

1. 다음 중 소수는 모두 몇 개인지 구하여라.

47, 53, 65, 97, 117, 153

▶ 답 : 3 개

▷ 정답 : 3 개

해설

47 의 약수 : 1, 47
53 의 약수 : 1, 53
65 의 약수 : 1, 5, 13, 65
97 의 약수 : 1, 97
117 의 약수 : 1, 3, 9, 13, 39, 117
153 의 약수 : 1, 3, 9, 17, 51, 153
이므로 소수는 47, 53, 97 의 3 개이다.

2. 다음 $\square$ 안에 들어갈 부등호의 방향이 나머지 넷과 다른 하나는?

- ① $-\frac{3}{5} \square \frac{5}{7}$ ② $\frac{24}{5} \square 4.8$ ③ $-0.7 \square 1.3$
④ $-1.8 \square -\frac{3}{5}$ ⑤ $-1.2 \square -0.8$

해설

- ① $-\frac{3}{5} < \frac{5}{7}$
② $\frac{24}{5} = 4.8$
③ $-0.7 < 1.3$
④ $-1.8 < -\frac{3}{5}$
⑤ $-1.2 < -0.8$

3. 다음 중 틀린 것은?

① x 는 2 이상 3 미만이다 $\Rightarrow 2 \leq x < 3$

② x 는 -1 초과 5 이하이다 $\Rightarrow -1 < x \leq 5$

③ x 는 1 미만 0 초과이다 $\Rightarrow 0 < x < 1$

④ x 는 0 이상 4 미만이다 $\Rightarrow 0 \leq x < 4$

⑤ x 는 -3 초과 4 미만이다 $\Rightarrow -3 < x < 4$

해설

x 는 0 이상 4 미만이다. $\Rightarrow 0 \leq x < 4$

4. $4 - \frac{1}{2} - 5 + \frac{1}{3}$ 을 계산하여라.

① $-\frac{7}{6}$

② -2

③ $-\frac{5}{6}$

④ -1

⑤ $-\frac{2}{3}$

해설

$$\begin{aligned} & 4 - \frac{1}{2} - 5 + \frac{1}{3} \\ &= (+4) + \left(-\frac{1}{2}\right) + (-5) + \left(+\frac{1}{3}\right) \\ &= (-1) + \left(-\frac{1}{6}\right) = -\frac{7}{6} \end{aligned}$$

5. $\left(-\frac{3}{4}\right) \div \left(-\frac{9}{8}\right) \times \square = -2$ 일 때, $\square$ 안에 알맞은 수를 구하면?

① 3

② 2

③ 1

④ -2

⑤ -3

해설

$$\square = (-2) \times \left(-\frac{9}{8}\right) \div \left(-\frac{3}{4}\right) = \frac{9}{4} \times \left(-\frac{4}{3}\right) = -3$$

6. 다음을 계산하면?

$$3 \div \left\{ \left(\frac{1}{2} - 3 \right) \times 0.2 - (-2)^2 \right\}$$

- ① -3 ② $-\frac{2}{3}$ ③ 0 ④ 4 ⑤ $\frac{16}{3}$

해설

$$\begin{aligned} & 3 \div \left\{ \left(\frac{1}{2} - 3 \right) \times 0.2 - (-2)^2 \right\} \\ &= 3 \div \left\{ \left(-\frac{5}{2} \right) \times \frac{1}{5} - (+4) \right\} \\ &= 3 \div \left\{ \left(-\frac{1}{2} \right) + (-4) \right\} \\ &= 3 \div \left(-\frac{9}{2} \right) \\ &= 3 \times \left(-\frac{2}{9} \right) \\ &= -\frac{2}{3} \end{aligned}$$

7. 다음 중 계산 결과가 $3x$ 인 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $3 + x$

② $x \times 3$

③ $x + x + x$

④ $x \times x \times x$

⑤ $3 \times x^2$

해설

② $x \times 3 = 3x$

③ $x + x + x = x \times 3 = 3x$

④ $x \times x \times x = x^3$

⑤ $3 \times x^2 = 3x^2$

8. $x = 2$, $y = -\frac{1}{3}$ 일 때, $3xy - 2x^2$ 의 값을 구하면?

- ① -10 ② -5 ③ -2 ④ 3 ⑤ 6

해설

$x = 2$, $y = -\frac{1}{3}$ 을 식에 대입하면

$$3xy - 2x^2$$

$$= 3 \times 2 \times \left(-\frac{1}{3}\right) - 2 \times 2^2$$

$$= -2 - 8$$

$$= -10$$

9. 다음 그림이 나타내는 등식의 성질을 이용하여 등식을 변형한 것은?



- ① $x + 3 = 1 \Rightarrow x = -2$ ② $3x = -12 \Rightarrow x = -4$
③ $\frac{1}{2}x = 3 \Rightarrow x = 6$ ④ $0.2x = 0.4 \Rightarrow 2x = 4$
⑤ $2x - 2 = 8 \Rightarrow 2x = 10$

해설

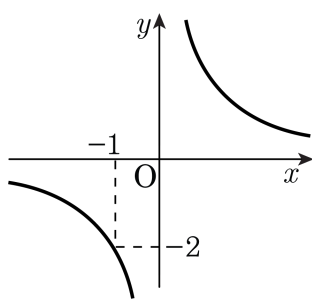
등식의 양변에 같은 수를 더하거나 빼거나 곱하거나 나누어도 등식은 성립한다.

$$x + 3 = 1$$

$$\rightarrow x + 3 - 3 = 1 - 3 \text{ (양변에서 3을 뺀다.)}$$

$$\rightarrow x = -2$$

10. 그래프가 아래 그림과 같은 식은?



① $y = \frac{1}{x}$
④ $y = \frac{4}{x}$

② $y = \frac{2}{x}$
⑤ $y = \frac{5}{x}$

③ $y = \frac{3}{x}$

해설

$$y = \frac{a}{x} (a \neq 0) \text{에 } x = -1, y = -2 \text{를 대입하면 } -2 = \frac{a}{-1}$$

$$a = 2$$

$$\therefore y = \frac{2}{x}$$

11. 15 이하의 자연수 중에서 6 과 서로소인 자연수들의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 37

해설

15 이하의 자연수 중에서 6 과 서로소인 자연수는
1, 5, 7, 11, 13
따라서 서로소인 자연수들의 합은 37

12. $2^2 \times 3^4$, $2^2 \times 3^2 \times 5$ 의 공약수의 개수는?

① 4

② 6

③ 8

④ 9

⑤ 12

해설

$2^2 \times 3^4$, $2^2 \times 3^2 \times 5$ 의 최대공약수는 $2^2 \times 3^2$
공약수는 최대공약수의 약수이므로,
1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36 총 9개이다.

13. 가로 길이가 1200cm, 세로 길이가 $2^3 \times 3^2 \times 5$ cm 인 벽면이 있다. 이 벽면에 가능한 한 큰 정사각형의 타일을 붙이려고 한다. 정사각형의 타일은 몇 개 필요한지 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 30개

해설

$1200 = 2^4 \times 3 \times 5^2$, $2^3 \times 3^2 \times 5$ 의 최대공약수는

$$2^3 \times 3 \times 5 = 120$$

따라서 정사각형의 타일의 한 변의 길이가 120cm 이므로 필요한

타일의 개수는

$$(1200 \div 120) \times (360 \div 120) = 10 \times 3 = 30 \text{ (개) 이다.}$$

14. 세 사람 A, B, C 가 있다. A 는 11 일 동안 일하고 1 일을 쉬고, B 는 13 일 동안 일하고 2 일을 쉬며, C 는 15 일 동안 일하고 3 일을 쉰다. 세 사람이 동시에 일을 시작했을 때, 다시 다음에 동시에 일하는 날은 며칠 후인가?

- ① 90일 후 ② 180일 후 ③ 300일 후
④ 360일 후 ⑤ 420일 후

해설

$$A : 12 = 2^2 \times 3, B : 15 = 3 \times 5, C : 18 = 2 \times 3^2$$

12 와 15, 18 의 최소공배수는 $2^2 \times 3^2 \times 5 = 180$ 이다.

180일 후에 세 사람 A, B, C 가 다시 동시에 일을 시작한다.

15. 두 수 $2^a \times 3^2 \times 5$, $2^3 \times 3^b \times c$ 의 최대공약수가 12 , 최소공배수가 2520 일 때, $a + b - c$ 의 값은?

① 9

② 6

③ -4

④ -5

⑤ -7

해설

$12 = 2^2 \times 3$, $2520 = 2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$ 이므로

$a = 2$, $b = 1$, $c = 7$ 이다.

따라서 $a + b - c = 2 + 1 - 7 = -4$ 이다.

16. 두 수 $\frac{35}{72}, \frac{91}{81}$ 의 어느 것에 곱하여도 항상 자연수가 되게 하는 분수가 있다. 이 중 가장 작은 분수를 주어진 두 수에 곱하여 만들어진 두 자연수의 합을 구한 것은?

① 145 ② 146 ③ 147 ④ 148 ⑤ 149

해설

$\frac{35}{72}, \frac{91}{81}$ 에 곱해야 하는 가장 작은 분수의 분모는 35와 91의 최대공약수인 7이고, 분자는 72와 81의 최소공배수인 648이다. 그러므로 $\frac{35}{72} \times \frac{648}{7} = 45$, $\frac{91}{81} \times \frac{648}{7} = 104$ 이다. 두 자연수의 합은 149이다.

17. $-\frac{19}{4} \leq x < \frac{27}{5}$ 을 만족하는 x 의 값 중에서 가장 작은 정수를 a , 절댓값이 가장 작은 정수를 b 라 할 때, a 와 b 사이의 거리는?

① 10 ② 8 ③ 6 ④ 4 ⑤ 2

해설

$-\frac{19}{4} \leq x < \frac{27}{5}$ 을 만족하는 정수 x 는
 $-4, -3, -2, \dots, 5$
 $\therefore a = -4, b = 0$
 -4 와 0 사이의 거리는 4 이다.

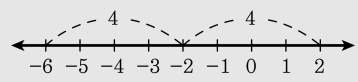
18. 수직선에 2와 -6 에 대응하는 두 점을 나타낸 후, 두 점에서 같은 거리에 있는 점에 대응하는 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

수직선을 이용하여 구하면 다음과 같다.



19. 다음 중 계산이 틀린 것은?

① $(-15) \div (+3) = -5$

② $(-4) \div (-4) = 0$

③ $30 \div (-5) = -6$

④ $(-8) \div (-1) \div 2 = 4$

⑤ $(-21) \div 3 \div (-7) = 1$

해설

② $(-4) \div (-4) = 1$

20. 안에 알맞은 수는 ?

$$\left(-\frac{2}{3}\right)^2 \times \frac{9}{4} \div \boxed{} = \frac{1}{9}$$

- ① $\frac{7}{2}$ ② $\frac{18}{4}$ ③ 6 ④ $\frac{23}{3}$ ⑤ 9

해설

$$\frac{4}{9} \times \frac{9}{4} \times \frac{1}{\boxed{}} = \frac{1}{9}, \quad \frac{1}{\boxed{}} = \frac{1}{9}$$

$$\boxed{} = 9$$

21. $a = 3 - \left\{ \left(-\frac{3}{4} \right) \times (-2)^2 \div 5 \right\} \div \left(-\frac{2}{7} \right)$ 일 때, a 보다 작은 정수가 아닌 것은?

- ① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

해설

$$\begin{aligned} a &= 3 - \left\{ \left(-\frac{3}{4} \right) \times (-2)^2 \div 5 \right\} \div \left(-\frac{2}{7} \right) \\ &= 3 - \left\{ \left(-\frac{3}{4} \right) \times 4 \times \frac{1}{5} \right\} \times \left(-\frac{7}{2} \right) \\ &= 3 - \left(-\frac{3}{5} \right) \times \left(-\frac{7}{2} \right) \\ &= 3 - \frac{21}{10} = \frac{9}{10} \end{aligned}$$

따라서 a 보다 작은 정수가 아닌 것은 ⑤1이다.

22. $A = (4x - 10) \div \frac{2}{5}$, $B = (-6) \times \left(\frac{2}{3}x + 2\right)$ 일 때, $-A + 3B$ 를 x 를 사용한 간단한 식으로 나타낸 것으로 옳은 것을 고르면?

- ① $-\frac{68}{5}x - 32$ ② $6x - 37$ ③ $-22x - 11$
④ $-2x - 17$ ⑤ $34x - 63$

해설

$$\begin{aligned} A &= (4x - 10) \div \frac{2}{5} \\ &= (4x - 10) \times \frac{5}{2} \\ &= 10x - 25 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= (-6) \times \left(\frac{2}{3}x + 2\right) \\ &= -4x - 12 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore -A + 3B &= -(10x - 25) + 3(-4x - 12) \\ &= -10x + 25 - 12x - 36 \\ &= -22x - 11 \end{aligned}$$

23. $\frac{1}{3}x + 2 = 6(x - 1)$ 의 해를 구하면?

① $\frac{24}{17}$

② 3

③ -2

④ -3

⑤ $-\frac{24}{17}$

해설

$$\frac{1}{3}x + 2 = 6(x - 1)$$

$$x + 6 = 18x - 18$$

$$17x = 24$$

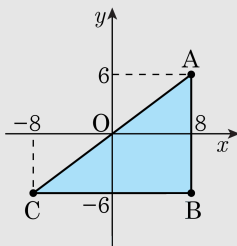
$$x = \frac{24}{17}$$

24. 세 점 $A(8, 6)$, $B(8, -6)$, $C(-8, -6)$ 를 꼭짓점으로 하는 삼각형의 넓이는?

① 80 ② 82 ③ 86 ④ 90 ⑤ 96

해설

좌표평면에 세 점을 나타내면 다음 그림과 같다.



$$(\triangle ABC \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times 16 \times 12 = 96$$

25. y 가 x 에 정비례하고, $x = 2$ 일 때, $y = 12$ 이다. $x = 3$ 일 때, y 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

관계식을 $y = ax$ 이라 하고

$x = 2$, $y = 12$ 를 대입하면, $12 = a \times 2$, $a = 6$

따라서 관계식은 $y = 6x$

$x = 3$ 을 대입하면 $y = 18$

26. 다음 보기에서 정비례 관계 $y = ax$ ($a \neq 0$) 의 그래프에 대한 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠ a 의 값에 관계없이 항상 원점을 지나는 직선이다.
- ㉡ $a < 0$ 이면 제 1, 3 사분면을 지난다.
- ㉢ a 의 절댓값이 커질수록 x 축에 가까워진다.
- ㉣ $a > 0$ 이면 x 의 값이 증가할 때, y 의 값도 증가한다.

- ① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢, ㉣

③ ㉡, ㉢, ㉣
- ④ ㉠, ㉣

⑤ ㉠, ㉡, ㉣

해설

- ㉡ $a < 0$ 이면 제 2, 4 사분면을 지난다.
- ㉣ a 의 절댓값이 커질수록 y 축에 가까워진다.

27. 온도가 일정할 때, 기체의 부피 $V\text{ cm}^3$ 는 압력 P 에 반비례한다. 압력이 1 기압일 때 부피가 10 cm^3 인 기체가 있다. 이 기체의 압력을 5 기압으로 하면 부피는 얼마나 되겠는가?

① 1 cm^3

② 2 cm^3

③ 5 cm^3

④ 10 cm^3

⑤ 12 cm^3

해설

부피 (y) 는 압력 (x) 에 반비례 하므로 $y = \frac{a}{x} (a \neq 0)$ 이다.

(1, 10) 을 대입하면 관계식은 $y = \frac{10}{x}$ 이다.

$x = 5$ 를 대입하면 $y = 2$ 이다.

28. $\frac{12}{n}, \frac{56}{n}, \frac{32}{n}$ 를 자연수로 만드는 자연수 n 들을 모두 곱하면?

① 12

② 10

③ 8

④ 7

⑤ 6

해설

n 은 12, 56, 32 의 공약수, 공약수는 최대공약수의 약수이므로
12, 56, 32 의 최대공약수는 4 이다.
4 의 약수는 1, 2, 4 이다.
따라서 8 이다.

29. $|x| \leq 8$ 인 서로 다른 세 정수 a, b, c 에 대하여

$$ab < 0, bc < 0, a > b$$

를 만족하는 $a \times c$ 의 값 중 가장 큰 것을 구한 것은?

- ① 20 ② 28 ③ 42 ④ 56 ⑤ 70

해설

$|x| \leq 8$ 을 만족하는 정수는
-8, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 이다.
 $ab < 0$ 이므로 $a \neq 0, b \neq 0$ 이고 $a < 0, b > 0$ 또는 $a > 0, b < 0$ 이다.
 $bc < 0$ 이므로 $b \neq 0, c \neq 0$ 이고 $b < 0, c > 0$ 또는 $b > 0, c < 0$ 이다.
 $a > b$ 이므로 $a > 0, b < 0, c > 0$ 이 성립함을 알 수 있다.
따라서 가장 큰 $a \times c$ 의 값은 $a \times c = 8 \times 7 = 56$ 이다.

30. $|x| \leq 6$ 를 만족하는 두 정수 a, b 에 대하여 $a + b > 0$, $a \times b < 0$ 이다.
 $a - b$ 의 값 중 가장 큰 값은?

① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

해설

$|x| \leq 6$ 인 정수는 $-6, -5, -4, \dots, 4, 5, 6$ 이므로
 $a = 6, b = -5$ 일 때,
 $a + b = 6 + (-5) > 0$ (참)
 $a \times b = 6 \times (-5) < 0$ (참)
 $a - b = 6 - (-5) = 11$

31. 두 정수 a, b 에 대하여 0보다 8 작은 수를 a , 수직선 위에서 -5 와 9 를 나타내는 두 점의 한 가운데 있는 점이 나타내는 수를 b 라고 할 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -10

해설

0보다 8 작은 수는 $0 - (+8) = -8 = a$

-5 와 9 의 한 가운데 점은 $\frac{-5 + (+9)}{2} = \frac{+4}{2} = +2 = b$ 이다.

따라서 $a - b = (-8) - (+2) = (-8) + (-2) = -10$ 이다.

32. 수직선 위의 -1 에 대응하는 점에서 거리가 6 인 점들에 대응하는 수 중에서 큰 수보다 -4 만큼 작은 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

-1 에서 거리가 6 인 점은 각각 $-1 - 6 = -7$, $-1 + 6 = 5$ 이다.
 $\therefore 5 - (-4) = 9$

33. $\frac{2}{3} = \frac{1}{\frac{3}{2}}$ 이라 할 때, $a + \frac{1}{b + \frac{1}{c + \frac{1}{d + \frac{1}{e}}}} = \frac{21}{8}$ 를 만족하는 자연수

$a + b + c + d + e$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7 또는 +7

해설

$$a + \frac{1}{b + \frac{1}{c + \frac{1}{d + \frac{1}{e}}}} = \frac{21}{8} = 2 + \frac{5}{8} \text{ 이므로 } a = 2$$

$$\frac{1}{b + \frac{1}{c + \frac{1}{d + \frac{1}{e}}}} = \frac{5}{8} \text{ 에서 } \frac{5}{8} = \frac{1}{\frac{8}{5}} \text{ 이므로 } b + \frac{1}{c + \frac{1}{d + \frac{1}{e}}} = \frac{8}{5}$$

$$\frac{8}{5} = 1 + \frac{3}{5}$$

$$\therefore b = 1$$

$$\frac{1}{c + \frac{1}{d + \frac{1}{e}}} = \frac{3}{5} \text{ 에서 } \frac{3}{5} = \frac{1}{\frac{5}{3}} \text{ 이므로 } c + \frac{1}{d + \frac{1}{e}} = \frac{5}{3} = 1 + \frac{2}{3}$$

$$\therefore c = 1$$

$$\frac{1}{d + \frac{1}{e}} = \frac{2}{3} \text{ 에서 } \frac{2}{3} = \frac{1}{\frac{3}{2}} \text{ 이므로 } d + \frac{1}{e} = \frac{3}{2} = 1 + \frac{1}{2}$$

$$\therefore d = 1, e = 2$$

$$\therefore a + b + c + d + e = 2 + 1 + 1 + 1 + 2 = 7$$

34. $3\{-x+2(x+1)-4\}=18-5x$ 의 해가 $x=a$ 일 때, $a-\frac{a^2}{3}$ 의 값을 구하면?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$3\{-x+2(x+1)-4\}=18-5x$$

$$3(-x+2x+2-4)=18-5x$$

$$3(x-2)=18-5x$$

$$3x-6=18-5x$$

$$8x=24$$

$$x=3$$

$$\therefore a=3$$

$$\text{따라서 } a-\frac{a^2}{3}=3-\frac{3^2}{3}=3-3=0 \text{ 이다.}$$

35. 백의 자리의 숫자가 5 이고, 백의 자리의 숫자와 일의 자리의 숫자의 합이 십의 자리의 숫자가 되는 세 자리 자연수가 있다. 이 수의 백의 자리의 숫자와 십의 자리의 숫자를 바꾼 수는 처음 수의 2 배보다 234 작은 수일 때, 처음 수의 십의 자리 숫자는?

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

백의 자리 숫자 : 5 , 십의 자리 숫자 : $x + 5$
일의 자리 숫자 : x
 $100(x + 5) + 50 + x = 2(500 + 10x + 50 + x) - 234$
 $101x + 550 = 22x + 866$
 $79x = 316$
 $\therefore x = 4$
따라서 처음 수는 594 , 그러므로 십의 자리 수는 9 이다.

36. 아연과 구리의 비가 3 : 1 인 합금 A 와 아연과 구리의 비가 5 : 2 인 합금 B 를 합하여 아연과 구리의 비가 8 : 3 인 합금 1100g 을 만들 때, 합금 A 는 x g 을 사용해야 한다. x 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 400

해설

합금 A 를 x g 사용한다면
 합금 B 는 $(1100 - x)$ g 사용하므로

	아연	구리
A	$\frac{3}{4}x$	$\frac{1}{4}x$
B	$\frac{5}{7}(1100 - x)$	$\frac{2}{7}(1100 - x)$

$$\frac{3}{4}x + \frac{5}{7}(1100 - x) : \frac{1}{4}x + \frac{2}{7}(1100 - x) = 8 : 3$$

$$(21x + 22000 - 20x) : (7x + 8800 - 8x) = 8 : 3$$

$$8(-x + 8800) = 3(x + 22000)$$

$$11x = 4400$$

$$\therefore x = 400(\text{g})$$

따라서 합금 A 는 400g 을 사용해야 한다.

37. 다음 보기 중 점 A(-4, a) 가 제 3 사분면 위의 점일 때, a 의 값이 될 수 없는 것을 모두 골라라.

보기

- ☐ Ⓐ -2
- ☐ Ⓑ 3
- ☐ Ⓒ $\frac{1}{3}$
- ☐ Ⓓ $-\frac{99}{100}$
- ☐ Ⓔ 0

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : Ⓒ

▶ 정답 : Ⓓ

▶ 정답 : Ⓔ

해설

점 A 가 제 3 사분면 위에 있으려면 부호가 (-, -) 가 되어야 한다.

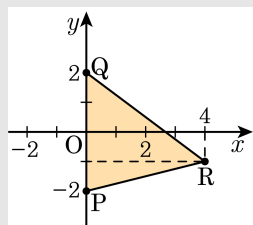
따라서 y 좌표에 0 이나 양수는 들어갈 수 없다.



38. 두 점 $P(b, 3a-5)$, $Q(2b, 2a+3b)$ 가 y 축 위에 있고, x 축에 대하여 서로 대칭이다. 점 $R(a+3, b-1)$ 일 때, $\triangle PQR$ 의 넓이는?

① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

해설



두 점 P, Q 가 y 축 위에 있고 x 축에 대하여 서로 대칭이므로 x 좌표는 0 이고, y 좌표는 절댓값은 같고 부호가 반대이다.

$$b = 2b = 0$$

$$3a - 5 = -(2a + 3b) \therefore a = 1$$

따라서 $P(0, -2), Q(0, 2), R(4, -1)$

$$\triangle PQR = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$$

39. $y = \frac{4a}{x}$ 의 그래프가 세 점 $(-2, 6)$, $(a, 2b)$, $(4, c)$ 를 지날 때, $a-b+2c$ 의 값은?

- ① -3 ② -5 ③ -7 ④ -9 ⑤ -11

해설

점 $(-2, 6)$ 은 $y = \frac{4a}{x}$ 의 그래프 위의 점이므로

$$6 = \frac{4a}{-2}, a = -3$$

$$\therefore y = -\frac{12}{x}$$

점 $(a, 2b)$ 와 점 $(4, c)$ 를 대입하면

$$2b = -\frac{12}{-3} = 4$$

$$b = 2$$

$$c = \frac{12}{4} = 3$$

$$\therefore a - b + 2c = -3 - 2 + 6 = -11$$

40. x 의 값이 $-9 \leq x \leq -4$ 일 때, $y = \frac{a}{x} (a < 0)$ 의 y 의 범위가 $4 \leq y \leq b$ 이다. $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -45

해설

$y = \frac{a}{x}$ 의 그래프는 $a < 0$ 이므로 x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

따라서, $x = -9$ 일 때, $y = 4$ 이고, $x = -4$ 일 때, $y = b$ 이다.

$y = \frac{a}{x}$ 에 $x = -9, y = 4$ 를 대입하면

$$4 = -\frac{a}{9}; a = -36$$

$y = -\frac{36}{x}$ 에 $x = -4, y = b$ 를 대입하면

$$b = -\frac{36}{-4} = 9$$

$$\therefore a - b = -36 - 9 = -45$$

41. 2 와 5 를 소인수로 가지는 어떤 자연수 n 에 대하여 $2n$ 의 약수의 개수는 25 개, $5n$ 의 약수의 개수는 24 개이다. 이 때, $100n$ 의 약수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 42 개

해설

$n = 2^a \times 5^b$ 이라 두면,
 $2n = 2^{a+1} \times 5^b \rightarrow (a+2) \times (b+1) = 25$
 $5n = 2^a \times 5^{b+1} \rightarrow (a+1) \times (b+2) = 24$
 $\rightarrow a = 3, b = 4$,
 $100n = 2^{3+2} \times 5^{4+2}$,
 $\therefore 100n$ 의 약수의 개수 $= 6 \times 7 = 42$ (개)

42. 자연수 n 에 대하여 $n!$ 은 n 이하의 모든 자연수의 곱이고, $S(n)$ 은 n 의 약수의 개수라고 정의한다. 이 때, $\frac{S(16!)}{S(15!)}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{4}{3}$

해설

$16! = 15! \times 16 = 15 \times 2^4$,
 $S(16!)$ 는 $S(15!)$ 보다 2 의 인수가 4 크다.
 $S(15!)$ 의 2 의 인수 $\rightarrow 2^{11}$,
 $S(16!)$ 의 2 의 인수 $\rightarrow 2^{15}$
 $\therefore \frac{S(16!)}{S(15!)} = \frac{16}{12} = \frac{4}{3}$

43. 24와 k 의 공약수가 1, 2, 4일 때, k 가 될 수 있는 70보다 작은 자연수를 모두 구하여라.

- ▶ 답 :
- ▶ 답 :
- ▶ 답 :
- ▶ 답 :
- ▶ 답 :
- ▶ 답 :

- ▷ 정답 : 4
- ▷ 정답 : 20
- ▷ 정답 : 28
- ▷ 정답 : 44
- ▷ 정답 : 52
- ▷ 정답 : 68

해설

24의 약수가 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24이고 k 의 약수는 1, 2, 4, ... 이다.
() 안에 들어갈 수 있는 자연수는 70 이하 4의 배수 중 3, 6, 8, 12, 24의 배수를 제외한 수이다.
∴ 4, 20, 28, 44, 52, 68

44. 두 수의 합이 24 , 최대공약수가 3 , 최소공배수가 45 일 때, 두 수의 차를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

두 수를 $3 \times a, 3 \times b$ 라 두면,
 $3 \times a + 3 \times b = 24 \rightarrow a + b = 8$,
 $3 \times a \times b = 45 \rightarrow a \times b = 15$,
 $a = 5, b = 3$ 이므로 두 수는 15,9 이다.
 $\therefore$ (두 수의 차) $= 15 - 9 = 6$

45. 음의 정수 하나와 양의 정수 하나의 합은 -6 이고, 두 수의 절댓값의 최소공배수는 45 일 때, 두 수의 차를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

음의 정수를 a , 양의 정수를 b 라 두면, $a + b = -6$ 이다.
 $|a|, |b|$ 의 최소공배수는 $45 = 3^2 \times 5$ 이다.
위 두 조건을 만족하는 a, b 의 값은, $a = -15, b = 9$ 이다.
 $\therefore$ (두수의 차) $= 24$

46. 간단한 식으로 나타냈을 때, 다음과 같은 것은?

$$0.75x + \frac{1}{2}$$

① $\frac{3x+1}{12} + \frac{1}{2}x + \frac{5}{12}$

② $\frac{4x-5}{10} + 7.5 - 0.1x$

③ $x - \frac{x-4}{5}$

④ $2.5x + \frac{-2x+6}{10} - 0.1$

⑤ $\frac{3x+7}{10} + 0.45x - 0.5$

해설

$$\begin{aligned}\textcircled{1} \quad \frac{3x+1}{12} + \frac{1}{2}x + \frac{5}{12} &= \frac{3x+1+6x+5}{12} \\ &= \frac{9x+6}{12} = \frac{3}{4}x + \frac{1}{2} \\ &= 0.75x + \frac{1}{2}\end{aligned}$$

47. 두 수 x, y 에 관하여 $x \star y = (1 - x)(1 - y)$ 일 때, $(x - 2) \star (2y - 1) = (3x - 1) \star (a - 2)$ 이 x 의 값에 관계없이 항상 성립한다. $a + y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$ax + b = 0$ 이 x 의 값에 관계없이 항상 성립하려면, $a = b = 0$ 이다.

$$(1 - x + 2)(1 - 2y + 1) = (1 - 3x + 1)(1 - a + 2)$$
$$(3 - x)(2 - 2y) = (2 - 3x)(3 - 9)$$
$$6 - 6y - 2x + 2xy = 6 - 2a - 9x + 3ax$$
$$(7 + 2y - 3a)x + 2a - 6y = 0$$

x 에 관계없이 항상 성립하므로

$$7 + 2y - 3a = 0, 2a - 6y = 0$$

두 식을 연립하여 풀면

$$y = 1, a = 3$$
$$\therefore a + y = 4$$

48. x 에 관한 일차방정식 $\frac{3x-a}{2} = 0.8 - 0.1x$ 의 해가 음수가 되도록 하는 정수 a 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

주어진 식의 양변에 10을 곱하면 $15x - 5a = 8 - x$

$$16x = 8 + 5a$$

$$x = \frac{8 + 5a}{16}$$

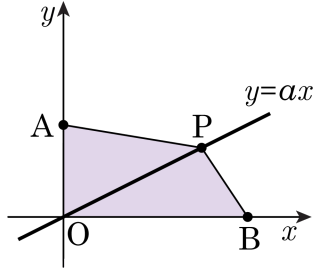
$$\frac{8 + 5a}{16} < 0 \text{ 이므로 } 8 + 5a < 0$$

$$8 + 5 \times (-1) = 3$$

$$8 + 5 \times (-2) = -2$$

따라서 a 의 최댓값은 -2 이다.

49. 두 점 $B(4,0)$, $A(0,2)$ 가 있다. 다음 그림과 같이 제 1 사분면 위의 점 P 를 지나는 직선 $y = ax$ 가 삼각형 $OBPA$ 의 넓이를 이등분 할 때, a 의 값은?



- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ 1 ⑤ 4

해설

P점의 좌표를 (x, y) 라 하면
(삼각형 BPO의 넓이) = (삼각형 POA의 넓이) 이므로
 $4 \times y \times \frac{1}{2} = 2 \times x \times \frac{1}{2}$
 $x = 2y$
P($2y, y$)를 $y = ax$ 에 대입하면
 $y = a \times 2y, 2a = 1$
 $\therefore a = \frac{1}{2}$

50. 철호가 1분에 80 m 씩 걸으면 40분 걸려서 갈 수 있는 약수터가 있다. 철호가 1분에 걷는 속력을 x m, 걸리는 시간을 y 분이라고 할 때, x 와 y 의 관계식을 구하여, 철호가 25분에 약수터까지 가려면 1분에 몇 m의 빠르기로 걸어야 하는지 구하여라.

▶ 답 : m/분

▷ 정답 : 128 m/분

해설

관계식을 구하면

$$80 \times 40 = 3200(\text{m})$$

$$y = \frac{3200}{x}$$

$y = 25$ 를 대입하면,

$$25 = \frac{3200}{x}$$

$$x = \frac{3200}{25}$$

$$x = 128$$