

1. 이차함수 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프가 점 $(a, a^2 - 9)$ 를 지날 때, a 의 값을 구하면? (단, $a < 0$)

① $\sqrt{6}$

② $-\sqrt{6}$

③ 2

④ -2

⑤ $-\sqrt{3}$

해설

$y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프가 점 $(a, a^2 - 9)$ 를 지나므로

$$a^2 - 9 = -\frac{1}{2}a^2$$

$$\frac{3}{2}a^2 = 9$$

$$a^2 = 6$$

$$a < 0 \text{ 이므로 } a = -\sqrt{6}$$

2. 이차함수 $y = 3x^2$ 의 그래프는 점 $(a, 12)$ 를 지나고, 이차함수 $y = bx^2$ 과 x 축에 대하여 대칭이다. 이 때, ab 의 값은?

① ± 2

② ± 3

③ ± 5

④ ± 6

⑤ ± 7

해설

$y = 3x^2$ 에 $(a, 12)$ 를 대입하면 $a = \pm 2$ 이다.

x 축과 대칭인 함수는 x^2 의 계수의 절댓값이 같고 부호가 서로 반대이므로 $b = -3$ 이다.

$$\therefore ab = \pm 6$$

3. 다음 이차함수에서 그래프의 폭이 좁은 것부터 차례로 나열한 것은?

보기

㉠ $y = -2x^2$

㉡ $y = \frac{1}{2}x^2$

㉢ $y = -\frac{1}{3}x^2 + 4$

㉣ $y = 4x^2 - 1$

㉤ $y = 3(x-1)^2$

① (㉠) - (㉢) - (㉡) - (㉤) - (㉣)

② (㉢) - (㉡) - (㉠) - (㉤) - (㉣)

③ (㉣) - (㉤) - (㉡) - (㉢) - (㉠)

④ (㉣) - (㉤) - (㉡) - (㉠) - (㉢)

⑤ (㉣) - (㉤) - (㉠) - (㉡) - (㉢)

해설

이차항의 계수의 절댓값이 큰 것부터 찾아 나열한다.

4. $y = -\frac{1}{2}x^2 + q$ 의 그래프가 점 $(-2, 1)$ 을 지날 때, 이 포물선의 꼭짓점의 좌표를 구하면?

① $(0, 1)$

② $(1, 0)$

③ $(0, 3)$

④ $(-\frac{1}{2}, 0)$

⑤ $(0, -\frac{1}{2})$

해설

$y = -\frac{1}{2}x^2 + 8$ 에 $(2, -1)$ 을 대입하면

$$1 = -2 + q$$

$$q = 3$$

$y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 3 만큼 이동한 그래프이므로 꼭짓점의 좌표는 $(0, 3)$ 이다.

5. 이차함수 $y = -2x^2 - 8x - 5$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① 아래로 볼록하다.

② 축의 방정식은 $x = 2$ 이다.

③ y 축과 점 $(0, 5)$ 에서 만난다.

④ 제 2, 3, 4 사분면을 지난다.

⑤ 평행이동하면 $y = -2x^2 + 3$ 의 그래프와 완전히 포개어진다.

해설

$$y = -2(x^2 + 4x + 4 - 4) - 5 = -2(x + 2)^2 + 3$$

6. 이차함수의 $y = -3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동하면 $y = -3x^2 + 12x + 3$ 의 그래프가 된다. 이 때, a, b 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

▷ 정답 : $b = 15$

해설

$y = -3x^2 + 12x + 3$ 의 그래프를 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 꼴로 나타내면 $y = -3(x - 2)^2 + 15$ 이므로 $y = -3x^2$ 의 그래프를 x 축으로 2, y 축으로 15 만큼 평행이동한 것이다. 따라서 $a = 2$, $b = 15$ 이다.

7. 이차함수 $y = (x-1)^2 - 2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭인 포물선의 식은?

① $y = (x-1)^2 + 2$

② $y = (x+1)^2 + 2$

③ $y = (x-1)^2 - 2$

④ $y = -(x+1)^2 + 2$

⑤ $y = -(x-1)^2 + 2$

해설

y 대신에 $-y$ 를 대입하면 $y = -(x-1)^2 + 2$ 이다.

8. 포물선 $y = -x^2 + 8x - 7$ 과 x 축과의 교점의 좌표를 $(a, 0)$, $(b, 0)$ 라고 할 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$y = -x^2 + 8x - 7$ 과 x 축과의 교점의 x 좌표는
 $-x^2 + 8x - 7 = 0$ 의 근과 같다.

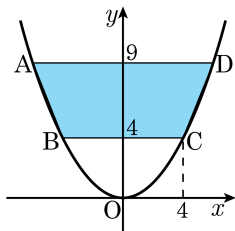
$$x^2 - 8x + 7 = 0$$

$$(x - 7)(x - 1) = 0$$

$$\therefore x = 7 \text{ 또는 } x = 1$$

$$\therefore a + b = 8$$

9. 다음 그림에서 사각형 ABCD 는 네 꼭짓점이 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프 위에 있는 사다리꼴이다. $\square ABCD$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : 50

해설

$y = ax^2$ 에 점 C (4, 4) 를 대입하면

$$4 = a \times 4^2$$

$$a = \frac{1}{4}$$

$y = \frac{1}{4}x^2$ 에서 A, D 의 y 좌표가 9이므로

$$9 = \frac{1}{4}x^2$$

$$x^2 = 36$$

$$x = \pm 6$$

$\overline{AD} = 12$, $\overline{BC} = 8$ 이므로

$$\therefore (\square ABCD \text{의 넓이}) = (12 + 8) \times 5 \times \frac{1}{2} = 50$$

10. 꼭짓점의 좌표가 $(-1, 6)$ 이고 y 축과의 교점의 좌표가 $(0, 5)$ 인 이차함수의 식을 구하면?

① $y = -x^2 + 2x - 7$

② $y = -x^2 - 2x + 7$

③ $y = -x^2 + 2x - 5$

④ $y = -x^2 - 2x + 5$

⑤ $y = x^2 - 2x + 5$

해설

$y = a(x + 1)^2 + 6$ 에 $(0, 5)$ 를 대입하면

$$5 = a + 6$$

$$a = -1$$

$$\therefore y = -(x + 1)^2 + 6 = -x^2 - 2x + 5$$

11. 세 점 $(0, -6)$, $(2, 0)$, $(-2, 4)$ 를 지나는 이차함수의 식은?

① $y = 2x^2 - x - 6$

② $y = 2x^2 + x - 6$

③ $y = 2x^2 + x + 6$

④ $y = -2x^2 - x - 6$

⑤ $y = -2x^2 + x + 6$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 에 세 점을 대입하면

$$c = -6, 4a + 2b + c = 0, 4a - 2b + c = 4$$

$$a = 2, b = -1, c = -6$$

$$\therefore y = 2x^2 - x - 6$$

12. 이차함수 $y = x^2 + 4x + 2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 식의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$y = x^2 + 4x + 2 = (x + 2)^2 - 2$$

위의 그래프를 y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동 시키면

$$y = (x + 2)^2 - 2 + 3 = (x + 2)^2 + 1$$

따라서 $x = -2$ 일 때, 최솟값은 1 이다.

13. 이차함수 $y = -x^2 + 10x - 13$ 의 최댓값을 m , 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 + x + 1$ 의 최솟값을 n 이라고 할 때, mn 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$y = -x^2 + 10x - 13 = -(x - 5)^2 + 12$$

최댓값 $m = 12$

$$y = \frac{1}{2}x^2 + x + 1 = \frac{1}{2}(x + 1)^2 + \frac{1}{2}$$

$$\text{최솟값 } n = \frac{1}{2}$$

$$\therefore mn = 12 \times \frac{1}{2} = 6$$

14. $y = ax^2 + 2x + b$ 에서 $x = -1$ 에서 최솟값 6 을 가질 때, $a + b$ 의 값을 구하여라. (단, $a > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$\begin{aligned}y &= ax^2 + 2x + b \\&= a \left\{ \left(x + \frac{1}{a} \right)^2 - \frac{1}{a^2} \right\} + b \\&= a \left(x + \frac{1}{a} \right)^2 - \frac{1}{a} + b\end{aligned}$$

$$a > 0 \text{ 이므로 } -1 + \frac{1}{a} = 0, \quad -\frac{1}{a} + b = 6$$

$$\therefore a = 1, \quad b = 7$$

$$a + b = 1 + 7 = 8$$

15. 이차함수 $y = -2x^2 - 4ax + 8a$ 의 최댓값을 M 이라고 할 때, M 의 최솟값을 구하여라. (단, a 는 상수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : -8

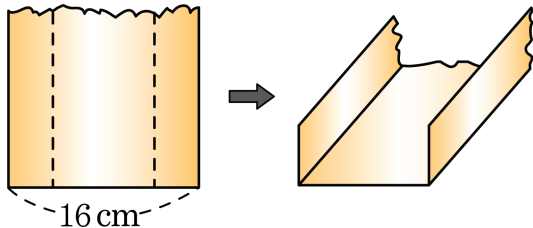
해설

$$y = -2x^2 - 4ax + 8a = -2(x + a)^2 + 2a^2 + 8a$$

$$\therefore M = 2a^2 + 8a = 2(a + 2)^2 - 8$$

따라서 M 의 최솟값은 -8 이다.

16. 다음 그림과 같이 너비가 16cm 인 철판의 양쪽을 접어 직사각형인 물받이를 만들었다. 단면의 넓이를 최대가 되게 하는 높이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 4 cm

해설

높이를 x cm, 넓이를 y cm² 라고 두면

$$\begin{aligned} y &= x(16 - 2x) \\ &= -2x^2 + 16x \\ &= -2(x^2 - 8x + 16) + 32 \\ &= -2(x - 4)^2 + 32 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

따라서 $x = 4$ 일 때, 최댓값 32 를 가진다.

17. 이차함수 $y = 2x^2 + 8x + 4$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면은?

① 제 1 사분면

② 제 2, 3 사분면

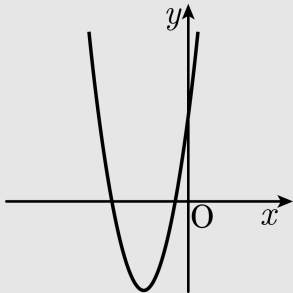
③ 제 3 사분면

④ 제 4 사분면

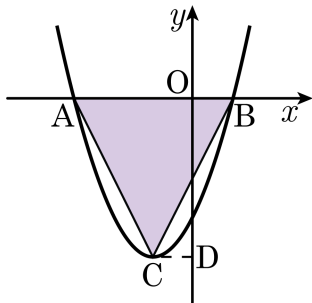
⑤ 제 3, 4 사분면

해설

$y = 2x^2 + 8x + 4 = 2(x^2 + 4x + 4 - 4) + 4 = 2(x + 2)^2 - 4$
꼭짓점이 $(-2, -4)$ 이고 y 절편이 4 인, 아래로 볼록한 그래프를
그려 보면 제4 사분면을 지나지 않는다.



18. 다음 그림과 같이 $y = x^2 + 2x - 3$ 의 그래프가 x 축과 만나는 점을 A, 꼭짓점을 C 라 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?



① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

$$y = x^2 + 2x - 3 = (x + 1)^2 - 4$$

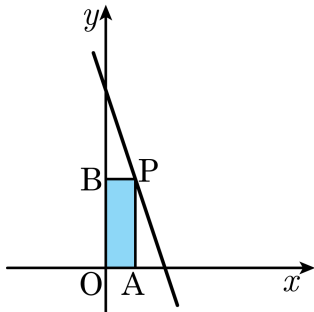
$$C(-1, -4)$$

$$y = 0 \text{ 일 때 } x^2 + 2x - 3 = (x + 3)(x - 1) = 0 \text{ 이므로}$$

$$A(-3, 0), B(1, 0)$$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$$

19. 다음 그림과 같이 일차함수 $y = -x + 4$ 의 그래프 위의 한 점 P 에서 x 축, y 축에 내린 수선의 발을 각각 A, B 라 할 때, 직사각형 OAPB 의 넓이의 최댓값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 4

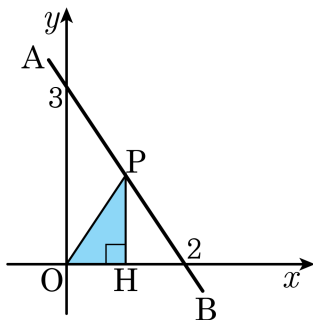
해설

A 의 좌표를 $(t, 0)$ 이라고 하면 P 의 좌표는 $(t, -t + 4)$ 이고 B 의 좌표는 $(0, -t + 4)$

$$\therefore \square OAPB = t \times (-t + 4) = -t^2 + 4t = -(t - 2)^2 + 4$$

$t = 2$ 일 때, 넓이의 최댓값 4

20. 선분 AB 위의 한 점 P 에서 x 축에 내린 수선의 발을 H 라고 할 때, $\triangle POH$ 의 넓이의 최댓값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 0.75

해설

$\overline{AB}$ 를 지나는 직선은 두 점 $(0, 3)$, $(2, 0)$ 을 지나므로

$$y = -\frac{3}{2}x + 3$$

H 점의 좌표를 $(a, 0)$ 이라고 하면, 점 P 의 좌표는 $\left(a, -\frac{3}{2}a + 3\right)$

$$\begin{aligned}\triangle POH &= \frac{1}{2} \times a \times \left(-\frac{3}{2}a + 3\right) \\ &= -\frac{3}{4}a^2 + \frac{3}{2}a \\ &= -\frac{3}{4}(a^2 - 2a + 1 - 1) \\ &= -\frac{3}{4}(a - 1)^2 + \frac{3}{4}\end{aligned}$$

따라서 최댓값은 $\frac{3}{4}$ 이다.