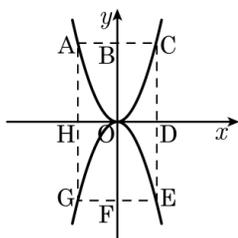


1. 다음 그림과 같이 $y = x^2$, $y = -x^2$ 의 그래프가 주어질 때, 옳은 것을 모두 골라라.



- ㉠ $\overline{AB} = \overline{EF}$ ㉡ $\overline{BO} = \overline{BC}$ ㉢ $\overline{BO} = \overline{FO}$
 ㉣ $\overline{AH} = \overline{DE}$ ㉤ $\overline{HG} = \overline{FE}$

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: ㉠

▶ 정답: ㉢

▶ 정답: ㉤

해설

$y = x^2$, $y = -x^2$ 의 그래프는 각각 y 축에 대하여 대칭이고 두 그래프가 서로 x 축에 대하여 대칭이므로 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{GF} = \overline{FE}$, $\overline{AH} = \overline{HG} = \overline{CD} = \overline{DE} = \overline{BO} = \overline{FO}$ 이다.

2. 다음 중 이차함수 $y = \frac{1}{4}x^2 + 2$ 의 y 의 값의 범위는?

- ① $y \geq 2$ ② $y \leq 2$ ③ $y \geq -8$
④ $y \leq -8$ ⑤ $y \geq 0$

해설

실수의 제곱은 항상 0 또는 양수이기 때문에 이 그래프의 y 의 값의 범위는 $y \geq 2$ 이다.

3. 이차함수 $y = 2x^2$ 의 그래프를 꼭짓점의 좌표가 $(-3, 0)$ 이 되도록 하는 것은?

- ① x 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동
- ② x 축의 방향으로 3 만큼 평행이동
- ③ y 축의 방향으로 2 만큼 평행이동
- ④ x 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동
- ⑤ y 축의 방향으로 3 만큼, x 축의 방향으로 2 만큼 평행이동

해설

$y = ax^2$ 의 그래프를 x 축으로 p 만큼 평행이동하면 $y = a(x-p)^2$ 이고, 꼭짓점의 x 좌표는 p 이고 y 좌표는 0 이므로 $y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동하면 꼭짓점의 좌표가 $(-3, 0)$ 이 된다.

4. 평행이동에 의하여 포물선 $y = -\frac{1}{2}x^2 + 3$ 의 그래프와 완전히 포개어 지는 것은?

- ① $y = -\frac{1}{2}x^2 + 5$ ② $y = 2x^2$ ③ $y = -2x^2 + 3$
④ $y = \frac{1}{2}x^2 - 3$ ⑤ $y = \frac{1}{2}x^2 + 3$

해설

완전히 포개어지려면 x^2 의 계수가 같아야 한다.

5. 다음은 이차함수 $y = -\frac{1}{4}x^2 - 2x - 2$ 을 $y = a(x-p)^2 + q$ 의 꼴로 바꾸는 과정이다. 처음 틀린 곳을 찾아라.

$$\begin{array}{l}
 y = -\frac{1}{4}x^2 - 2x - 2 \xrightarrow{\text{㉠}} \\
 = -\frac{1}{4}(x^2 - 8x) - 2 \xleftarrow{\text{㉡}} \\
 = -\frac{1}{4}(x^2 - 8x + 16 - 16 - 2) \xleftarrow{\text{㉢}} \\
 = -\frac{1}{4}(x^2 - 8x + 16) - \frac{18}{4} \xleftarrow{\text{㉣}} \\
 = -\frac{1}{4}(x-4)^2 - \frac{18}{4} \xleftarrow{\text{㉤}}
 \end{array}$$

▶ 답:

▷ 정답: ㉠

해설

$$\begin{aligned}
 y &= -\frac{1}{4}x^2 - 2x - 2 \\
 &= -\frac{1}{4}(x^2 + 8x) - 2
 \end{aligned}$$

이 되어야 하므로 ㉠이 답이다.

6. 이차함수의 $y = -3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동하면 $y = -3x^2 + 12x + 3$ 의 그래프가 된다. 이 때, a, b 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = 2$

▷ 정답: $b = 15$

해설

$y = -3x^2 + 12x + 3$ 의 그래프를 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 꼴로 나타내면 $y = -3(x - 2)^2 + 15$ 이므로 $y = -3x^2$ 의 그래프를 x 축으로 2, y 축으로 15 만큼 평행이동한 것이다. 따라서 $a = 2$, $b = 15$ 이다.

7. 다음 이차함수에 대하여 []에 대한 함숫값이 잘못 짝지어진 것은?

① $y = -2x^2$ [-1] $\Rightarrow y = -2$

② $y = (x-3)^2$ [2] $\Rightarrow y = 1$

③ $y = (x+2)(x-3)$ [2] $\Rightarrow y = 4$

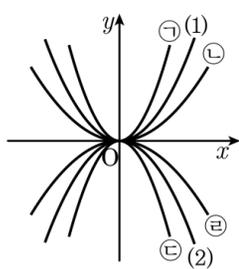
④ $y = x^2 - 3$ [1] $\Rightarrow y = -2$

⑤ $y = (x+1)^2 - 4$ [-1] $\Rightarrow y = -4$

해설

③ $y = -4$

8. 다음 그림은 모두 꼭짓점이 원점인 포물선이고, $y = x^2 \dots (1)$, $y = -x^2 \dots (2)$ 이다. 이 때, $y = -\frac{3}{5}x^2$ 의 그래프로 적당한 것은?



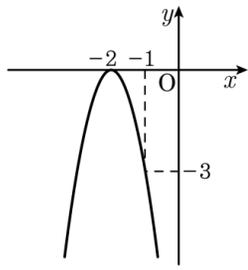
▶ 답:

▷ 정답: ㉔

해설

위로 볼록하고, $y = -x^2$ 보다 폭이 넓다.

9. 다음 그림과 같은 포물선의 식으로 옳은 것은?



① $y = -2x^2 - 1$

② $y = -3x^2 + 2$

③ $y = -2(x+2)^2$

④ $y = -3(x+2)^2$

⑤ $y = 2(x+2)^2$

해설

꼭짓점의 좌표가 $(-2, 0)$ 이고, 한 점 $(-1, -3)$ 을 지나므로
 $y = a(x+2)^2$ 에 점 $(-1, -3)$ 을 대입하면

$$-3 = a(-1+2)^2$$

$$\therefore a = -3$$

$$\therefore y = -3(x+2)^2$$

10. 축의 방정식이 $x = -1$ 이고, x 축에 접하며, y 축과의 교점의 좌표가 $(0, -2)$ 인 포물선의 식은?

① $y = -2(x+1)^2$

② $y = -2(x-1)^2$

③ $y = 2(x+1)^2$

④ $y = 2(x-1)^2$

⑤ $y = -x^2 - 2$

해설

축의 방정식이 $x = -1$ 이고, x 축에 접하므로 $y = a(x+1)^2$ 이고, y 축과의 교점의 좌표가 $(0, -2)$ 이므로 $-2 = a(0+1)^2$, $a = -2$ 이다.
 $\therefore y = -2(x+1)^2$

11. 이차함수 $y = 5x^2 + ax + 8$ 의 그래프의 축의 방정식이 $x = 1$ 일 때, 꼭짓점의 y 좌표를 구하면?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$y = 5x^2 + ax + 8$ 의 축이 $x = 1$ 이므로

$$y = 5(x-1)^2 + q$$

$$y = 5x^2 + ax + 8$$

$$= 5(x-1)^2 + q$$

$$= 5x^2 - 10x + 5 + q$$

$$5 + q = 8, q = 3 \text{ 이다.}$$

따라서 식 $y = 5(x-1)^2 + 3$ 의 꼭짓점은 $(1, 3)$ 이다.

12. 다음 이차함수의 그래프를 같은 좌표평면에 그릴 때, 포물선의 폭이 가장 넓은 것은?

① $y = -\frac{1}{2}x^2$

② $y = -x^2 + \frac{1}{4}$

③ $y = 2x^2 - x$

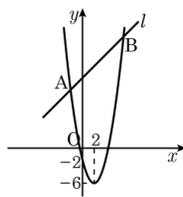
④ $y = \frac{1}{4}x^2 - x + 1$

⑤ $y = x^2 - 6x + 2$

해설

x^2 의 계수의 절댓값이 작을수록 폭이 넓다.
따라서 절댓값이 가장 작은 것은 ④이다.

13. 다음 그림은 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 이 그래프가 직선 l 과 두 점 $A(m, 10)$, $B(7, n)$ 에서 만날 때, 직선 l 의 방정식을 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: $y = x + 12$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 의 꼭짓점이 $(2, -6)$, y 절편이 -2 이므로
 $y = a(x-2)^2 - 6$ 에 $(0, -2)$ 를 대입하면

$$-2 = 4a - 6, a = 1 \text{ 이다.}$$

$y = (x-2)^2 - 6$ 에 $A(m, 10)$, $B(7, n)$ 을 대입하면

$$(i) 10 = (m-2)^2 - 6$$

$$(m-2)^2 = 16, m-2 = \pm 4$$

$$m < 0 \text{ 이므로 } m = -2, A(-2, 10)$$

$$(ii) n = 25 - 6 = 19, B(7, 19)$$

$$\text{직선의 기울기는 } \frac{10-19}{-2-7} = 1$$

$$y = x + p \text{ 에 } (-2, 10) \text{ 을 대입하면}$$

$$10 = -2 + p, p = 12 \quad \therefore y = x + 12$$

14. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 조건을 만족할 때, 상수 b 의 값을 구하여라.

(가) 상수 m, n 에 대하여 $m - n = 6$ 이다.
(나) 두 점 $(1, m)$ 과 $(-1, n)$ 을 지난다.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

두 점 $(1, m)$ 과 $(-1, n)$ 을 함수식에 대입하면 $m = a + b + c$, $n = a - b + c$

두 식을 연립하여 풀면 $m - n = 2b$, $m - n = 6$ 이므로 $2b = 6$ $\therefore b = 3$

15. 이차함수 $y = -x^2 + 2x - 3$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값이 감소하는 x 의 범위를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $x > 1$

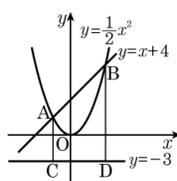
해설

$$y = -x^2 + 2x - 3$$

$$y = -(x-1)^2 - 2$$

따라서 꼭짓점이 $(1, -2)$ 인 위로 볼록한 그래프이므로 x 의 값이 증가할 때, y 의 값이 감소하는 x 의 범위는 $x > 1$

16. 다음 그림에서 포물선 $y = \frac{1}{2}x^2$ 과 직선 $y = x + 4$ 이 만나는 두 점 A, B 에서 직선 $y = -3$ 에 내린 수선의 발을 C, D 라 할 때, 사각형 ABDC 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 48

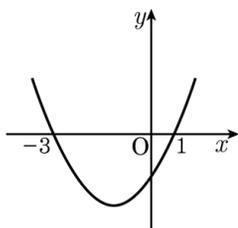
해설

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}x^2 &= x + 4 \\ x^2 - 2x - 8 &= 0 \\ (x - 4)(x + 2) &= 0 \\ x &= -2 \text{ 또는 } x = 4 \end{aligned}$$

A(-2, 2), B(4, 8) 이므로 $\overline{CA} = 5$, $\overline{DB} = 11$, $\overline{CD} = 6$ 이다.

따라서 사각형 ABDC 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times (5 + 11) \times 6 = 48$ 이다.

17. 이차함수 $y = a(x+p)^2 - 2$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, $2ap$ 의 값을 구하면?



- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

대칭축이 -3 과 1 의 중점을 지나므로 $p = 1$

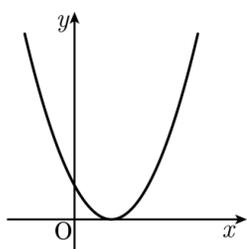
따라서 함수식은 $y = a(x+1)^2 - 2$

(1,0) 을 대입하면 $0 = 4a - 2$

$$a = \frac{1}{2}$$

$$\therefore 2ap = 2 \times \frac{1}{2} \times 1 = 1$$

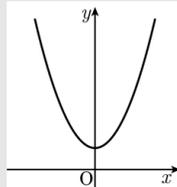
18. 이차함수 $y = a(x-p)^2 + q$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, 이차함수 $y = p(x-q)^2 + a$ 의 그래프가 지나는 사분면을 모두 고르면?



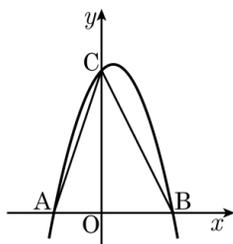
- ① 제1, 2 사분면 ② 제3, 4 사분면
 ③ 제1, 2, 4 사분면 ④ 제2, 3, 4 사분면
 ⑤ 제1, 2, 3, 4 사분면

해설

이차함수 $y = a(x-p)^2 + q$ 는 아래로 볼록하고, 꼭짓점 (p, q) 가 x 축 위에 있으므로 $a > 0, p > 0, q = 0$ 이다.
 $y = p(x-q)^2 + a$ 의 그래프는 아래 그래프와 같다.
 따라서 이차함수 $y = p(x-q)^2 + a$ 의 그래프가 지나는 사분면은 제1, 2 사분면이다.



19. 이차함수 $y = -x^2 + x + 6$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$y = -x^2 + x + 6$ 의 C 의 좌표 (0, 6)

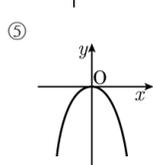
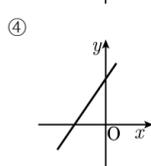
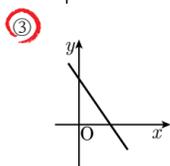
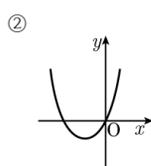
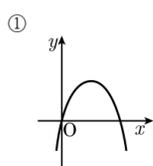
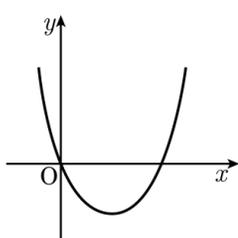
$-x^2 + x + 6 = 0, (x-3)(x+2) = 0$

$\therefore x = 3$ 또는 $x = -2$

A(-2, 0), B(3, 0) 이므로

$\triangle ABC$ 의 넓이는 $5 \times 6 \times \frac{1}{2} = 15$

20. $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $y = cx^2 + bx + a$ 의 그래프는?



해설

주어진 그래프에서 y 절편이 0 이므로 $c = 0$, 아래로 볼록이므로 $a > 0$, 축 $x = -\frac{b}{2a}$ 가 양이므로 $b < 0$
 $\therefore y = cx^2 + bx + a \leftrightarrow y = bx + a$ 에서 기울기가 음이고 y 절편이 양인 직선을 구하면 된다.