

1. 다음 방정식의 모든 해의 합을 구하여라.

$$x^4 - 13x^2 + 36 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$x^4 - 13x^2 + 36 = 0$ 에서
 $x^2 = t$ 로 놓으면
 $t^2 - 13t + 36 = 0, (t - 4)(t - 9) = 0$
 $\therefore t = 4$ 또는 $t = 9$
(i) $t = 4$ 일 때, $x^2 = 4$
 $\therefore x = \pm 2$
(ii) $t = 9$ 일 때, $x^2 = 9$
 $\therefore x = \pm 3$
따라서 모든 해의 합은
 $(-2) + 2 + (-3) + 3 = 0$

2. 다항식 $f(x)$ 를 $x-1$, $x-2$ 로 나눈 나머지가 각각 1, 2일 때, $f(x)$ 를 x^2-3x+2 로 나눈 나머지를 구하면?

① $x-1$

② $x+1$

③ $-x+1$

④ x

⑤ $-x$

해설

$$f(x) = (x-1)Q_1(x) + 1 \Rightarrow f(1) = 1$$

$$f(x) = (x-2)Q_2(x) + 2 \Rightarrow f(2) = 2$$

$$f(x) = (x-1)(x-2)Q_3(x) + ax + b \text{라 하면,}$$

$$f(1) = a + b = 1, \quad f(2) = 2a + b = 2 \text{이다.}$$

$$\therefore a = 1, \quad b = 0 \text{이므로 나머지는 } x$$

3. 복소수 전체의 집합에서 두 복소수 α, β 에 대하여 연산 $\odot$ 을 $\alpha \odot \beta = (\alpha + i)(\beta + i)$ 로 정의할 때, 등식 $(2 + i) \odot z = 1$ 을 만족하는 복소수 z 는?

① $-\frac{1}{4} - \frac{5}{4}i$

② $-i$

③ i

④ $1 + i$

⑤ $\frac{1}{4} - \frac{5}{4}i$

해설

$$(2 + i) \odot z = \{(2 + i) + i\}(z + i) \\ = (2 + 2i)(z + i) = 1$$

$$z + i = \frac{1}{2 + 2i} \text{ 이므로}$$

$$z = \frac{1}{2 + 2i} - i \\ = \frac{(2 - 2i)}{(2 + 2i)(2 - 2i)} - i \\ = \frac{2 - 2i - 8i}{8} = \frac{1}{4} - \frac{5}{4}i$$

4. $x^4 - 11x^2 + 1$ 이 $(x^2 + ax + b)(x^2 + 3x + b)$ 로 인수분해될 때, $a + b$ 의 값은?

① -1

② -2

③ -3

④ -4

⑤ -5

해설

$$\begin{aligned}x^4 - 11x^2 + 1 &= (x^2 - 1)^2 - 9x^2 \\&= (x^2 - 1)^2 - (3x)^2 \\&= (x^2 - 3x - 1)(x^2 + 3x - 1) \\&= (x^2 + ax + b)(x^2 + 3x + b)\end{aligned}$$

$$\therefore a = -3, b = -1$$

$$\therefore a + b = -4$$

5. 세 부등식 A 가 $3(x-1) > 12 + 4(2x-5)$, B 가 $2(3-2x) < -x+10$, C 가 $2x+1 > a$ 이다. A 와 B 의 공통해에서 C 를 제외한 수는 존재하지 않을 때, a 의 값 중에서 가장 큰 정수는?

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

해설

$3(x-1) > 12 + 4(2x-5)$ 를 풀면 $x < 1$

$2(3-2x) < -x+10$ 을 풀면 $-\frac{4}{3} < x$

A 와 B 의 공통해는 $-\frac{4}{3} < x < 1$

$2x+1 > a$ 를 풀면 $x > \frac{a-1}{2}$

C 를 제외한 수는 $x \leq \frac{a-1}{2}$ 이므로

A 와 B 의 공통해에서 C 를 제외한 수가 존재하지 않기 위해서

$\frac{a-1}{2} \leq -\frac{4}{3}$, $a \leq -\frac{5}{3}$ 가 되어야 한다.

$\therefore$ (가장 큰 정수) = -2