볼록한 포물선이므로 $a > 0$

축이 y 축의 오른쪽에 있으므로 $ab < 0$

$\therefore b < 0$

y 절편이 음수이므로 $c < 0$

㉠ x 축과의 교점이 2개이므로 $b^2 - 4ac > 0$

㉡ $abc > 0$

㉢ $x = -1$ 일 때, $y = a - b + c = 0$

㉣ $x = 3$ 일 때, $y = 9a + 3b + c = 0$

㉤ $x = 1$ 일 때, $y = a + b + c$, $x = 2$ 일 때, $y = 4a + 2b + c$,
 $a + b + c < 4a + 2b + c$