1. 다음 중 y 가 x 에 관한 일차함수인 것을 모두 고르면?

① 반지름의 길이가 $x\,\mathrm{cm}$ 인 원의 넓이는 $y\,\mathrm{cm}^2$ 이다.

② 낮의 길이가 x 시간일 때, 밤의 길이는 y 시간이다.

③ 200 원짜리 지우개 2 개와 x 원짜리 공책 3 권의 값은 y 원이다.

④ 시속 $x\,\mathrm{km}$ 로 달리는 자동차가 y 시간 동안 달린 거리는 $500\,\mathrm{km}$ 이다.

⑤ 반지름의 길이가 $x\,\mathrm{cm}$ 인 구의 부피는 $y\,\mathrm{cm}^3$ 이다.

해설

① $y = \pi x^2$ 이므로 이차함수

② $y = 24 - x$

③ $y = 200 \times 2 + 3x$

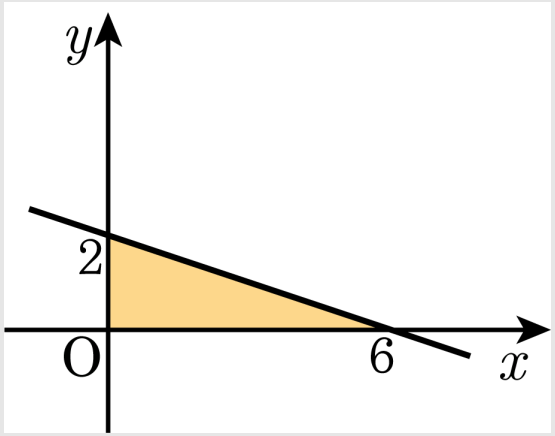
④ $xy = 500$ 이므로 일차함수가 아니다.

⑤ $y = \frac{4}{3}\pi x^3$ 이므로 삼차함수이다.

2. 일차함수 $y=-\frac{1}{3}x+2$ 의 그래프와 x 축, y 축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이는?

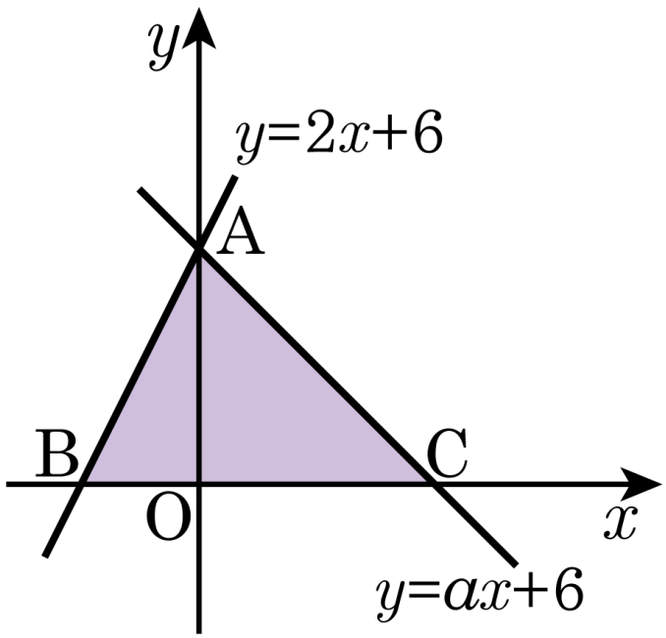
① 2 ② 4 ③ 6 ④ 10 ⑤ 12

해설



$6\times 2\times \frac{1}{2}=6$

3. 다음 그림과 같이 두 일차함수 $y = 2x + 6$, $y = ax + 6$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 삼각형 ABC 의 넓이가 27 일 때, a 의 값을 구하여라.



① -2 ② 2 ③ -1 ④ 1 ⑤ 3

해설

$\overline{\mathrm{BC}} \times 6 \times \frac{1}{2} = 27$

$\overline{\mathrm{BC}} = 9$ 이므로

$\overline{\mathrm{OC}} = 6$ $\quad\therefore$ C 의 좌표는 $(6,\ 0)$

$y = ax + 6$ 이 $(6,\ 0)$ 을 지나므로

$0 = 6a + 6$ $\quad\therefore\ a = -1$

4. 일차함수 $y=-\frac{1}{2}x$의 그래프를 y축의 방향으로 평행이동 시켰을 때, 점 $(-2,-3)$을 지나는 그래프에 대한 설명으로 옳지 <u>않은</u> 것은?

① x절편은 -8이다.

② y절편은 -4이다.

③ x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.

④ 점 $(4,\ -2)$를 지난다.

⑤ 제2, 3, 4사분면을 지난다.

해설

$y=-\frac{1}{2}x+b$에 $(-2,\ -3)$ 대입하면

$-3=1+b$

$\therefore b=-4$

따라서 $y=-\frac{1}{2}x-4$의 그래프에 대한 설명이 아닌 것을 찾는다.

5. 일차함수 $f(x) = 2x + 5$와 평행한 그래프 중 $f(1) = -2$, $f(3) = a$를 만족하는 그래프가 존재한다. 이때, a의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

x값이 1에서 3으로 증가하였을 때, $f(x)$값이 -2에서 a로 증가하였으므로

이 함수의 기울기는 $\frac{a-(-2)}{3-1}$ 이다.

그런데 $f(x) = 2x + 5$를 평행이동시킨 그래프 이므로 기울기는 2이다.

$\therefore a = 2$

6. 일차함수 $y = -9x + 6$ 과 $y = 3ax - b$ 에 대하여 다음 중 옳은 것은?

① 두 직선이 서로 일치 할 조건은 $b = -6$ 이다.

② $a = 3$ 이면 두 직선은 서로 평행하다.

③ $a = -3$, $b = -6$ 이면 두 직선은 서로 일치한다.

④ 두 직선은 서로 평행하거나 일치할 수 없다.

⑤ 두 직선이 서로 평행 할 조건은 $a = -6$ 이다.

해설

두 직선이 서로 평행하려면 기울기만 같으면 되고, 두 직선이 서로 일치하려면 기울기와 y 절편의 값 모두 같아야 한다. 따라서 $3a = -9$, $a = -3$ 이면 두 직선은 평행하고 $a = -3$, $b = -6$ 이면 두 직선이 일치한다.

7. $y = 3x - 1$ 의 그래프와 평행한 $y = ax + b$ 의 그래프가 $y = 6x + 4$ 와 $f(0)$ 의 값이 같을 때, $a + b$ 의 값을 구하시오.

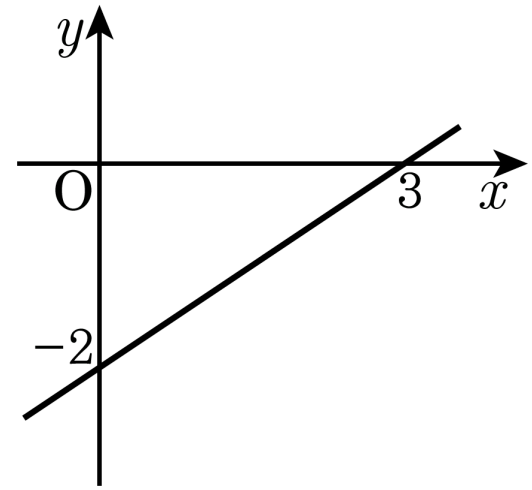
▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = 7$

해설

$y = 3x - 1$ 의 그래프와 평행하므로 기울기는 3 이고,
$f(0)$ 의 값이 같은 것은 $x = 0$ 일 때의 값 즉 y 절편이 같다는 것이므로 y 절편은 4 이다.
따라서 $a = 3,\ b = 4,\ a + b = 7$ 이다.

8. 다음 중 그림에 주어진 그래프 위에 있는 점이 아닌 것은?



① $(0, -2)$ ② $(3, 0)$ ③ $(-3, -4)$

④ $(6, 2)$ ⑤ $(12, 4)$

해설

x절편이 3, y절편이 -2이므로 $(3, 0)$, $(0, -2)$를 지난다.
직선의 방정식을 $y = ax + b$라고 놓으면
$b = -2$이고

$0 = 3 \times a - 2$, $a = \frac{2}{3}$이므로, $y = \frac{2}{3}x - 2$이다.

⑤ $4 \neq \frac{2}{3} \times 12 - 2$이므로 $(12, 4)$는 $y = \frac{2}{3}x - 2$ 위의 점이 아니다.

9. 차를 마시기 위해 주전자에 물을 끓이는 중이다. 현재 주전자에는 100 °C인 물이 있다. 5분이 지날 때마다 8 °C씩 온도가 내려간다고 할 때, x분 후에 y °C가 된다고 한다. 1시간이 지난 후의 물의 온도는?

① 0 °C ② 4 °C ③ 10 °C ④ 12 °C ⑤ 20 °C

해설

5분 마다 8 °C씩 내려가므로 1분마다 $\frac{8}{5}$ °C씩 내려간다.

따라서 관계식은 $y = -\frac{8}{5}x + 100$ 이다.

1시간은 60분이므로

$y = -\frac{8}{5} \times 60 + 100 = 4(\,^\circ\mathrm{C})$

10. 점 $(-2,\ -4)$ 를 지나는 $y = ax + b$ 의 그래프가 제2 사분면을 지나지 않도록 하는 정수 a 의 개수는?

① 0 개 ② 1 개 ③ 2 개 ④ 3 개 ⑤ 4 개

해설

점$(-2,\ -4)$ 를 $y = ax + b$ 에 대입하면

$-4 = -2a + b \therefore b = 2a - 4$

$y = ax + b \Rightarrow y = ax + 2a - 4$

제2 사분면을 지나지 않기 위해서는

(기울기) $= a > 0$, (y절편) $= 2a - 4 \le 0$ 이어야한다.

따라서, $0 < a \le 2$ 에 만족하는 정수 a는 1, 2 이므로 2개이다.

11. 두 직선 $y = 2x + a$, $y = -4x + b$ 의 그래프가 점 $(-1,\ 3)$ 에서 만난다. 이 때, 일차함수 $y = abx + a + b$ 의 x 절편을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{4}{5}$

해설

$y = 2x + a$ 에 $(-1,\ 3)$ 을 대입하면

$3 = -2 + a$, $a = 5$,

$y = -4x + b$ 에 $(-1,\ 3)$ 을 대입하면

$3 = 4 + b$, $b = -1$,

$y = abx + a + b$ 에서 $y = -5x + 4$,

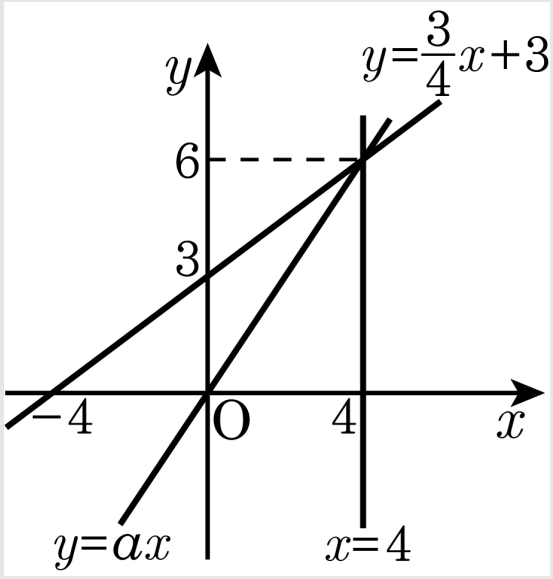
$0 = -5x + 4$

$\therefore\ x = \frac{4}{5}$

12. 일차함수 $y = \frac{3}{4}x + 3$ 과 $x = 4$ 인 직선 그리고 x 축으로 둘러싸인 부분을 이등분하는 직선 $y = ax$ 가 있다. 상수 a 는?

① $\frac{3}{4}$ ② $\frac{3}{2}$ ③ 1 ④ 3 ⑤ 6

해설



원점이 삼각형의 밑변의 중점이므로 $y = ax$ 가 두 직선의 교점 $(4, 6)$ 을 지나면 삼각형의 넓이가 이등분된다.

$\therefore\ a = \frac{3}{2}$

13. $f(x) = ax - 7$에서 $f(2) = -4$일 때, $f(4)$의 값은?

① -6 ② -3 ③ -1 ④ 1 ⑤ 3

해설

$f(2) = 2a - 7 = -4$

$\therefore a = \frac{3}{2}$

$f(x) = \frac{3}{2}x - 7$

$f(4) = \frac{3}{2} \times 4 - 7 = -1$

14. 점 $\left(\frac{1}{3},\ \frac{2}{3}\right)$를 지나는 일차함수 $y=ax-\frac{2}{3}$의 그래프를 y축 방향으로 2만큼 평행이동하였더니 점 $\left(\frac{1}{3}m,\ m\right)$을 지난다. 이때, m의 값은?

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

일차함수 $y=ax-\frac{2}{3}$의 그래프가 점 $\left(\frac{1}{3},\ \frac{2}{3}\right)$를 지나므로 $\frac{2}{3}=a\times\frac{1}{3}-\frac{2}{3}$, $a=4$이다.

따라서 주어진 함수는 $y=4x-\frac{2}{3}$이고 y축 방향으로 2만큼 평행이동하면 $y=4x+\frac{4}{3}$이고, 이 그래프 위에 점 $\left(\frac{1}{3}m,\ m\right)$이 있으므로

$m=\frac{4}{3}m+\frac{4}{3}$가 성립한다.

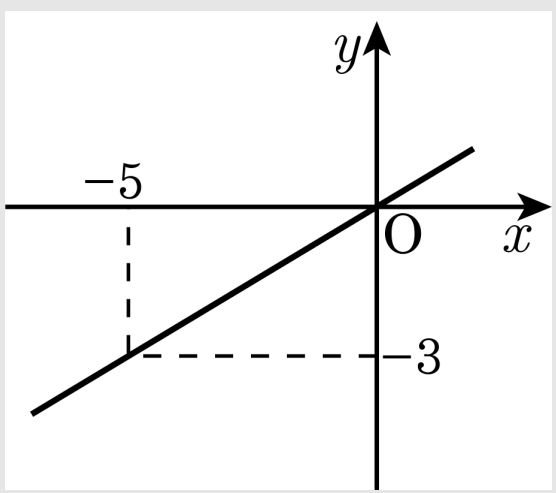
$\therefore\ m=-4$

15. 점 $(-5, -3)$을 지나는 직선이 제2 사분면을 지나지 않을 때, 이 직선의 기울기의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{3}{5}$

해설



기울기가 최대일 때 원점을 지나게 된다.

$$(\text{기울기}) = \frac{0-(-3)}{0-(-5)} = \frac{3}{5}$$

16. 두 점 $(4, -1)$, $(8, 1)$을 지나는 직선의 방정식은?

① $y = \frac{1}{2}x - 3$ ② $y = 2x + 3$ ③ $y = \frac{1}{2}x$

④ $y = \frac{1}{2}x + 3$ ⑤ $y = 2x - 3$

해설

$$(\text{기울기}) = \frac{1-(-1)}{8-4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$y = \frac{1}{2}x + b$에 점 $(4, -1)$을 대입

$$-1 = \frac{1}{2} \times 4 + b,\ b = -3$$

$$\therefore\ y = \frac{1}{2}x - 3$$

17. 일차방정식 $3x-2y=10$의 그래프가 두 점 A $(p,\ 1)$, B $(3,\ q)$를 지날 때, 다음 보기 중 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $3p-2=10$　　㉡ $9-2q=10$　　㉢ $p+8q=0$

㉣ $2(p-q)=7$　　㉤ $p-\frac{1}{2}q=17$

① ㉠, ㉢　　② ㉡, ㉢

③ ㉣, ㉤　　④ ㉡, ㉢, ㉣, ㉤

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤

해설

$3x-2y=10$에 A $(p,\ 1)$을 대입하면 $3p-2=10$

$3x-2y=10$에 B $(3,\ q)$를 대입하면 $9-2q=10$

따라서, $p=4,\ q=-\frac{1}{2}$ 임을 알 수 있고,

이것을 각각 대입하면

㉣ $2(p-q)=9$

㉤ $p-\frac{1}{2}q=\frac{17}{4}$ 이다.

18. 일차방정식 $(2a-4)x+(b-3)y-6=0$이 두 직선 $2x-y=4$, $x+y=5$와 한 점에서 동시에 만나고, 일차방정식 $y=5$에 수직으로 만나는 직선일 때 $a+b$의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

i) 일차방정식 $y=5$에 수직이므로 이 직선은 y축에 평행하다.
따라서 $x=k$(k는 상수)의 꼴이므로 $2b-3=0$, $b=3$
ii) 두 직선 $2x-y=4$, $x+y=5$의 교점은 $(3,\ 2)$이고 이 점에서 만나므로 대입하면
$3(2a-4)-6=0$, $a=3$이다.
따라서 $a+b=3+3=6$이다.

19. 두 직선 $x-ay=2y,\ 2x+ay-1=y-1$이 좌표평면 위의 원점 외의 다른 점에서 만나기 위한 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

두 직선의 방정식을 정리하면

$x-(a+2)y=0,\ 2x+(a-1)y=0$ 이고

이를 그래프로 나타내면 $mx+ny=0$ 의 꼴이므로 원점을 지나는 직선이다.

따라서 원점 이외의 다른 점에서 만나려면 두 직선은 일치해야 한다.

즉, $\frac{1}{2}=\frac{-(a+2)}{(a-1)}$ 에서 $a-1=-2(a+2)$ 이다.

$\therefore a=-1$

20. 어떤 일차함수의 그래프가 $(1,\ 3)$, $(-1,\ 7)$, $(a,\ b)$의 세 점을 지난다. 이때, $4a+2b$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $4a+2b=10$

해설

세 점이 한 직선 위에 있으므로

$$\frac{3-7}{1-(-1)}=\frac{b-3}{a-1}$$

$$-2(a-1)=b-3$$

$$2a+b=5$$

$$\therefore\ 4a+2b=2(2a+b)=2\times 5=10$$