1. 이차방정식 $5(x-2)^2 = 20$ 의 두 근의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$(x-2)^2 = 4$
$(x-2) = \pm 2$
$\therefore\ x = 4$ 또는 $x = 0$
$\therefore\ 4 + 0 = 4$

2. 이차방정식 $(x-1)(x-5)=4$ 를 $(x+p)^2=q$ 의 꼴로 나타내려고 한다. 이 때, $p+q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

$(x-1)(x-5)=4$, $x^2-6x=-1$,
$(x-3)^2=8$, $p=-3$, $q=8$,
$\therefore\ p+q=-3+8=5$

3. 이차방정식 $(2x+6)(x-1)=8$ 을 $(x-a)^2=b$ 의 꼴로 고칠 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -8

해설

$(2x+6)(x-1)=8$
$2x^2+4x-6-8=0$
$2x^2+4x-14=0$
양변을 2 로 나누면
$x^2+2x-7=0$
$x^2+2x+1=7+1$
$(x+1)^2=8$
$a=-1, b=8$
$\therefore ab=-8$

4. 다음 이차방정식을 $(x+a)^2 = b$ 의 꼴로 나타낼 때, 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값을 구하여라.

$x^2 - 4x + 1 = 0$

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$x^2 - 4x = -1, x^2 - 4x + 4 = -1 + 4$
$(x-2)^2 = 3$
$\therefore a = -2, b = 3$
$\therefore a + b = 1$

5. 이차방정식 $2x^2 - 6x = -1 + x^2$ 을 $(x+p)^2 = q$ 의 꼴로 변형할 때, $p+q$ 의 값은?

① 5 ② −5 ③ −8 ④ 11 ⑤ −11

해설

방정식을 정리하면 $x^2 - 6x = -1$

양변에 9 를 더하면 $x^2 - 6x + 9 = -1 + 9$

$(x-3)^2 = 8$

$p = -3, q = 8$

$\therefore p + q = 5$

6. 다음 보기에서 해가 없는 이차방정식을 모두 골라라. (단, 완전제곱식을 이용하여라.)

보기

㉠ $x^2-3x+5=0$　　㉡ $x^2+4x+2=0$

㉢ $\frac{1}{2}x^2+\frac{2}{3}x-\frac{3}{4}=0$　　㉣ $\frac{1}{3}x^2-\frac{1}{6}x+\frac{1}{12}=0$

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉠

▷ 정답: ㉣

해설

㉠ $x^2-3x=-5$

$x^2-3x+\frac{9}{4}=-5+\frac{9}{4}$

$\left(x-\frac{3}{2}\right)^2=-\frac{11}{4}$

따라서 제곱한 수는 음수가 될 수 없으므로 해가 없다.

㉡ $x^2+4x=-2$

$x^2+4x+4=-2+4$

$(x+2)^2=2$

㉢ $\frac{1}{2}x^2+\frac{2}{3}x-\frac{3}{4}=0$ 에서 양변에 2 를 곱하면 $x^2+\frac{4}{3}x=\frac{3}{2}$

$x^2+\frac{4}{3}x+\frac{4}{9}=\frac{3}{2}+\frac{4}{9}$

$\left(x+\frac{2}{3}\right)^2=\frac{35}{18}$

㉣ $\frac{1}{3}x^2-\frac{1}{6}x+\frac{1}{12}=0$ 에서 양변에 3 을 곱하면 $x^2-\frac{1}{2}x+\frac{1}{4}=0$

$x^2-\frac{1}{2}x+\frac{1}{16}=-\frac{1}{4}+\frac{1}{16}$

$\left(x-\frac{1}{4}\right)^2=-\frac{3}{16}$

따라서 제곱한 수는 음수가 될 수 없으므로 해가 없다.

7. 이차방정식 $x^2 - 3x - 2 = 0$ 을 $(x-a)^2 = b$ 의 꼴로 변형할 때, a, b 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = \frac{3}{2}$ 또는 1.5

▷ 정답: $b = \frac{17}{4}$ 또는 4.25

해설

$x^2 - 3x = 2$, $x^2 - 3x + \frac{9}{4} = 2 + \frac{9}{4}$

$\therefore \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{17}{4}$

8. 이차방정식 $x^2+5x-9=0$ 을 $(x+P)^2=Q$ 의 꼴로 고칠 때, $P+2Q$ 의 값을 구하면?

① -33 ② -12 ③ -4 ④ 0 ⑤ 33

해설

$x^2+5x-9=0$

$\left(x+\frac{5}{2}\right)^2=\frac{61}{4}$

$\therefore\ P=\frac{5}{2},\ Q=\frac{61}{4}$

$\therefore\ P+2Q=\frac{5}{2}+\frac{61}{2}=33$

9. 이차방정식 $x^2 + 4x - 1 = 0$ 을 $(x + a)^2 = b$ 의 꼴로 고칠 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

$x^2 + 4x - 1 = (x + 2)^2 - 5 = 0$

$(x + 2)^2 = 5$

$a = 2,\ b = 5$

$\therefore\ ab = 10$

10. 이차방정식 $x^2+5x-9=0$ 을 $(x+P)^2=Q$ 의 꼴로 고칠 때, $P+2Q$ 의 값을 구하면?

① -33 ② -12 ③ -4 ④ 0 ⑤ 33

해설

$x^2+5x-9=0$

$\left(x+\frac{5}{2}\right)^2=\frac{61}{4}$

$\therefore\ P=\frac{5}{2},\ Q=\frac{61}{4}$

$\therefore\ P+2Q=\frac{5}{2}+\frac{61}{2}=33$

11. 이차방정식 $x^2+8x-4=0$ 을 $(x+a)^2=b$ 의 꼴로 고칠 때, $a+b$ 의 값은?

① 20 ② 24 ③ 28 ④ 32 ⑤ 36

해설

$x^2+8x-4=0$
$(x+4)^2-4-16=0$
$(x+4)^2=20$
$\therefore\ a=4,\ b=20$
$\therefore\ a+b=24$

12. 이차방정식 $2x^2-12x+13=0$ 을 $(x-A)^2=B$ 꼴로 나타낼 때, $A+B$ 의 값을 구하면?

① $\frac{11}{2}$ ② 5 ③ 6 ④ $\frac{13}{2}$ ⑤ 7

해설

$2x^2-12x+13=0 \rightarrow 2(x^2-6x+9-9)+13=0$

$\rightarrow 2(x-3)^2=5$ 이므로 $\rightarrow (x-3)^2=\frac{5}{2}$

$A=3$, $B=\frac{5}{2}$ 에서 $A+B=\frac{11}{2}$ 이다.

13. 이차방정식 $3x^2-6x-2=0$ 을 $(x-a)^2=b$ 의 꼴로 나타낼 때, $2a+3b$ 의 값은?

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$3x^2-6x-2=0$

$3x^2-6x=2$

$x^2-2x=\frac{2}{3}$

$x^2-2x+1=\frac{5}{3}$

$(x-1)^2=\frac{5}{3}$

$a=1,\ b=\frac{5}{3}$

$\therefore 2a+3b=2\times1+3\times\frac{5}{3}=2+5=7$

14. 다음은 이차방정식을 $(x+a)^2=b$ 의 꼴로 나타내는 과정이다. 이때, 상수 a, b 에 대하여 $4(a+b)$ 의 값을 구하여라.

$(x-1)(2x-3)=(x+1)^2$
$x^2-7x=-2$
$(x^2-7x+(\square))=-2+(\square)$
$(x+a)^2=b$

▶ 답 :

▷ 정답 : 27

해설

$(x-1)(2x-3)=(x+1)^2$
$x^2-7x=-2$
$\left(x^2-7x+\frac{49}{4}\right)=-2+\frac{49}{4}$
$\left(x-\frac{7}{2}\right)^2=\frac{41}{4}$
$a=-\frac{7}{2}, b=\frac{41}{4}$
$\therefore 4(a+b)=4\left(-\frac{7}{2}+\frac{41}{4}\right)=27$

15. 이차방정식 $\frac{1}{4}x-\frac{1}{2}=\frac{2}{3x}$ 의 양의 근을 α 라고 할 때, $3\alpha^2-3\alpha$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $11+\sqrt{33}$

해설

$\frac{1}{4}x-\frac{1}{2}=\frac{2}{3x}$ 의 양변에 $12x$ 를 곱하면

$3x^2-6x-8=0$

$3(x^2-2x+1)=8+3$

$3(x-1)^2=11$

$\therefore\ x=1\pm\frac{\sqrt{33}}{3}$

α 는 양의 근이므로 $\alpha=1+\frac{\sqrt{33}}{3}$

$\therefore\ 3\alpha^2-3\alpha=11+\sqrt{33}$

16. 이차방정식 $(x+7)^2 = \dfrac{3m-9}{8}$ 이 근을 갖지 않을 때, 다음 중 m 의 값이 아닌 것은?

① -2 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

이차방정식 $(x+7)^2 = \dfrac{3m-9}{8}$ 이 근을 갖지 않으려면 $\dfrac{3m-9}{8} < 0$ 이어야 하므로 $3m-9 < 0, m < 3$ 이다. 따라서 3 은 m 의 값이 아니다.

17. 이차방정식 $(x-1)^2 = a+4$ 에 대한 보기의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

㉠ $a=0$ 이면 두 근의 곱은 3 이다.

㉡ $a=-4$ 이면 중근 1 을 갖는다.

㉢ $a=-5$ 이면 실수인 해를 갖지 않는다.

① ㉡ ② ㉢ ③ ㉠, ㉡ ④ ㉠, ㉢ ⑤ ㉡, ㉢

해설

㉠ $a=0$ 이면 $(x-1)^2 = 4$, $x-1 = \pm 2$
따라서 $x=3$ 또는 $x=-1$ 이므로 두 근의 곱은 -3 이다.
㉡ $a=-4$ 이면 $(x-1)^2 = 0$
따라서 $x=1$ (중근) 이다.
㉢ $a=-5$ 이면 $(x-1)^2 = -1$, 실수의 제곱은 음수가 될 수 없으므로 실수의 해가 없다.

18. 이차방정식 $(x-1)^2+a-2=0$ 의 근이 존재할 때, 다음 중 a 의 값이 될 수 없는 것은?

① 3 ② 0 ③ -2 ④ -5 ⑤ -7

해설

$(x-1)^2=-a+2$ 가 해를 가지려면, $-a+2\geq 0$

$\therefore a\leq 2$

19. 이차방정식 $a(x-p)^2 = q$에서 $aq < 0$일 때, 근의 개수를 구하여라.
(단, 근이 2개이면 2, 1개이면 1, 근이 없으면 0이라고 써라.)

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

$(x-p)^2 = \frac{q}{a}$, $x - p = \pm\sqrt{\frac{q}{a}}$

$\therefore\ x = p \pm \sqrt{\frac{q}{a}}$

$aq < 0$이므로 $\frac{q}{a} < 0$

$\therefore$ 0개

20. 이차방정식 $(x+a)^2=b$ 가 서로 다른 두 개의 근을 가질 조건은?

① $a<0$ ② $a\geq 0$ ③ $b<0$

④ $b>0$ ⑤ $ab>0$

해설

$x+a=\pm\sqrt{b}$, $x=-a\pm\sqrt{b}$

근이 두 개이기 위해서는 근호 안의 수가 양수이어야 한다.

$\therefore\ b>0$

21. 이차방정식 $x^2 + a = 0$ 의 근이 존재할 때, 다음 중 a 의 값이 될 수 없는 것은?

① 12 ② 0 ③ -3 ④ -5 ⑤ -12

해설

$x^2 = -a$ 의 근이 존재하려면 $-a \geq 0$, $a \leq 0$

22. 이차방정식 $3x^2 - 16x - ax + 4a + 15 = 0$ 이 정수의 근을 가질 때, 정수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = 6$

▷ 정답: $a = 10$

해설

주어진 식을 a 에 관하여 정리하면 $-a(x-4)+3x^2-16x+15=0$ 이다.

$$a = \frac{3x^2 - 16x + 15}{x-4}$$
$$= \frac{(x-4)(3x-4)-1}{x-4}$$
$$= 3x - 4 - \frac{1}{x-4}$$

a 는 정수이므로 $x-4 = \pm 1$ 이다.

$x = 3$ 또는 $x = 5$ 이므로

(i) $x = 3$ 일 때, $a = 6$

(ii) $x = 5$ 일 때, $a = 10$ 이다.

23. 방정식 $(x^2+2x)^2-5(x^2+2x)-14=0$ 을 만족하는 모든 해의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -4

해설

$(x^2+2x)^2-5(x^2+2x)-14=0$,
$x^2+2x=A$ 로 치환하면
$A^2-5A-14=0$,
$(A+2)(A-7)=0$,
$(x^2+2x+2)(x^2+2x-7)=0$,
$x^2+2x+2=0$ 의 두 근의 합 -2 ,
$x^2+2x-7=0$ 의 두 근의 합 -2 ,
따라서 모든 근의 합은 $(-2)+(-2)=-4$ 이다.

24. 이차방정식 $\{1+(a+b)^2\}x^2-2(1-a-b)x+2=0$ 의 근이 실수일 때, 실수 $a+b+2$ 의 값을 구하면?

① -1　② 0　③ 1　④ 2　⑤ 3

해설

근이 실수이면 $D \geq 0$ 이므로

$$\frac{D}{4}=(1-a-b)^2-2\{1+(a+b)^2\} \geq 0$$

$$(a+b)^2+2(a+b)+1 \leq 0$$

$\therefore\ (a+b+1)^2 \leq 0$

$a,\ b$ 는 실수이므로 $a+b+1=0$

$\therefore\ a+b+2=1$

25. 다음 이차방정식이 중근을 가질 때, 상수 m 의 값은? (단, $m > 0$)

$x^2 - m(2x-1) + 2 = 0$

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$x^2 - m(2x-1) + 2 = 0$ 에서 $x^2 - 2mx + m + 2 = 0$
$D = (2m)^2 - 4(m+2) = 0$
$4m^2 - 4m - 8 = 0$
$m = 2$ 또는 $m = -1$
따라서 $m = 2$ 이다. ($\because m > 0$)

26. 이차방정식 $x^2 + k(4x+1) + 3 = 0$의 해가 1개일 때, 상수 k 의 값을 구하여라. (단, $k > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

해가 1개이므로 $x^2 + 4kx + k + 3 = 0$ 이 중근을 갖는다.
따라서 $D = (4k)^2 - 4(k+3) = 0$ 이다.
$4k^2 - k - 3 = 0$
$(4k+3)(k-1) = 0$
$k > 0$ 이므로 $k = 1$

27. n 명의 학생 중에 2 명의 주번을 뽑는 경우는 $\frac{n(n-1)}{2}$ 이다. 어느 반 학생 중 주번 2 명을 뽑는 경우의 수가 36 가지일 때, 이 반의 학생 수는?

① 5 명 ② 7 명 ③ 9 명 ④ 11 명 ⑤ 13 명

해설

$\frac{n(n-1)}{2} = 36$ 이므로

$n^2 - n - 72 = 0$

$(n-9)(n+8) = 0$

$n > 0$ 이므로 $n = 9$ (명) 이다.

28. 차가 4인 두 자연수가 있다. 곱이 96일 때, 두 수의 합은?

① 18 ② 19 ③ 20 ④ 21 ⑤ 22

해설

두 자연수를 $x,\ x+4$라 하면
$x(x+4)=96$
$x^2+4x-96=0$
$(x-8)(x+12)=0$
$\therefore\ x=8(\because x>0)$
따라서 두 수의 합은 $8+12=20$이다.

29. 책을 펼쳐서 나타난 쪽수의 곱이 156 이었을 때, 뒷 쪽의 쪽수를 구하여라.

▶ 답 : 쪽

▷ 정답 : 13 쪽

해설

펼쳐진 책의 쪽수를 $x-1$, x라 하면
$(x-1)x = 156$
$(x-13)(x+12) = 0$
$x > 0$ 이므로 $x = 13$ (쪽)

30. 가로의 길이가 세로의 길이보다 4cm 긴 직사각형의 넓이가 60cm^2 일 때, 가로의 길이는?

① 12cm ② 10cm ③ 8cm ④ 6cm ⑤ 4cm

해설

가로의 길이를 x cm, 세로의 길이를 $x-4$ cm라 하면,
$x(x-4)=60$
$\therefore\ x=10(\because x>0)$

31. 한 변의 길이가 x 인 정사각형의 가로를 2 만큼 늘이고, 세로를 2 만큼 줄인 사각형의 넓이가 5가 되었다. 이 때, 처음 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$(x+2)(x-2)=5$
$x^2=9$
$\therefore x=3$

32. 가로, 세로의 길이가 각각 11 m, 9 m 인 직사각형 모양의 땅에 다음 그림과 같이 세로로 x m, 가로로 x m 의 길을 내어 남은 땅의 넓이가 48 m^2 가 되도록 할 때, x 의 값은?

① 1 m ② 2 m ③ 3 m

④ 4 m ⑤ 5 m

해설

$(11-x)(9-x)=48$

$x^2-20x+51=0$

$(x-3)(x-17)=0$

$x<9$ 이므로 $x=3$(m)

33. 다음 중 보기의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $y=x^2$ ㉡ $y=\frac{2}{3}x^2$ ㉢ $y=-\frac{1}{4}x^2$

㉣ $y=-\frac{2}{3}x^2$ ㉤ $y=2x^2$ ㉥ $y=\frac{5}{2}x^2$

① 아래로 볼록한 포물선은 ㉢,㉣이다.

② 대칭축의 식은 $y=0$, 꼭짓점의 좌표는 $(0,0)$ 이다.

③ 포물선의 폭이 가장 넓은 것은 ㉢이다.

④ ㉤ 그래프의 y의 값의 범위는 $y \geq 2$이다.

⑤ ㉡과 ㉣의 그래프는 x 축에 대하여 대칭이다.

해설

① 아래로 볼록한 것은 ㉠,㉡,㉤,㉥이다.
② 대칭축은 $x=0$, 꼭짓점은 $(0,0)$ 이다.
④ ㉤그래프의 y의 값의 범위는 $y \geq 0$이다.