

1. 다음 이차함수 $y = \frac{1}{2}(x+2)^2 - 9$ 의 그래프는 제 몇사분면을 지나지 않는가?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 모든 사분면을 지난다.

해설

$y = \frac{1}{2}(x+2)^2 - 9$ 의 그래프는

꼭짓점은 $(-2, -9)$ 이고, y 절편은 -7 인 아래로 볼록한 그래프
이므로 모든 사분면을 지난다.

2. 이차함수 $y = (x+3)^2 - 9$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① 꼭짓점의 좌표는 $(-3, -9)$ 이다.
- ② 대칭축은 $x = -3$ 이다.
- ③ 그래프는 아래로 볼록한 모양이다.
- ④ x 축과 두 점에서 만난다.
- ⑤ 제 1, 2, 3, 4 사분면을 모두 지난다.

해설

⑤ 제 4 사분면을 지나지 않는다.

3. 꼭짓점이 (2, 3) 이고, 점(5, -6) 을 지나는 포물선이 y 축과 만나는 점의 좌표는?

① (0, -2)

② (0, 3)

③ (0, 1)

④ (0, 2)

⑤ (0, -1)

해설

$y = a(x - 2)^2 + 3$ 에 (5, -6) 을 대입하면

$$-6 = a(5 - 2)^2 + 3$$

$$9a = -9 \therefore a = -1$$

$$y = -(x - 2)^2 + 3$$

$$x = 0 \text{ 일 때 } y = -1$$

$$\therefore (0, -1)$$

4. 이차방정식 $ax^2 + (4a + 2)x - a - 2 = 0$ 의 두 근이 $-5, b$ 일 때, $\frac{b}{a}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{9}$

해설

$x = -5$ 일 때

$$a \times (-5)^2 + (4a + 2) \times (-5) - a - 2 = 0$$

$$25a - 20a - 10 - a - 2 = 0$$

$$4a = 12, a = 3$$

$$3x^2 + (4 \times 3 + 2)x - 3 - 2 = 0$$

$$3x^2 + 14x - 5 = 0$$

$$(x + 5)(3x - 1) = 0$$

$$x = -5, x = \frac{1}{3} = b$$

$$\frac{b}{a} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$$

5. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + 12x + a = b$ 가 중근을 가질 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 36

해설

주어진 방정식이 중근을 가지려면

$x^2 + 12x + a - b = 0$ 이 (완전제곱식) $=0$ 의 꼴이 되어야 하므로
 $(x + 6)^2 = 0$ 이다.

$$\therefore a - b = 36$$

6. 이차방정식 $2(x+1)^2 = 10$ 의 두 근의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$2(x+1)^2 = 10$$

$$(x+1)^2 = 5$$

$$x+1 = \pm\sqrt{5}$$

$$x = -1 \pm \sqrt{5}$$

$$\therefore (-1 + \sqrt{5}) + (-1 - \sqrt{5}) = -2$$

7. $(x-4)(x+2) = -2x(x-4)$ 의 해가 α, β 일 때, $3\alpha\beta$ 의 값은?

① -5

② -8

③ 3

④ 5

⑤ 8

해설

주어진 방정식을 정리하면

$$3x^2 - 10x - 8 = 0$$

$$(3x+2)(x-4) = 0$$

$$\alpha = 4, \beta = -\frac{2}{3} \text{ 또는 } \alpha = -\frac{2}{3}, \beta = 4$$

$$\therefore 3\alpha\beta = -8$$

8. 어떤 연속한 세 정수가 있다. 가장 큰 수의 제곱은 다른 두 수의 제곱의 합과 같을 때, 세 수를 구하여라. (단, 연속한 세 정수중 어느 하나도 0 은 아니다.)

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : 4

▷ 정답 : 5

해설

연속한 세 정수를 $x-1$, x , $x+1$ 이라 하면

$$(x+1)^2 = (x-1)^2 + x^2$$

$$x^2 + 2x + 1 = 2x^2 - 2x + 1$$

$$x^2 - 4x = 0$$

$$x(x-4) = 0$$

$x = 0$ 또는 $x = 4$ 이다.

어떤 수 중 0 은 없으므로 $x = 4$ 이다.

따라서 연속한 세 정수는 3, 4, 5이다.

9. 지면에서 초속 30m 로 던져 올린 물체의 t 초 후의 높이가 $(30t - 5t^2)$ m 라고 할 때, 물체를 던져 올리고 나서 지면에 떨어지는데 걸리는 시간은?

① 2 초 후

② 3 초 후

③ 4 초 후

④ 5 초 후

⑤ 6 초 후

해설

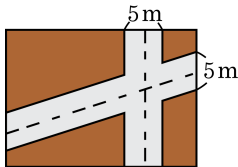
지면에 떨어질 때의 높이는 0 이므로

$$30t - 5t^2 = 0, t^2 - 6t = 0$$

$$t(t - 6) = 0, t = 0, 6$$

$$t > 0 \text{ 이므로 } t = 6$$

10. 가로 길이가 세로 길이보다 7m 더 긴 직사각형 모양의 땅이 있다. 그림과 같이 폭이 5m 인 도로를 만들었더니 도로를 뺀 나머지 부분의 넓이가 260m^2 가 되었다. 처음 직사각형 모양의 가로의 길이는?



- ① 23 m ② 24 m ③ 25 m ④ 26 m ⑤ 27 m

해설

가로를 $x\text{m}$, 세로를 $(x - 7)\text{m}$ 라 하면

$$(x - 5)(x - 7 - 5) = 260$$

$$x^2 - 17x - 200 = 0$$

$$(x + 8)(x - 25) = 0$$

$$x = 25 \text{ 또는 } x = -8$$

$$\therefore x = 25 (\because x > 12)$$

11. 원점을 꼭짓점으로 하는 이차함수의 그래프 $y = f(x)$ 에 대하여 $2f\left(\frac{1}{2}\right) - f(-2) = 7$ 일 때, 다음 중 이 그래프 위의 점이 아닌 것은 모두 몇 개인가?

보기

- ㉠ $(1, -2)$ ㉡ $\left(-\frac{1}{3}, -\frac{2}{9}\right)$ ㉢ $(3, -12)$
 ㉣ $\left(\frac{3}{2}, -\frac{9}{2}\right)$ ㉤ $(-4, -30)$

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$f(x) = ax^2$ 에 대하여 $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4}a$, $f(-2) = 4a$ 이므로

$$2f\left(\frac{1}{2}\right) - f(-2) = 7, \quad 2 \times \frac{1}{4} \times a - 4a = 7, \quad -7a = 14, \quad a =$$

$$-2 \quad \therefore f(x) = -2x^2$$

$$\textcircled{㉢} f(3) = -2 \times (-3)^2 = -18 \quad \therefore (3, -18)$$

$$\textcircled{㉤} f(-4) = -2 \times (-4)^2 = -32 \quad \therefore (-4, -32)$$

따라서 주어진 그래프 위의 점이 아닌 것은 ㉣, ㉤의 2 개이다.

12. 이차함수 $y = x^2 + 2x + k$ 의 최솟값이 5 일 때, k 의 값은?

① 1

② 2

③ 4

④ 6

⑤ 8

해설

$$y = (x + 1)^2 + k - 1$$

$$\text{최솟값 } k - 1 = 5$$

$$\therefore k = 6$$

13. $5x + 2 \leq 4x + 5$ 이고 x 는 자연수 일 때, 다음 이차방정식을 풀면?

$$x^2 - 6x + 5 = 0$$

① $x = 1, x = 3$

② $x = 1, x = 5$

③ $x = 1$

④ $x = 2, x = 3$

⑤ $x = 2, x = 5$

해설

$5x + 2 \leq 4x + 5$ 에서 $x \leq 3$ 이다.

따라서 x 의 값은 1, 2, 3이다.

$x^2 - 6x + 5 = 0$ 를 만족하는 x 의 값은 $x = 1, x = 5$ 이므로
이차방정식의 해는 $x = 1$ 이다.

14. 이차방정식 $x^2 - 4x + 2 = 0$ 의 한 근이 a 일 때, $a^2 + \frac{4}{a^2}$ 의 값은?

① 12

② 13

③ 15

④ 16

⑤ 18

해설

$x = a$ 를 주어진 이차방정식에 대입하면 $a^2 - 4a + 2 = 0$

양변을 a 로 나누면 $a - 4 + \frac{2}{a} = 0$ 이므로 $a + \frac{2}{a} = 4$

$$\therefore a^2 + \frac{4}{a^2} = \left(a + \frac{2}{a}\right)^2 - 4 = 4^2 - 4 = 12$$

15. 이차방정식의 한 근이 $\frac{4}{3 - \sqrt{5}}$ 인 이차방정식 A 는 다음과 같다. 이때,
유리수 a, b 에서 $\frac{b}{a}$ 의 값을 구하여라.

$$ax^2 - x + b = 0$$

▶ 답 :

▶ 정답 : 4

해설

한 근이 $\frac{4}{3 - \sqrt{5}} = 3 + \sqrt{5}$ 이므로 다른 한 근은 $3 - \sqrt{5}$

두 근의 합은 $\frac{1}{a} = 6, a = \frac{1}{6}$

두 근의 곱은 $\frac{b}{a} = 4, b = \frac{2}{3}$

$\therefore \frac{b}{a} = 4$

16. 이차방정식 $x^2 - 3ax + 2 = 0$ 의 두 근의 비가 1:2 가 되는 a 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = 1$

▷ 정답: $a = -1$

해설

$x^2 - 3ax + 2 = 0$ 의 두 근을 $t, 2t$ 이라고 할 때, 근과 계수와의 관계로부터 $t \times 2t = 2, t = \pm 1$

$$t + 2t = 3t = 3a,$$

$$t = -1 \text{ 일 때 } a = -1$$

$$t = 1 \text{ 일 때 } a = 1$$

$$\therefore a = \pm 1$$

17. 이차방정식 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 한 근을 a , 이차방정식 $x^2 - 2x - 7 = 0$ 의 한 근을 b 라 할 때, $(a^2 - 3a + 3)(b^2 - 2b + 1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

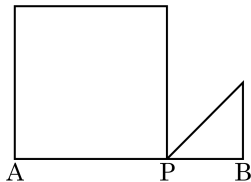
두 방정식에 각각 $x = a$, $x = b$ 를 대입하면

$$a^2 - 3a + 1 = 0 \text{에서 } a^2 - 3a = -1$$

$$b^2 - 2b - 7 = 0 \text{에서 } b^2 - 2b = 7$$

$$\therefore (a^2 - 3a + 3)(b^2 - 2b + 1) = (-1 + 3)(7 + 1) = 16$$

18. 길이가 6cm 인 선분 AB 위에 점 P 를 잡아서 다음 그림과 같이 정사각형과 직각이등변삼각형을 만들어 넓이의 합이 18cm^2 가 되게 하려고 한다. 선분 AP 의 길이를 구하여라. (단, 선분 AP 의 길이는 자연수이다.)



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 4cm

해설

선분 AP 의 길이를 $x\text{cm}$ 라고 하면

(정사각형의 넓이) $= x^2$

(직각이등변삼각형의 넓이) $= \frac{1}{2}(6-x)^2$

$$x^2 + \frac{1}{2}(6-x)^2 = 18$$

$$\frac{3}{2}x^2 - 6x + 18 - 18 = 0$$

$$3x^2 - 12x = 0$$

$$3x(x-4) = 0$$

선분 AP 의 길이는 자연수이므로 $x = 4(\text{cm})$

19. 두 함수 $(a^2 - 3a + 2)y^2 + 2y - 4x^2 - 1 = 0$ 과 $y = (2a^2 - 8)x^2 - 3x + 1$ 이 모두 y 가 x 에 관한 이차함수가 되도록 상수 a 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

- i) $(a^2 - 3a + 2)y^2 + 2y - 4x^2 - 1 = 0$ 이 x 에 관한 이차함수가 되기 위해서는 $a^2 - 3a + 2 = 0$ 이어야 하므로 $(a - 1)(a - 2) = 0$
 $\therefore a = 1$ 또는 $a = 2$
- ii) $y = (2a^2 - 8)x^2 - 3x + 1$ 이 x 에 관한 이차함수가 되기 위해서는 $2a^2 - 8 \neq 0$ 이어야 하므로 $a \neq \pm 2$
- i), ii)에 의하여 $a = 1$ 이다.

20. $y = 2x^2$ 의 그래프 위의 두 점 $A(2, p)$, $B(q, 2)$ 를 지나는 직선의 방정식은? (단, $q < 0$)

① $y = 2x - 3$

② $y = -2x + 3$

③ $y = 2x + 4$

④ $y = -2x + 4$

⑤ $y = 2x - 4$

해설

$(2, p)$ 를 $y = 2x^2$ 에 대입하면 $p = 2 \times 2^2 = 8$

$(q, 2)$ 를 대입하면 $2 = 2q^2$, $q^2 = 1$ 에서 $q = \pm 1$

그런데 $q < 0$ 이므로 $q = -1$

$(2, 8)$, $(-1, 2)$ 를 지나는 직선의 방정식은

$$(\text{기울기}) = \frac{8-2}{2-(-1)} = \frac{6}{3} = 2$$

$y = 2x + b$ 에 $(2, 8)$ 을 대입하면

$$8 = 2 \times 2 + b \therefore b = 4$$

따라서 구하는 식은 $y = 2x + 4$

21. 이차함수 $y = ax^2 + bx + 3$ 의 그래프의 축과 직선 $x = -2$ 는 y 축에 대해 서로 대칭일 때, $\frac{a^2}{b^2}$ 의 값을 구하여라. (단, $ab \neq 0$)

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{1}{16}$

해설

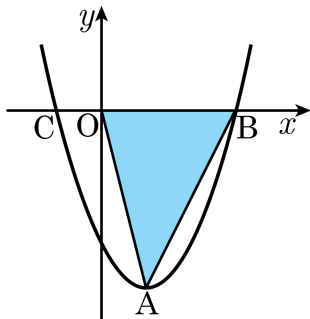
$$y = a \left(x^2 + \frac{b}{a}x \right) + 3 = a \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{b^2}{4a} + 3 \text{ 이므로 대칭축은 } x = -\frac{b}{2a} \text{ 이다.}$$

이 축이 $x = -2$ 와 y 축에 대해 대칭이므로 대칭축은 $x = 2$ 이다.

$$-\frac{b}{2a} = 2, \frac{b}{a} = -4, \frac{a}{b} = -\frac{1}{4}$$

$$\therefore \frac{a^2}{b^2} = \left(\frac{a}{b} \right)^2 = \frac{1}{16}$$

22. 다음 포물선 $y = x^2 - 2x - 3$ 의 꼭짓점을 A 라 하고, x 축과의 교점을 B, C 라 할 때, $\triangle ABO$ 의 넓이는?



① 16

② 8

③ 12

④ 6

⑤ 10

해설

$$y = x^2 - 2x - 3 = (x - 1)^2 - 4$$

A 의 좌표는 $(1, -4)$ 이다.

x 축과 교점은 $y = 0$ 일 때이므로

$$0 = (x - 1)^2 - 4 \text{ 이다.}$$

따라서 $x = -1$ 또는 $x = 3$ 이다.

B 의 좌표는 $(3, 0)$ 이다.

$$\therefore (\triangle ABO \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6$$

23. 다음 조건을 모두 만족하는 이차함수의 식은?

㉠ 꼭짓점이 x 축 위에 있다.

㉡ 축의 방정식은 $x = 4$ 이다.

㉢ 점 $(6, -2)$ 를 지난다.

① $y = -2(x - 4)^2$

② $y = 2(x - 4)^2$

③ $y = \frac{1}{2}(x - 4)^2$

④ $y = -\frac{1}{2}(x - 4)^2$

⑤ $y = -\frac{1}{2}(x + 4)^2$

해설

꼭짓점이 x 축 위에 있으므로 꼭짓점의 y 좌표는 0 이다. 축의 방정식이 $x = 4$ 이므로 꼭짓점의 x 좌표는 4이다. 따라서 꼭짓점의 좌표는 $(4, 0)$ 이다. $y = a(x - 4)^2$ 의 형태에서 점 $(6, -2)$ 를 지나므로 $y = -\frac{1}{2}(x - 4)^2$ 이다.

24. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 는 $x = 2$ 일 때, 최솟값 -3 을 갖고, 그래프가 점 $(-1, 6)$ 을 지난다고 할 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

꼭짓점의 좌표가 $(2, -3)$ 이므로 $y = a(x - 2)^2 - 3$

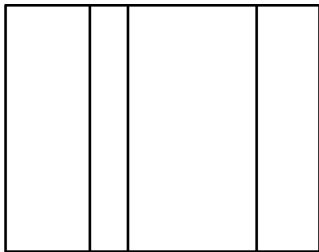
점 $(-1, 6)$ 을 대입하면 $a = 1$

$y = (x - 2)^2 - 3 = x^2 - 4x + 1$ 에서

$a = 1, b = -4, c = 1$

따라서 $a + b + c = -2$ 이다.

25. 어떤 농부가 길이 700m 의 철망을 가지고 그림과 같은 모양의 가축우리를 만들려고 한다. 전체 우리의 넓이를 최대로 하는 바깥 직사각형의 가로, 세로의 길이 중 짧은 것은 몇 m 인가?



- ① 60m ② 70m ③ 80m ④ 90m ⑤ 100m

해설

세로의 길이를 x 라 하면 세로가 5 개 있으므로 필요한 길이는 $5x$,

가로의 길이는 $\frac{1}{2}(700 - 5x)$ 이다. 전체 넓이를 S 라 하면

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2}(700 - 5x) \cdot x \\ &= -\frac{5}{2}x^2 + 350x \\ &= -\frac{5}{2}(x^2 - 140x + 70^2 - 70^2) \\ &= -\frac{5}{2}(x - 70)^2 + 12250 \end{aligned}$$

따라서 넓이는 세로가 70m , 가로가 175m 일 때 최대이다.