

1. $-2 \leq x \leq 3$ 에서 $y = x^2 - 2x - 2$ 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하면?

① 3 ② 7 ③ -2 ④ 0 ⑤ 1

해설

$y = (x - 1)^2 - 3$ 이고 꼭짓점의 x 좌표가 주어진 x 의 범위에 포함되므로

$x = 1$ 에서 최솟값을 $x = -2$ 에서 최댓값을 갖는다.

(최댓값) $= (-2)^2 - 2(-2) - 2 = 6$

(최솟값) $= -3$

2. 부등식 $ax + 1 \geq 2x + 5$ 의 해가 $x \geq 2$ 일 때, 상수 a 의 값은?

① -3

② -1

③ 1

④ 4

⑤ 7

해설

$ax + 1 \geq 2x + 5$ 에서 $(a - 2)x \geq 4$ 의 부등식의 해가 $x \geq 2$ 이므로

$a - 2 > 0$

$x \geq \frac{4}{a - 2}$ 이므로 $\frac{4}{a - 2} = 2, a - 2 = 2$

$\therefore a = 4$

3. 두 점 A $(-1, 1)$, B $(1, 5)$ 에서 같은 거리에 있는 y 축 위의 점의 좌표는?

① $(3, 0)$ ② $(5, 0)$ ③ $(0, 3)$ ④ $(0, 5)$ ⑤ $(0, 7)$

해설

y 축 위의 점을 $(0, a)$ 라 하면

$\therefore 1^2 + (a - 1)^2 = 1^2 + (a - 5)^2$ 정리하면

$a = 3$

4. 두 점 A(6, -4), B(1, 1) 을 이은 선분 AB를 2 : 3 으로 내분하는 점을 P, 외분하는 점을 Q라 할 때, 선분 PQ의 중점의 좌표는?

① (8, -10)

② (8, -8)

③ (8, -6)

④ (10, -8)

⑤ (10, -6)

해설

$$P\left(\frac{2 \times 1 + 3 \times 6}{2 + 3}, \frac{2 \times 1 + 3 \times (-4)}{2 + 3}\right) = (4, -2)$$

$$Q\left(\frac{2 \times 1 - 3 \times 6}{2 - 3}, \frac{2 \times 1 - 3 \times (-4)}{2 - 3}\right) = (16, -14)$$

따라서 선분 PQ의 중점의 좌표는

$$\left(\frac{4 + 16}{2}, \frac{-2 + (-14)}{2}\right)$$

$$\therefore (10, -8)$$

5. 기울기가 2 이고, y 절편이 -3 인 직선의 방정식은?

① $y = 2x + 3$

② $y = 2x - 3$

③ $y = 3x + 2$

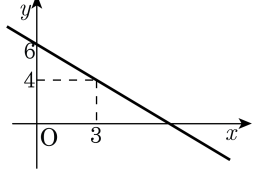
④ $y = 3x - 2$

⑤ $y = \frac{2}{3}x$

해설

기울기가 m 이고, y 절편이 b 인 직선의 방정식은 $y = mx + b$
이므로 $y = 2x - 3$

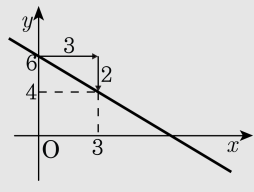
6. 다음 그림의 직선의 방정식이 $y = ax + b$ 일 때, $3a + b$ 의 값을 구하면?



▶ 답 :

▷ 정답 : $3a + b = 4$

해설



(기울기) $= -\frac{2}{3}$ 이므로 $a = -\frac{2}{3}$

y절편이 6이므로 $b = 6$

따라서 $3a + b = 3 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) + 6 = 4$

7. 점 (2, -1) 과 직선 $x - y - 1 = 0$ 사이의 거리는?

- ① $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ② $\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{3}$ ④ 2 ⑤ $2\sqrt{2}$

해설

$$\therefore \text{거리} = \frac{|2 + 1 - 1|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \sqrt{2}$$

8. 두 원 $x^2 + y^2 - x + 2y - 3 = 0$, $2x^2 + 2y^2 - 6x + ay - 2 = 0$ 의 공통현이 직선 $y = -3x - 1$ 과 직교할 때, 상수 a 의 값은?

- ① 1
- ② 2
- ③ 4
- ④ 8
- ⑤ 16

해설

두 원의 공통현의 방정식은
 $2(x^2 + y^2 - x + 2y - 3) - (2x^2 + 2y^2 - 6x + ay - 2) = 0$
즉, $4x + (4 - a)y - 4 = 0 \cdots \cdots \textcircled{1}$
직선 $\textcircled{1}$ 과 직선 $y = -3x - 1$ 은 직교하므로
 $\frac{-4}{4 - a} \times (-3) = -1$ 에서 $a = 16$

9. 연속하는 세 홀수의 합이 45 보다 크고 55 보다 작을 때, 세 홀수를 구하여라.
- ▶ 답 :
- ▶ 답 :
- ▶ 답 :
- ▷ 정답 : 15
- ▷ 정답 : 17
- ▷ 정답 : 19

해설

연속하는 세 홀수를 $x-2, x, x+2$ 라 하면
 $45 < (x-2) + x + (x+2) < 55$
 $45 < 3x < 55$
 $\rightarrow \begin{cases} 45 < 3x \\ 3x < 55 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x > 15 \\ x < \frac{55}{3} \end{cases} \rightarrow 15 < x < \frac{55}{3}$
 $\therefore x = 16, 17, 18$
 x 는 홀수이므로 17 이다.
따라서 세 홀수는 15 , 17 , 19 이다.

10. 이차방정식 $x^2 - ay^2 - 4x + 2y + k = 0$ 이 원을 나타낼 때 두 괄호에 들어갈 알맞은 값의 합을 구하여라.

$a = (\quad \quad \quad), k < (\quad \quad \quad)$

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

원의 방정식이 되기 위해서는 x^2 의 계수와 y^2 의 계수가 같아야 하므로 $a = -1$
또한, 준식을 표준형으로 나타내면,
 $x^2 - 4x + y^2 + 2y + k = 0$ 에서
 $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 5 - k$
여기서, $5 - k > 0$ 이어야 하므로 $k < 5$

11. 직선 $y = -2x + a$ 가 원 $x^2 + y^2 - 4x - 2y + 4 = 0$ 에 의하여 잘려지는 선분의 길이를 최대로 하는 a 의 값은 ?

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

해설

원 $x^2 + y^2 - 4x - 2y + 4 = 0$ 에서

$$(x-2)^2 + (y-1)^2 = 1$$

직선 $y = -2x + a$ 가 원의 중심 (2, 1)을 지날 때, 잘린 선분의 길이가 최대이므로

$$a = 2 \times 2 + 1 = 5$$

12. 이차함수 $y = -x^2 - 2ax + 4a - 4$ 의 최댓값을 M 이라 할 때, M 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -8

해설

$$y = -x^2 - 2ax + 4a - 4 = -(x + a)^2 + a^2 + 4a - 4$$

이므로 $x = -a$ 일 때 최댓값 $a^2 + 4a - 4$ 를 가진다.

$$\therefore M = a^2 + 4a - 4 = (a + 2)^2 - 8$$

따라서 M 은 $a = -2$ 일 때 최댓값 -8 을 가진다.

13. 두 함수 $f(x) = x^2 - 6x - 5$, $g(x) = 3x + 2$ 에 대하여 $F(x) = f(g(x))$ 라 정의하자.
 $-2 \leq x \leq 3$ 에서 $F(x)$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M - m$ 의 값은?

① 48 ② 56 ③ 64 ④ 72 ⑤ 80

해설

$t = g(x) = 3x + 2$ 라 놓으면
 $-2 \leq x \leq 3$ 에서 $-4 \leq t \leq 11 \cdots \textcircled{1}$
 $F(x) = f(t) = t^2 - 6t - 5 = (t - 3)^2 - 14$
 $\textcircled{1}$ 의 범위에서
 $t = 3$ 일 때 $m = -14$
 $t = 11$ 일 때 $M = 50$
 $\therefore M - m = 50 - (-14) = 64$

14. 합이 18 인 두 수가 있다. 이 두 수의 곱의 최댓값을 구하면?

① 17

② 65

③ 77

④ 81

⑤ 162

해설

두 수를 각각 x , $18 - x$ 라고 하면

$$y = x(18 - x)$$

$$= -x^2 + 18x$$

$$= -(x^2 - 18x + 81 - 81)$$

$$= -(x - 9)^2 + 81$$

$x = 9$ 일 때, 최댓값 81 을 갖는다.

15. 이차함수 $y = x^2 - 16$ 의 그래프에서 x 축과의 교점을 A, B 라 하고 꼭짓점을 C 라 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.

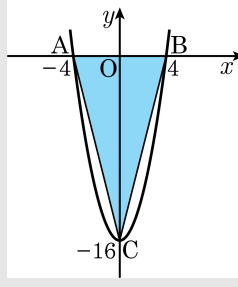
▶ 답 :

▷ 정답 : 64

해설

x 축과의 교점A, B 는 $x^2 - 16 = 0$ 의 근과 같다.
따라서 $x = \pm 4$ 이다.

꼭짓점의 좌표는 $(0, -16)$ 이다.



구하는 넓이는 $\frac{1}{2} \times 8 \times 16 = 64$ 이다.

16. 둘레의 길이가 20 cm 인 철사를 구부려서 부채꼴 모양을 만들려고 한다. 부채꼴의 넓이가 최대가 되도록 하는 부채꼴의 반지름을 a , 이때 부채꼴의 넓이를 b 라 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

부채꼴의 넓이를 S 라 하면

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2}a(20 - 2a) = a(10 - a) = -a^2 + 10a \\ &= -(a^2 - 10a + 25) + 25 \\ &= -(a - 5)^2 + 25 \end{aligned}$$

$$a = 5, b = 25$$

따라서 $a + b = 30$ 이다.

17. 지면으로부터 초속 20m 로 위로 던진 공의 x 초 후의 높이를 y_m 라고 하면 $y = -5x^2 + 20x$ 인 관계가 성립한다. 이 공이 가장 높이 올라갔을 때의 지면으로부터의 높이를 구하여라.

▶ 답: m

▶ 정답 : 20m

해설

$y = -5x^2 + 20x$ 에서 $y = -5(x - 2)^2 + 20$ 이다.
따라서 가장 높이 올라갔을 때의 높이는 20m 이다.

18. 연립부등식의 해가 $-2 < x < 3$ 일 때, 상수 a 의 값은?

$$\begin{cases} x-4 > 3a \\ 4x-5 < 7 \end{cases}$$

- ① -2
- ② -1
- ③ 0
- ④ 1
- ⑤ 2

해설

$$\begin{cases} x-4 > 3a & \cdots \text{①} \\ 4x-5 < 7 & \cdots \text{②} \end{cases}$$
라 하고

해를 구하면 ①에서 $x > 3a + 4$ 이고

②에서 $x < 3$ 이므로 공통 범위는

$$3a + 4 < x < 3$$

$$\therefore 3a + 4 = -2$$

$$\therefore a = -2$$

19. 모든 실수 x 에 대하여 $(a^2 - 1)x^2 - (a - 1)x + 1 > 0$ 이 성립할 때 a 의 범위를 구하면?

① $a < -\frac{2}{3}, a \geq 1$ ② $-1 < a < 1$ ③ $a < -1, a > 1$

④ $a < -\frac{5}{3}, a \geq 1$ ⑤ $-\frac{5}{3} < a < 1$

해설

(1) $a = 1$ 일 때
(좌변) $= 1 > 0$ 이므로 항상 성립한다.
(2) $a \neq 1$ 일 때
주어진 식이 성립하려면
 $a^2 - 1 > 0$, $D < 0$ 이어야 한다.
따라서 $a^2 - 1 > 0$ 에서 $(a - 1)(a + 1) > 0$
 $\therefore a < -1, a > 1$
또 $D = (a - 1)^2 - 4(a^2 - 1) < 0$ 에서
 $3a^2 + 2a - 5 > 0, (3a + 5)(a - 1) > 0$
 $\therefore a < -\frac{5}{3}, a > 1$
(1), (2)에서 $a < -\frac{5}{3}, a \geq 1$

20. 두 점 $(3, 2), (-1, 10)$ 을 지나는 직선에 수직이고 $(2, 3)$ 을 지나는 직선의 방정식을 구하면?

- ㉠ $x - 2y + 4 = 0$ ㉡ $2x + y - 4 = 0$ ㉢ $x + 2y - 4 = 0$
㉣ $2x - y + 4 = 0$ ㉤ $x - y - 4 = 0$

해설

$(3, 2), (-1, 10)$ 을 지나는 직선의 방정식

$$\Rightarrow y = \frac{10-2}{-1-3}(x+1)+10$$

$$\Rightarrow y = -2x + 8$$

이 직선의 수직인 직선의 기울기 : $\frac{1}{2}$

$(2, 3)$ 을 지나므로 $y = \frac{1}{2}(x-2) + 3$

$$x - 2y + 4 = 0$$

21. 좌표평면에서 원 $x^2 + y^2 + 6x - 4y + 9 = 0$ 에 직선 $y = mx$ 가 접하도록 상수 m 의 값을 정할 때, 모든 m 의 값의 합은?

① $-\frac{12}{5}$ ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ $\frac{12}{5}$

해설

$$x^2 + y^2 + 6x - 4y + 9 = 0 \Leftrightarrow (x + 3)^2 + (y - 2)^2 = 4$$

이것은 중심이 $(-3, 2)$,

반지름의 길이가 2 인 원이다.

이 원에 직선 $y = mx$ 가 접하므로

원의 중심 $(-3, 2)$ 와 직선 $mx - y = 0$ 사이의

거리는 반지름의 길이인 2 와 같다.

$$\text{즉, } \frac{|-3m - 2|}{\sqrt{m^2 + 1}} = 2$$

$$|-3m - 2| = 2\sqrt{m^2 + 1} \cdots \text{㉠}$$

㉠의 양변을 제곱하여 정리하면

$$5m^2 + 12m = 0 \quad \therefore m = 0, -\frac{12}{5}$$

따라서 구하는 모든 m 의 값의 합은 $-\frac{12}{5}$ 이다.

22. 연립방정식 $\begin{cases} xy + x + y = 5 \\ x^2 + xy + y^2 = 7 \end{cases}$ 을 만족하는 순서쌍 (x, y) 의 개수는?

- ① 0개 ② 1개 ③ 2개 ④ 3개 ⑤ 4개

해설

$x + y = u, xy = v$ 라 하면
$$\begin{cases} u + v = 5 & \cdots \textcircled{㉠} \\ u^2 - v = 7 & \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$
 $\textcircled{㉠}$ 을 $\textcircled{㉡}$ 에 대입하면
 $u^2 - (5 - u) = 7$
 $u^2 + u - 12 = 0$
 $(u + 4)(u - 3) = 0$
 $\therefore u = -4$ 또는 $u = 3$

(i) $u = -4, v = 9$, 즉 $x + y = -4, xy = 9$ 일 때, x, y 는 $t^2 + 4t + 9 = 0$ 의 두 근이므로 $t = -2 \pm \sqrt{5}i$
따라서, $x = -2 \pm \sqrt{5}i, y = -2 \mp \sqrt{5}i$ 이므로 (복부호 동순)
 $(-2 + \sqrt{5}i, -2 - \sqrt{5}i), (-2 - \sqrt{5}i, -2 + \sqrt{5}i)$
(ii) $u = 3, v = 2$, 즉 $x + y = 3, xy = 2$ 일때, x, y 는 $t^2 - 3t + 2 = 0$ 의 두 근이므로
 $(t - 1)(t - 2) = 0$
 $\therefore t = 1$ 또는 $t = 2$
따라서, $x = 1, y = 2$ 또는 $x = 2, y = 1$ 이므로
 $(1, 2), (2, 1)$
(i), (ii)에서 구하는 순서쌍의 개수는 4개이다

23. 부등식 $|x^2 + x + 1| \leq |x + 2|$ 의 해는?

① $x \leq -1$

② $-1 \leq x \leq 1$

③ $x \geq 1$

④ 해는 없다.

⑤ 모든 실수

해설

$$x^2 + x + 1 = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} > 0 \text{이므로}$$

$$|x^2 + x + 1| = x^2 + x + 1$$

$$x^2 + x + 1 \leq |x + 2| \text{에서}$$

(i) $x < -2$ 일 때,

$$x^2 + x + 1 \leq -(x + 2), \quad x^2 + 2x + 3 \leq 0$$

$$(x + 1)^2 + 2 \leq 0$$

그런데 $(x + 1)^2 > 0$ 이므로 해는 없다.

(ii) $x \geq -2$ 일 때,

$$x^2 + x + 1 \leq x + 2, \quad x^2 \leq 1$$

$$\therefore -1 \leq x \leq 1$$

(i), (ii)에 의해 $\therefore -1 \leq x \leq 1$

24. 좌표평면에서 세 점 A(-1, 1), B(2, 2), C(6, 0)에 대하여 △ABC의 세 변의 수직이등분선의 교점의 좌표는?

- ① (-1, -1)
- ② (2, -2)
- ㉓ (2, -3)
- ④ (-2, 3)
- ⑤ (-2, -3)

해설

$\overline{AB}$ 의 기울기 : $\frac{2-1}{2-(-1)}$, 중점은 $(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}) \Rightarrow$ 수직이등분선
: $y = -3\left(x - \frac{1}{2}\right) + \frac{3}{2}$
 $\overline{BC}$ 의 기울기는 $\frac{2-0}{6-2} = \frac{1}{2}$, 중심은 (4, 1) $\Rightarrow$ 수직이등분
선: $y = 2(x - 4) + 1$
두 직선의 교점을 구해보면 $x = 2, y = -3$
 $\therefore$ 세 변의 수직이등분선의 교점은 한 점에서 만나므로
 $\therefore (2, -3)$

해설

세 점을 연결한 삼각형의 세 변의 수직이등분선의 교점은 삼각형의 외심이므로 각 점에 이르는 거리가 같다.
 $O(x, y)$ 라고 하면
 $\overline{AO} = \overline{CO}$ 에서 $(x+1)^2 + (y-1)^2 = (x-6)^2 + y^2, 7x - y = 17 \cdots \textcircled{㉓}$
 $\overline{BO} = \overline{CO}$ 에서 $(x-2)^2 + (y-2)^2 = (x-6)^2 + y^2, 2x - y = 7 \cdots \textcircled{㉔}$
 $\textcircled{㉓} \textcircled{㉔}$ 에서 교점의 좌표는 (2, -3)

25. x, y 가 실수일 때, $f(x, y) = x^2 - 2xy + 2y^2 + 2x + 2y$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -5

해설

$$\begin{aligned} f(x, y) &= x^2 - 2xy + 2y^2 + 2x + 2y \\ &= x^2 - 2(y-1)x + 2y^2 + 2y \\ &= \{x - (y-1)\}^2 + (y+2)^2 - 5 \end{aligned}$$

따라서 $x = -3, y = -2$ 일 때, 최솟값 -5