

1. 꼭짓점의 좌표가 (2, 1) 이고, y 축과의 교점의 좌표가 (0, 9) 인 이차함수의 식을 $y = ax^2 + bx + c$ 의 꼴로 나타내면?

① $y = x^2 - 6x + 9$

② $y = 2x^2 - 8x + 9$

③ $y = 3x^2 - 10x + 9$

④ $y = -2x^2 + 9$

⑤ $y = -3x^2 + 11x - 9$

해설

꼭짓점의 좌표가 (2, 1) 이므로

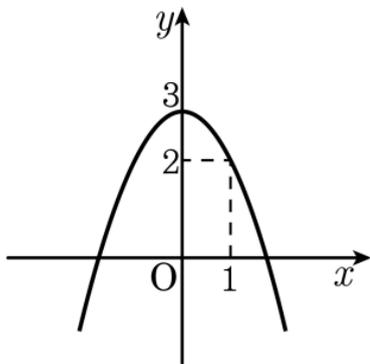
$y = a(x - 2)^2 + 1$ 이고, y 절편이 9 이므로

$9 = a(0 - 2)^2 + 1$, $a = 2$ 이다.

$$y = 2(x - 2)^2 + 1$$

$$= 2x^2 - 8x + 9$$

2. 다음 그림과 같은 그래프를 가지는 이차함수의 식은?



① $y = 3x^2 + 1$

② $y = 3x^2 + 2$

③ $y = -3x^2 + 3$

④ $y = -x^2 + 3$

⑤ $y = -x^2 + 2$

해설

그래프의 이차함수의 꼭짓점은 $(0, 3)$ 이므로 $y = ax^2 + 3$ 이고
 $(1, 2)$ 를 지나므로 $2 = a + 3$, $a = -1$ 이다.

따라서 그래프의 식은 $y = -x^2 + 3$ 이다.

3. 꼭짓점의 좌표가 $(-1, 6)$ 이고 y 축과의 교점의 좌표가 $(0, 5)$ 인 이차함수의 식을 구하면?

① $y = -x^2 + 2x - 7$

② $y = -x^2 - 2x + 7$

③ $y = -x^2 + 2x - 5$

④ $y = -x^2 - 2x + 5$

⑤ $y = x^2 - 2x + 5$

해설

$y = a(x + 1)^2 + 6$ 에 $(0, 5)$ 를 대입하면

$$5 = a + 6$$

$$a = -1$$

$$\therefore y = -(x + 1)^2 + 6 = -x^2 - 2x + 5$$

4. 꼭짓점의 좌표가 (3, 0) 이고, 점(1, -4) 를 지나는 포물선의 식을 구하면?

① $y = -x^2 - 4$

② $y = (x - 1)^2$

③ $y = -(x - 3)^2$

④ $y = -(x + 3)^2$

⑤ $y = (x + 2)^2$

해설

꼭짓점의 좌표가 (3, 0) 이므로 $y = a(x - 3)^2$ 이고,

점 (1, -4) 를 지나므로

$$-4 = a(1 - 3)^2, a = -1$$

$$\therefore y = -(x - 3)^2$$

5. 직선 $x = 2$ 를 축으로 하고 두 점 $(0, -2)$, $(-1, 8)$ 을 지나는 이차함수의 식은?

① $y = (x - 2)^2 - 10$

② $y = (x - 2)^2 + 8$

③ $y = 2(x - 2)^2 - 10$

④ $y = 2(x + 1)^2 + 8$

⑤ $y = 2x^2 - 2$

해설

$y = a(x - 2)^2 + b = ax^2 - 4ax + (4a + b)$ 에 $(0, -2)$, $(-1, 8)$ 을 대입하면,

$$-2 = 4a + b, 8 = 9a + b$$

$$\therefore y = 2(x - 2)^2 - 10$$

6. 축이 $x = 2$ 이고, 두 점 $(0, 3)$, $(1, 6)$ 를 지나는 이차함수의 식은?

① $y = x^2 - 4x - 2$

② $y = x^2 + 4x + 2$

③ $y = -x^2 + 4x - 3$

④ $y = -x^2 + 4x + 3$

⑤ $y = -x^2 - 4x - 3$

해설

축이 $x = 2$ 이므로 $y = a(x - 2)^2 + q$

두 점 $(0, 3)$, $(1, 6)$ 을 지나므로

$$3 = 4a + q, 6 = a + q$$

$$\therefore a = -1, q = 7$$

$$y = -(x - 2)^2 + 7$$

$$y = -(x^2 - 4x + 4) + 7$$

$$y = -x^2 + 4x + 3$$

7. 직선 $x = 4$ 를 축으로 하고 두 점 $(1, 1)$, $(-1, -15)$ 를 지나는 이차함수의 식은?

① $y = x^2 + 6x - 6$

② $y = x^2 + 8x - 8$

③ $y = -x^2 + 6x - 4$

④ $y = -x^2 + 6x - 8$

⑤ $y = -x^2 + 8x - 6$

해설

$y = p(x - 4)^2 + q$ 라고 하자.

$(1, 1)$, $(-1, -15)$ 를 지나므로 이를 대입하면 $9p + q = 1$, $25p + q = -15$ 이므로 이를 풀면 $p = -1$, $q = 10$

$\therefore y = -(x - 4)^2 + 10 = -x^2 + 8x - 6$

8. 다음 중 x 축과의 교점이 $(-2, 0)$, $(2, 0)$ 이고 한 점 $(0, -2)$ 를 지나는 포물선의 식은?

① $y = \frac{1}{2}x^2 - 2$

② $y = 3x^2 - 3x - 6$

③ $y = -x^2 + 6x - 8$

④ $y = x^2 + 6x - 8$

⑤ $y = -\frac{1}{2}x^2 - 2$

해설

$y = a(x+2)(x-2)$ 이고, $(0, -2)$ 를 지난다.

$$-2 = -4a$$

$$\therefore a = \frac{1}{2}$$

$$y = \frac{1}{2}(x+2)(x-2) = \frac{1}{2}(x^2 - 4)$$

$$\therefore y = \frac{1}{2}x^2 - 2$$

9. 이차함수 $y = 2x^2 - 4x + 1 + k$ 의 최솟값이 4 일 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$y = 2x^2 - 4x + 1 + k = 2(x - 1)^2 - 1 + k$$

최솟값이 4 이므로 $-1 + k = 4$

$$\therefore k = 5$$

10. 이차함수 $y = x^2 + ax + b$ 가 $x = -2$ 일 때, 최솟값 3 을 갖는다. 이 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 28

해설

$x = -2$ 일 때, 최솟값 3 을 가지므로 꼭짓점의 좌표는 $(-2, 3)$

$$\begin{aligned}y &= (x + 2)^2 + 3 \\ &= x^2 + 4x + 7 \\ &= x^2 + ax + b\end{aligned}$$

$$\therefore a = 4, b = 7$$

$$\therefore ab = 4 \times 7 = 28$$

11. 이차함수 $y = -x^2 - 4x + k$ 의 최댓값이 8 일 때, 상수 k 의 값은?

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

해설

$$y = -x^2 - 4x + k = -(x + 2)^2 + 4 + k$$

최댓값이 8 이므로

$$4 + k = 8 \quad \therefore k = 4$$

12. 이차함수 $y = -x^2 + 2ax + 5$ 는 $x = 2$ 일 때, 최댓값 b 를 갖는다. $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 11

해설

$$\begin{aligned}y &= -x^2 + 2ax + 5 \\ &= -(x - a)^2 + a^2 + 5\end{aligned}$$

$x = a$ 일 때, 최댓값 $a^2 + 5$ 를 가지므로 $a = 2$

$$a^2 + 5 = b, \quad b = 9$$

$$\therefore a + b = 11$$

13. 이차함수 $y = ax^2 - 2ax - 3$ 의 최솟값이 -4 일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$$y = a(x^2 - 2x + 1) - a - 3 = a(x - 1)^2 - a - 3$$

$$-a - 3 = -4$$

$$\therefore a = 1$$

14. 이차함수 $y = -ax^2 + 4ax + 5$ 의 최댓값이 -3 일 때, 상수 a 의 값은?

① -8

② -4

③ -2

④ 2

⑤ 4

해설

$$y = -ax^2 + 4ax + 5$$

$$y = -a(x^2 - 4x + 4 - 4) + 5$$

$$y = -a(x - 2)^2 + 4a + 5$$

최댓값은 $4a + 5 = -3$ 이므로 $a = -2$ 이다.

15. 이차함수 $y = -x^2 + bx + c$ 가 직선 $x = -3$ 을 축으로 하고 최댓값 2 를 가질 때, 상수 b, c 의 합 $b - c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $b - c = 1$

해설

꼭짓점의 좌표가 $(-3, 2)$ 이므로 이차함수의 식은 $y = -(x + 3)^2 + 2$ 이고, 전개하면

$$\begin{aligned} y &= -(x + 3)^2 + 2 \\ &= -(x^2 + 6x + 9) + 2 \\ &= -x^2 - 6x - 7 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

$y = -x^2 - 6x - 7$ 이므로 $b = -6, c = -7$ 이다.

$$\therefore b - c = -6 - (-7) = 1$$

16. 이차함수 $y = 2x^2 + bx + c$ 가 직선 $x = 2$ 를 축으로 하고 최솟값 -3 을 가질 때, 상수 b, c 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $b = -8$

▷ 정답 : $c = 5$

해설

꼭짓점의 좌표가 $(2, -3)$ 이므로 이차함수의 식은 $y = 2(x-2)^2 - 3$ 이고, 전개하면

$$y = 2(x-2)^2 - 3 = 2(x^2 - 4x + 4) - 3 = 2x^2 - 8x + 5 \text{ 이다.}$$

$$y = 2x^2 - 8x + 5 \text{ 이므로 } b = -8, c = 5 \text{ 이다.}$$

17. $y = ax^2 + 2x + b$ 에서 $x = -1$ 에서 최솟값 6 을 가질 때, $a + b$ 의 값을 구하여라. (단, $a > 0$)

▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

$$\begin{aligned}y &= ax^2 + 2x + b \\&= a \left\{ \left(x + \frac{1}{a} \right)^2 - \frac{1}{a^2} \right\} + b \\&= a \left(x + \frac{1}{a} \right)^2 - \frac{1}{a} + b\end{aligned}$$

$$a > 0 \text{ 이므로 } -1 + \frac{1}{a} = 0, \quad -\frac{1}{a} + b = 6$$

$$\therefore a = 1, b = 7$$

$$a + b = 1 + 7 = 8$$

18. 최솟값이 -5 이고, 대칭축이 $x = -1$ 인 이차함수의 식이 $y = 2(x + p)^2 + q$ 일 때, $p + q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

최솟값이 -5 이므로 $q = -5$

대칭축이 $x = -1$ 이므로 $p = 1$

$$\therefore p + q = 1 - 5 = -4$$

19. 최댓값이 6 이고, 대칭축이 $x = 3$ 인 이차함수의 식이 $y = -(x-p)^2 + q$ 일 때, $p + q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

최댓값이 6 이므로 $q = 6$

대칭축이 $x = 3$ 이므로 $p = 3$

$\therefore p + q = 3 + 6 = 9$

20. 이차함수 $y = ax^2 - 4x - c$ 는 $x = 2$ 일 때, 최댓값 1 을 가진다. 이때, ac 의 값은?

① -1

② -2

③ -3

④ -4

⑤ -5

해설

$y = ax^2 - 4x + c$ 는 $x = 2$ 일 때,
최솟값 -1 이므로

$$y = a(x - 2)^2 + 1 = ax^2 - 4ax + 4a + 1$$

$-4a = -4$, $4a + 1 = -c$ 이므로

$$a = 1, 4 + 1 = -c, c = -5$$

$$\therefore ac = -5$$