1. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

① $8000 = 8 + 10^3$

② $5 \times 5 \times 7 \times 7 \times 7 = 5^2 \times 7^3$

③ $2^4 = 2 + 2 + 2 + 2$

④ $4 \times 4 \times 4 = 2^6$

⑤ $\frac{1}{11} \times \frac{1}{11} \times \frac{1}{11} = \frac{3}{11}$

해설

① $8000 = 8 \times 10^3$

③ $2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2$

④ $4 \times 4 \times 4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^6$

⑤ $\frac{1}{11} \times \frac{1}{11} \times \frac{1}{11} = \left(\frac{1}{11}\right)^3$

2. 세 자연수 4, 5, 6 중 어느 것으로 나누어도 나머지가 3인 자연수 중에서 가장 작은 것은?

① 60 ② 63 ③ 120 ④ 123 ⑤ 180

해설

구하는 수는 (4, 5, 6의 최소공배수) + 3
4, 5, 6 의 최소공배수는 60 이므로
$60 + 3 = 63$ 이다.

3. 두 수 $A = 2^a \times 3^2 \times 5, B = 2^4 \times 3^b$ 의 최대공약수는 $2^2 \times 3^2$ 이고 최소공배수는 $2^4 \times 3^3 \times 5$ 일 때, $a+b$ 의 값은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$A = 2^a \times 3^2 \times 5, B = 2^4 \times 3^b$
최대공약수 : $2^2 \times 3^2$
최소공배수 : $2^4 \times 3^3 \times 5$
$a = 2$, $b = 3$
$a + b = 2 + 3 = 5$

4. 다음 보기의 수에 대한 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $-\frac{6}{5}$ ㉡ 4 ㉢ -5.1 ㉣ 0 ㉤ $\frac{12}{3}$
㉥ 3.7 ㉦ -9

① 양수의 개수는 3 개이다.
② 음수의 개수는 3 개이다.
③ 정수가 아닌 유리수는 2 개이다.
④ 정수의 개수는 3 개이다.
⑤ 유리수의 개수는 7 개이다.

해설

③ 정수가 아닌 유리수는 $-\frac{6}{5}$, -5.1, 3.7 의 3 개이다.
④ 정수의 개수는 4, 0, $\frac{12}{3}(=4)$, -9 의 4 개이다.

5. 48 에 자연수 x 를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 다음에서 x 가 될 수 있는 수를 모두 고르면 (정답 2 개)?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 9 ⑤ 12

해설

$48 = 2^4 \times 3$
곱해야 할 자연수가 x 이고, 어떤 자연수를 y 라 하면 $(2^4 \times 3) \times x = y^2$ 이다.
$x = 3 \times 1^2, 3 \times 2^2, \cdots$
$= 3, 12, \cdots$

6. 세 수 72, 84, $2^2 \times 3^2$ 의 최대공약수는?

① $2^2 \times 3^2$ ② 24 ③ $2^2 \times 3$

④ 18 ⑤ 2×3

해설

$72 = 2^3 \times 3^2$, $84 = 2^2 \times 3 \times 7$, $2^2 \times 3^2$ 이므로 최대공약수는 $2^2 \times 3$

7. 세 수 $2\times3^2\times5$, $2^2\times3\times7$, $2^3\times5\times7$ 의 최소공배수는?

① $2^3\times5^2\times7$　② $2\times3\times5^2$　③ $2^3\times3^2\times5$

④ $2^2\times3^2\times5\times7$　⑤ $2^3\times3^2\times5\times7$

해설

$2\times3^2\times5$, $2^2\times3\times7$, $2^3\times5\times7$

최소공배수 : $2^3\times3^2\times5\times7$

8. 두 자연수 $6\times x$, $8\times x$ 의 최소공배수가 216 일 때, 자연수 x 의 값은?

① 7 ② 9 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

해설

$6\times x=2\ \times 3\times x$
$6\times x=2^3\times 3\times x$

최소공배수 : $2^3\times 3\times x=216\cdots$①

$24\times x=216$

$x=216\div 24=9$

9. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?(정답 2개)

① 절댓값이 3 인 수는 3 과 –3 이다.

② –6 의 절댓값과 6 의 절댓값은 같다.

③ 0 의 절댓값은 0 이다.

④ $a < 0$ 일 때, a 의 절댓값은 존재하지 않는다.

⑤ 절댓값이 큰 수일수록 원점에서 가까이에 있다.

해설

① 절댓값이 3 인 수는 원점과의 거리가 3 인 수이므로 3 과 –3 이다.
② –6 의 절댓값은 6 이고 6 의 절댓값은 6 이므로 일치한다.
③ 0 의 절댓값은 0 하나뿐이다.
④ $a < 0$ 일 때, a 의 절댓값은 존재한다. 예를 들어서 –5 의 절댓값은 5 가 되므로 존재하게 된다.
⑤ 절댓값이 큰 수일수록 원점에서 거리가 멀다.

10. A 는 −3 보다 7 큰 수이고 B는 1 보다 3 작은 수 일 때, 두 점 A, B 에서 같은 거리에 있는 점을 아래 수직선에서 찾으면?

① −2 ② −1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$A = -3 + 7 = 4$, $B = 1 - 3 = -2$
4 와 −2 에서 같은 거리에 있는 수는 1

11. $(-3)-(-7)+(+5)-(+8)+(+4)$를 계산하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

$(-3)-(-7)+(+5)-(+8)+(+4)$
$=(-3)+(+7)+(+5)+(-8)+(+4)$
$=\{(-3)+(-8)\}+\{(+7)+(+5)+(+4)\}$
$=(-11)+(+16)=+(16-11)=5$

12. 네 자리의 정수 41□2 가 3 의 배수인 동시에 4 의 배수가 되도록 □ 안에 알맞은 수는?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

3의 배수는 자리 수의 합이 3 의배수 이므로 41□2 ⇒ $4+1+□+2=7+□$ 에서 □ 안에 들어갈 수 있는 수는 2, 5, 8 이다.
4 의 배수는 마지막 두 자리가 4 의 배수이어야 하므로 41□2⇒□2 에서
□ 안에 들어갈 수 있는 수는 1, 3, 5, 7, 9 이다.
따라서 동시에 만족하는 수는 5 이다.

13. T, S, L 은 $T \times S \times L = 715$ 을 만족하는 서로 다른 자연수이다. 이 때, $T + S + L$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 29

해설

$715 = 5 \times 11 \times 13$ 이고, 합의 최솟값을 구하므로, T, S, L 는 5, 11, 13 이 된다.

14. $|a| < |b|$ 일 때, 다음 중에서 옳은 것을 고르면?

① $a < 0 < b$ 이다.

② 수직선 위에서 a 는 b 보다 더 왼쪽에 있다.

③ a, b 가 모두 음수이면 $a < b$ 이다.

④ 수직선 위에서 a 는 b 보다 원점에 가깝다.

⑤ 수직선 위에서 두 수 사이의 거리는 $|a + b|$ 이다.

해설

①, ② 두 수의 부호를 알 수 없다.
③ a, b 가 모두 음수이면 절댓값이 큰 수가 더 작으므로 $b < a$ 이다.
⑤ 수직선 위에서 두 수 사이의 거리는 $|b - a| = |a - b|$ 이다.

15. $[a]$ 가 a 를 넘지 않는 최대 정수를 나타낼 때, $[-3.6] \le x < \left[\frac{19}{8}\right]$ 인 정수의 개수는?

① 2개 ② 3개 ③ 4개 ④ 5개 ⑤ 6개

해설

$[-3.6] \le x < \left[\frac{19}{8}\right]$ 에서

$[-3.6] = -4,\ \left[\frac{19}{8}\right] = 2$ 이므로

$-4 \le x < 2$인 정수를 구하면 $-4,\ -3,\ -2 \cdots,\ 1$의 6개다.

16. $0 < a < 1$ 일 때, 다음 중 가장 큰 것은?

① a　② a^2　③ a^3　④ $\frac{1}{a}$　⑤ $-a$

해설

$a = \frac{1}{2}$ 라고 놓으면,

① $a = \frac{1}{2}$

② $a^2 = \frac{1}{4}$

③ $a^3 = \frac{1}{8}$

④ $\frac{1}{a} = 2$

⑤ $-a = -\frac{1}{2}$

17. 다음 중 계산 결과가 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면?

① $-1.5+4.6-2.1=0.9$ ② $3-2.5+0.9=1.4$

③ $\frac{1}{4}-2-\frac{3}{2}-\frac{1}{3}=-\frac{43}{12}$ ④ $-10+\frac{2}{3}-\frac{1}{2}+8=-\frac{59}{6}$

⑤ $-1.5+0.6-0.7=-1.6$

해설

① $-1.5+4.6-2.1=1$

④ $-10+\frac{2}{3}-\frac{1}{2}+8=-\frac{11}{6}$

18. 다음 중 그 값이 두 번째로 큰 수를 구하시오.

㉠ $\left(-\frac{1}{2}\right)^2 \times (-2)^3 \times \left(-1^{22}\right)$

㉡ $-\left(-\frac{2}{3}\right)^2 \times (-1)^7$

㉢ $\left(\frac{1}{3}\right)^2 \times (-6)^2 \times (-1)^{23}$

㉣ $-\left(-\frac{3}{4}\right)^2 \times (-2)^3$

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

해설

㉠ $\left(-\frac{1}{2}\right)^2 \times (-2)^3 \times \left(-1^{22}\right) = \frac{1}{4} \times (-8) \times (-1) = 2$

㉡ $-\left(-\frac{2}{3}\right)^2 \times (-1)^7 = -\left(\frac{4}{9}\right) \times (-1) = \frac{4}{9}$

㉢ $\left(\frac{1}{3}\right)^2 \times (-6)^2 \times (-1)^{23} = \frac{1}{9} \times 36 \times (-1) = -4$

㉣ $-\left(-\frac{3}{4}\right)^2 \times (-2)^3 = \left(-\frac{9}{16}\right) \times (-8) = \frac{9}{2}$

19. $A,\ B,\ C$ 는 모두 정수이고, $A \times B \times C = -30$, $A < B < C$ 이다. A 의 절댓값이 3일 때, C 의 값이 될 수 있는 것을 모두 더하면 얼마인가?

① 5 ② 8 ③ 15 ④ 18 ⑤ 20

해설

$ABC = -30,\ A < B < C$, $|A| = 3$
세 정수 A, B, C 의 곱이 음수이므로,
A, B, C 세 수 모두 음수이거나 세 수 중 하나만 음수이고, 다른 두 수는 양수이다.
$\therefore\ A < 0,\ A = -3$
$\therefore\ BC > 0,\ C > B > 0$
$(B,\ C) = (1,\ 10),\ (2,\ 5)$
$\therefore\ 5 + 10 = 15$

20. 자연수 n에 대하여 n부터 연속하는 5 개의 자연수의 곱을 $[n]$, n 의 약수의 개수를 $s(n)$ 로 정의한다. $\frac{s([n+1])}{s([n])} < 1$ 을 만족하는 10 보다 작은 자연수 n 을 모두 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 5

▷ 정답: 7

해설

1 부터 13 까지 자연수를 소인수분해해보면
$1,\ 2,\ 3,\ 4 = 2^2,\ 5,\ 6 = 2\times 3,\ 7,\ 8 = 2^3,\ 9 = 3^2,\ 10 = 2\times 5,\ 11,\ 12 = 2^2\times 3,\ 13$ 이다.
즉, $[1] = 1\times 2\times 3\times 4\times 5 = 2^3\times 3\times 5$ 이고, $s([1]) = s(2^3\times 3\times 5)$ 약수의 개수를 구하면 $4\times 2\times 2 = 16$이다. 차례대로 값을 구하면 $s([1]) = 16,\ s([2]) = 30,\ s([3]) = 56\ s([4]) = 112,\ s([5]) = 144,\ s([6]) = 96,\ s([7]) = 120,\ s([8]) = 112,\ s([9]) = 128,\ s([10]) = 160$
따라서, $\frac{s([n+1])}{s([n])} < 1$ 인 경우는 $s([n+1]) < s([n])$ 이므로 n 의 값은 5, 7 이다.

21. 두 정수 a, b에 대하여 절댓값이 같고, 두 점 사이의 거리가 5이하인 정수를 $(a,\ b)$로 나타낼 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $(1,\ 1)$ ② $(2,\ -2)$ ③ $(-1,\ 1)$

④ $(3,\ -3)$ ⑤ $(0,\ 0)$

해설

절댓값이 같으면, a 와 b 사이의 거리는 $2|a|(=2|b|)$ 이다.
$2|a| \le 5$ 라고 했으므로, $-5 \le 2a \le 5$ 이다.
$a,\ b$는 $-\frac{5}{2} \le a \le \frac{5}{2},\ -\frac{5}{2} \le b \le \frac{5}{2}$을 만족하는 정수이므로
$a = -2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2$ $b = -2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2$이다.
따라서 조건을 만족하는 정수들을 구해보면
$(-2,\ -2)$, $(-2,\ 2)$, $(-1,\ -1)$, $(-1,\ 1)$, $(0,\ 0)$, $(1,\ 1)$, $(1,\ -1)$, $(2,\ 2)$, $(2,\ -2)$이다.

22. $|a+3|=5$, $|b-1|=3$ 일 때, $a-b$ 의 최댓값을 M, 최솟값을 m 이라 하자. 이 때, $M+m+6$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -2

해설

$|a+3|=5$ 이므로 $a+3=5$ 또는 $a+3=-5$

$\therefore\ a=2,\ -8$

$|b-1|=3$ 이므로 $b-1=+3$ 또는 $b-1=-3$

$\therefore\ b=4$ 또는 $b=-2$

따라서 $a-b$ 의 최댓값은 $M=2-(-2)=4$

$a-b$ 의 최솟값은 $m=-8-4=-12$

$\therefore\ M+m+6=4+(-12)+6=-2$

23. 5 개의 유리수 -3 , $-\frac{1}{2}$, $+\frac{2}{3}$, $-\frac{3}{4}$, $+2$ 중 3 개를 뽑아 곱한 값 중 가장 큰 값과 가장 작은 작은 값의 합을 구하여라.(분수인 경우 소수로 쓸 것)

▶ 답 :

▷ 정답 : 0.5

해설

가장 큰 값은 $(-3)\times(+2)\times\left(-\frac{3}{4}\right)=\frac{9}{2}$

가장 작은 값은 $(-3)\times(+2)\times\left(+\frac{2}{3}\right)=-4$

두 수의 합은 $\frac{9}{2}+(-4)=\frac{9-8}{2}=\frac{1}{2}\therefore=0.5$

24. 유리수 x 에 대하여 $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수일 때,
$\left[\dfrac{1\times2\times3\times\cdots\times5097+1\times2\times3\times\cdots\times5094}{1\times2\times3\times\cdots\times5096+1\times2\times3\times\cdots\times5095}\right]$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 5096

해설

$1\times2\times3\times\cdots\times5096+1\times2\times3\times\cdots\times5095$
$=(1\times2\times3\times\cdots\times5095)\times(5096+1)$
$=(1\times2\times3\times\cdots\times5095)\times5097$

$$\frac{1\times2\times3\times\cdots\times5097+1\times2\times3\times\cdots\times5094}{1\times2\times3\times\cdots\times5096+1\times2\times3\times\cdots\times5095}$$
$$=\frac{1\times2\times3\times\cdots\times5097}{(1\times2\times3\cdots\times5095)\times5097}$$
$$+\frac{1\times2\times3\times\cdots\times5094}{(1\times2\times3\cdots\times5095)\times5097}$$

이므로

$$\frac{1\times2\times3\times\cdots\times5097}{(1\times2\times3\cdots\times5095)\times5097}=5096\ ,$$

$$\frac{1\times2\times3\times\cdots\times5094}{(1\times2\times3\cdots\times5095)\times5097}=0.\times\times\times\times\times \text{ 이다.}$$

$$\left[\frac{1\times2\times3\times\cdots\times5097+1\times2\times3\times\cdots\times5094}{1\times2\times3\times\cdots\times5096+1\times2\times3\times\cdots\times5095}\right] =$$

$[5096.\times\times\times\times]=5096$

25. $\dfrac{1}{1\times3\times5}+\dfrac{1}{3\times5\times7}+\dfrac{1}{5\times7\times9}+\cdots+\dfrac{1}{21\times23\times25}$ 을 계산하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\dfrac{143}{1725}$

해설

$\dfrac{1}{A\times B\times C}=\dfrac{1}{C-A}\left(\dfrac{1}{A\times B}-\dfrac{1}{B\times C}\right)$ 이므로,

$$\begin{aligned}&\frac{1}{1\times3\times5}+\frac{1}{3\times5\times7}+\frac{1}{5\times7\times9}+\cdots+\frac{1}{21\times23\times25}\\ =&\ \frac{1}{4}\left(\frac{1}{1\times3}-\frac{1}{3\times5}\right)+\frac{1}{4}\left(\frac{1}{3\times5}-\frac{1}{5\times7}\right)+\\ &\frac{1}{4}\left(\frac{1}{5\times7}-\frac{1}{7\times9}\right)+\cdots+\frac{1}{4}\left(\frac{1}{21\times23}-\frac{1}{23\times25}\right)\\ =&\ \frac{1}{4}\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{575}\right)\\ =&\ \frac{143}{1725}\end{aligned}$$