

1. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

① $8000 = 8 + 10^3$

② $5 \times 5 \times 7 \times 7 \times 7 = 5^2 \times 7^3$

③ $2^4 = 2 + 2 + 2 + 2$

④ $4 \times 4 \times 4 = 2^6$

⑤ $\frac{1}{11} \times \frac{1}{11} \times \frac{1}{11} = \frac{3}{11}$

해설

① $8000 = 8 \times 10^3$

③ $2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2$

④ $4 \times 4 \times 4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^6$

⑤ $\frac{1}{11} \times \frac{1}{11} \times \frac{1}{11} = \left(\frac{1}{11}\right)^3$

2. 세 자연수 4, 5, 6 중 어느 것으로 나누어도 나머지가 3인 자연수 중에서 가장 작은 것은?

① 60

② 63

③ 120

④ 123

⑤ 180

해설

구하는 수는 (4, 5, 6의 최소공배수) + 3

4, 5, 6의 최소공배수는 60 이므로

$60 + 3 = 63$ 이다.

3. 두 수 $A = 2^a \times 3^2 \times 5$, $B = 2^4 \times 3^b$ 의 최대공약수는 $2^2 \times 3^2$ 이고
최소공배수는 $2^4 \times 3^3 \times 5$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$$A = 2^a \times 3^2 \times 5, B = 2^4 \times 3^b$$

$$\text{최대공약수: } 2^2 \times 3^2$$

$$\text{최소공배수: } 2^4 \times 3^3 \times 5$$

$$a = 2, b = 3$$

$$a + b = 2 + 3 = 5$$

4. 다음 보기의 수에 대한 설명 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $-\frac{6}{5}$

㉡ 4

㉢ -5.1

㉣ 0

㉤ $\frac{12}{3}$

㉥ 3.7

㉦ -9

- ① 양수의 개수는 3 개이다.
- ② 음수의 개수는 3 개이다.
- ③ 정수가 아닌 유리수는 2 개이다.
- ④ 정수의 개수는 3 개이다.
- ⑤ 유리수의 개수는 7 개이다.

해설

③ 정수가 아닌 유리수는 $-\frac{6}{5}$, -5.1, 3.7 의 3 개이다.

④ 정수의 개수는 4, 0, $\frac{12}{3}(=4)$, -9 의 4 개이다.

5. 48 에 자연수 x 를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다.
다음에서 x 가 될 수 있는 수를 모두 고르면 (정답 2개)?

① 2

② 3

③ 4

④ 9

⑤ 12

해설

$$48 = 2^4 \times 3$$

곱해야 할 자연수가 x 이고, 어떤 자연수를 y 라 하면 $(2^4 \times 3) \times x = y^2$ 이다.

$$x = 3 \times 1^2, 3 \times 2^2, \dots$$

$$= 3, 12, \dots$$

6. 세 수 72, 84, $2^2 \times 3^2$ 의 최대공약수는?

① $2^2 \times 3^2$

② 24

③ $2^2 \times 3$

④ 18

⑤ 2×3

해설

$72 = 2^3 \times 3^2$, $84 = 2^2 \times 3 \times 7$, $2^2 \times 3^2$ 이므로 최대공약수는 $2^2 \times 3$

7. 세 수 $2 \times 3^2 \times 5$, $2^2 \times 3 \times 7$, $2^3 \times 5 \times 7$ 의 최소공배수는?

① $2^3 \times 5^2 \times 7$

② $2 \times 3 \times 5^2$

③ $2^3 \times 3^2 \times 5$

④ $2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7$

⑤ $2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$

해설

$$2 \times 3^2 \times 5, 2^2 \times 3 \times 7, 2^3 \times 5 \times 7$$

$$\text{최소공배수: } 2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$$

8. 두 자연수 $6 \times x$, $8 \times x$ 의 최소공배수가 216 일 때, 자연수 x 의 값은?

① 7

② 9

③ 11

④ 13

⑤ 15

해설

$$6 \times x = 2 \times 3 \times x$$

$$6 \times x = 2^3 \times 3 \times x$$

$$\text{최소공배수} : 2^3 \times 3 \times x = 216 \cdots \textcircled{1}$$

$$24 \times x = 216$$

$$x = 216 \div 24 = 9$$

9. 다음 중 옳지 않은 것은?(정답 2개)

① 절댓값이 3 인 수는 3 과 -3 이다.

② -6 의 절댓값과 6 의 절댓값은 같다.

③ 0 의 절댓값은 0 이다.

④ $a < 0$ 일 때, a 의 절댓값은 존재하지 않는다.

⑤ 절댓값이 큰 수일수록 원점에서 가까이에 있다.

해설

① 절댓값이 3 인 수는 원점과의 거리가 3 인 수이므로 3 과 -3 이다.

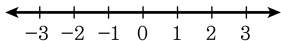
② -6 의 절댓값은 6 이고 6 의 절댓값은 6 이므로 일치한다.

③ 0 의 절댓값은 0 하나뿐이다.

④ $a < 0$ 일 때, a 의 절댓값은 존재한다. 예를 들어서 -5 의 절댓값은 5 가 되므로 존재하게 된다.

⑤ 절댓값이 큰 수일수록 원점에서 거리가 멀다.

10. A 는 -3 보다 7 큰 수이고 B 는 1 보다 3 작은 수 일 때, 두 점 A , B 에서 같은 거리에 있는 점을 아래 수직선에서 찾으면?



① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$A = -3 + 7 = 4, B = 1 - 3 = -2$$

4 와 -2 에서 같은 거리에 있는 수는 1

11. $(-3) - (-7) + (+5) - (+8) + (+4)$ 를 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$\begin{aligned} & (-3) - (-7) + (+5) - (+8) + (+4) \\ &= (-3) + (+7) + (+5) + (-8) + (+4) \\ &= \{(-3) + (-8)\} + \{(+7) + (+5) + (+4)\} \\ &= (-11) + (+16) = +(16 - 11) = 5 \end{aligned}$$

12. 네 자리의 정수 $41\square 2$ 가 3 의 배수인 동시에 4 의 배수가 되도록 $\square$ 안에 알맞은 수는?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

3의 배수는 자리 수의 합이 3의 배수 이므로 $41\square 2 \Rightarrow 4 + 1 + \square + 2 = 7 + \square$ 에서 $\square$ 안에 들어갈 수 있는 수는 2, 5, 8 이다.

4의 배수는 마지막 두 자리가 4의 배수이어야 하므로 $41\square 2 \Rightarrow \square 2$ 에서

$\square$ 안에 들어갈 수 있는 수는 1, 3, 5, 7, 9 이다.

따라서 동시에 만족하는 수는 5 이다.

13. T, S, L 은 $T \times S \times L = 715$ 을 만족하는 서로 다른 자연수이다. 이때, $T + S + L$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 29

해설

$715 = 5 \times 11 \times 13$ 이고, 합의 최솟값을 구하므로, T, S, L 는 5, 11, 13 이 된다.

14. $|a| < |b|$ 일 때, 다음 중에서 옳은 것을 고르면?

- ① $a < 0 < b$ 이다.
- ② 수직선 위에서 a 는 b 보다 더 왼쪽에 있다.
- ③ a, b 가 모두 음수이면 $a < b$ 이다.
- ④ 수직선 위에서 a 는 b 보다 원점에 가깝다.
- ⑤ 수직선 위에서 두 수 사이의 거리는 $|a + b|$ 이다.

해설

- ①, ② 두 수의 부호를 알 수 없다.
- ③ a, b 가 모두 음수이면 절댓값이 큰 수가 더 작으므로 $b < a$ 이다.
- ⑤ 수직선 위에서 두 수 사이의 거리는 $|b - a| = |a - b|$ 이다.

15. $[a]$ 가 a 를 넘지 않는 최대 정수를 나타낼 때, $[-3.6] \leq x < \left[\frac{19}{8}\right]$ 인 정수의 개수는?

① 2개

② 3개

③ 4개

④ 5개

⑤ 6개

해설

$$[-3.6] \leq x < \left[\frac{19}{8}\right] \text{ 에서}$$

$$[-3.6] = -4, \left[\frac{19}{8}\right] = 2 \text{ 이므로}$$

$-4 \leq x < 2$ 인 정수를 구하면 $-4, -3, -2 \dots, 1$ 의 6개다.

16. $0 < a < 1$ 일 때, 다음 중 가장 큰 것은?

① a

② a^2

③ a^3

④ $\frac{1}{a}$

⑤ $-a$

해설

$a = \frac{1}{2}$ 라고 놓으면,

① $a = \frac{1}{2}$

② $a^2 = \frac{1}{4}$

③ $a^3 = \frac{1}{8}$

④ $\frac{1}{a} = 2$

⑤ $-a = -\frac{1}{2}$

17. 다음 중 계산 결과가 옳지 않은 것을 모두 고르면?

① $-1.5 + 4.6 - 2.1 = 0.9$

② $3 - 2.5 + 0.9 = 1.4$

③ $\frac{1}{4} - 2 - \frac{3}{2} - \frac{1}{3} = -\frac{43}{12}$

④ $-10 + \frac{2}{3} - \frac{1}{2} + 8 = -\frac{59}{6}$

⑤ $-1.5 + 0.6 - 0.7 = -1.6$

해설

① $-1.5 + 4.6 - 2.1 = 1$

④ $-10 + \frac{2}{3} - \frac{1}{2} + 8 = -\frac{11}{6}$

18. 다음 중 그 값이 두 번째로 큰 수를 구하시오.

$$\textcircled{\text{㉠}} \left(-\frac{1}{2}\right)^2 \times (-2)^3 \times (-1^{22})$$

$$\textcircled{\text{㉡}} -\left(-\frac{2}{3}\right)^2 \times (-1)^7$$

$$\textcircled{\text{㉢}} \left(\frac{1}{3}\right)^2 \times (-6)^2 \times (-1)^{23}$$

$$\textcircled{\text{㉣}} -\left(-\frac{3}{4}\right)^2 \times (-2)^3$$

▶ 답 :

▶ 정답 : $\textcircled{\text{㉠}}$

해설

$$\textcircled{\text{㉠}} \left(-\frac{1}{2}\right)^2 \times (-2)^3 \times (-1^{22}) = \frac{1}{4} \times (-8) \times (-1) = 2$$

$$\textcircled{\text{㉡}} -\left(-\frac{2}{3}\right)^2 \times (-1)^7 = -\left(\frac{4}{9}\right) \times (-1) = \frac{4}{9}$$

$$\textcircled{\text{㉢}} \left(\frac{1}{3}\right)^2 \times (-6)^2 \times (-1)^{23} = \frac{1}{9} \times 36 \times (-1) = -4$$

$$\textcircled{\text{㉣}} -\left(-\frac{3}{4}\right)^2 \times (-2)^3 = -\left(\frac{9}{16}\right) \times (-8) = \frac{9}{2}$$

19. A, B, C 는 모두 정수이고, $A \times B \times C = -30$, $A < B < C$ 이다. A 의 절댓값이 3일 때, C 의 값이 될 수 있는 것을 모두 더하면 얼마인가?

① 5

② 8

③ 15

④ 18

⑤ 20

해설

$$ABC = -30, A < B < C, |A| = 3$$

세 정수 A, B, C 의 곱이 음수이므로,

A, B, C 세 수 모두 음수이거나 세 수 중 하나만 음수이고, 다른 두 수는 양수이다.

$$\therefore A < 0, A = -3$$

$$\therefore BC > 0, C > B > 0$$

$$(B, C) = (1, 10), (2, 5)$$

$$\therefore 5 + 10 = 15$$

20. 자연수 n 에 대하여 n 부터 연속하는 5 개의 자연수의 곱을 $[n]$, n 의 약수의 개수를 $s(n)$ 로 정의한다. $\frac{s([n+1])}{s([n])} < 1$ 을 만족하는 10보다 작은 자연수 n 을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

▷ 정답 : 7

해설

1 부터 13 까지 자연수를 소인수분해해보면

1, 2, 3, $4 = 2^2$, 5, $6 = 2 \times 3$, 7, $8 = 2^3$, $9 = 3^2$, $10 = 2 \times 5$, 11, $12 = 2^2 \times 3$, 13 이다.

즉, $[1] = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 = 2^3 \times 3 \times 5$ 이고, $s([1]) = s(2^3 \times 3 \times 5)$ 약수의 개수를 구하면 $4 \times 2 \times 2 = 16$ 이다. 차례대로 값을 구하면 $s([1]) = 16$, $s([2]) = 30$, $s([3]) = 56$, $s([4]) = 112$, $s([5]) = 144$, $s([6]) = 96$, $s([7]) = 120$, $s([8]) = 112$, $s([9]) = 128$, $s([10]) = 160$

따라서, $\frac{s([n+1])}{s([n])} < 1$ 인 경우는 $s([n+1]) < s([n])$ 이므로 n 의 값은 5, 7 이다.

21. 두 정수 a, b 에 대하여 절댓값이 같고, 두 점 사이의 거리가 5이하인 정수를 (a, b) 로 나타낼 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $(1, 1)$

② $(2, -2)$

③ $(-1, 1)$

④ $(3, -3)$

⑤ $(0, 0)$

해설

절댓값이 같으면, a 와 b 사이의 거리는 $2|a| (= 2|b|)$ 이다.

$2|a| \leq 5$ 라고 했으므로, $-5 \leq 2a \leq 5$ 이다.

a, b 는 $-\frac{5}{2} \leq a \leq \frac{5}{2}, -\frac{5}{2} \leq b \leq \frac{5}{2}$ 을 만족하는 정수이므로

$a = -2, -1, 0, 1, 2$ $b = -2, -1, 0, 1, 2$ 이다.

따라서 조건을 만족하는 정수들을 구해보면

$(-2, -2), (-2, 2), (-1, -1), (-1, 1), (0, 0), (1, 1), (1, -1), (2, 2), (2, -2)$ 이다.

22. $|a + 3| = 5$, $|b - 1| = 3$ 일 때, $a - b$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 하자. 이 때, $M + m + 6$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$|a + 3| = 5 \text{ 이므로 } a + 3 = 5 \text{ 또는 } a + 3 = -5$$

$$\therefore a = 2, -8$$

$$|b - 1| = 3 \text{ 이므로 } b - 1 = +3 \text{ 또는 } b - 1 = -3$$

$$\therefore b = 4 \text{ 또는 } b = -2$$

$$\text{따라서 } a - b \text{ 의 최댓값은 } M = 2 - (-2) = 4$$

$$a - b \text{ 의 최솟값은 } m = -8 - 4 = -12$$

$$\therefore M + m + 6 = 4 + (-12) + 6 = -2$$

23. 5 개의 유리수 -3 , $-\frac{1}{2}$, $+\frac{2}{3}$, $-\frac{3}{4}$, $+2$ 중 3 개를 뽑아 곱한 값 중 가장 큰 값과 가장 작은 값의 합을 구하여라.(분수인 경우 소수로 쓸 것)

▶ 답 :

▷ 정답 : 0.5

해설

$$\text{가장 큰 값은 } (-3) \times (+2) \times \left(-\frac{3}{4}\right) = \frac{9}{2}$$

$$\text{가장 작은 값은 } (-3) \times (+2) \times \left(+\frac{2}{3}\right) = -4$$

$$\text{두 수의 합은 } \frac{9}{2} + (-4) = \frac{9-8}{2} = \frac{1}{2} \therefore 0.5$$

24. 유리수 x 에 대하여 $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수일 때,
 $\left[\frac{1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5097 + 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5094}{1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5096 + 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5095} \right]$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5096

해설

$$\begin{aligned} & 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5096 + 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5095 \\ &= (1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5095) \times (5096 + 1) \\ &= (1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5095) \times 5097 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5097 + 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5094}{1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5096 + 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5095} \\ &= \frac{1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5097}{(1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5095) \times 5097} \\ &+ \frac{1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5094}{(1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5095) \times 5097} \end{aligned}$$

이므로

$$\frac{1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5097}{(1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5095) \times 5097} = 5096,$$

$$\frac{1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5094}{(1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5095) \times 5097} = 0. \times \times \times \times \text{이다.}$$

$$\begin{aligned} & \left[\frac{1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5097 + 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5094}{1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5096 + 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5095} \right] \\ &= [5096. \times \times \times \times] = 5096 \end{aligned}$$

25. $\frac{1}{1 \times 3 \times 5} + \frac{1}{3 \times 5 \times 7} + \frac{1}{5 \times 7 \times 9} + \cdots + \frac{1}{21 \times 23 \times 25}$ 을 계산하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{143}{1725}$

해설

$$\frac{1}{A \times B \times C} = \frac{1}{C - A} \left(\frac{1}{A \times B} - \frac{1}{B \times C} \right) \text{ 이므로,}$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{1 \times 3 \times 5} + \frac{1}{3 \times 5 \times 7} + \frac{1}{5 \times 7 \times 9} + \cdots + \frac{1}{21 \times 23 \times 25} \\ &= \frac{1}{4} \left(\frac{1}{1 \times 3} - \frac{1}{3 \times 5} \right) + \frac{1}{4} \left(\frac{1}{3 \times 5} - \frac{1}{5 \times 7} \right) + \\ & \frac{1}{4} \left(\frac{1}{5 \times 7} - \frac{1}{7 \times 9} \right) + \cdots + \frac{1}{4} \left(\frac{1}{21 \times 23} - \frac{1}{23 \times 25} \right) \\ &= \frac{1}{4} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{575} \right) \\ &= \frac{143}{1725} \end{aligned}$$