

1. 곡선  $y = -x^2 + kx$  과 직선  $y = x + 1$  이 서로 다른 두점에서 만나도록 하는  $k$  의 값이 아닌 것은?

① -6

② -3

③ 3

④ 6

⑤ 9

### 해설

곡선과 직선이 서로 다른 두 점에서 만나려면

$-x^2 + kx = x + 1$  의 판별식이 0 보다 커야 한다.

$$\Rightarrow x^2 + (1 - k)x + 1 = 0$$

$$D = (1 - k)^2 - 4 > 0, (k + 1)(k - 3) > 0$$

$$k < -1 \text{ 또는 } k > 3$$

$\therefore 3$ 은 주어진 조건을 만족시키지 못한다.

2. 직선  $y = ax + 1$  이 두 이차함수  $y = x^2 + x + 2$ ,  $y = -x^2 + 4x$  의 그래프와 모두 만나지 않도록 상수  $a$  의 값의 범위를 정하면  $\alpha < a < \beta$  이다. 이 때,  $\alpha + \beta$  의 값을 구하면?

① -5

② -3

③ 0

④ 3

⑤ 5

### 해설

직선과 이차함수를 연립하여 판별식이  
0 보다 작으면 직선과 이차함수가 만나지 않는다.

$$\begin{aligned} 1) \quad ax + 1 &= x^2 + x + 2 & 2) \quad ax + 1 &= -x^2 + 4x \\ \Rightarrow x^2 + (1-a)x + 1 &= 0 & \Rightarrow x^2 + (a-4)x + 1 &= 0 \\ D = (a-1)^2 - 4 < 0 & & \Rightarrow D = (a-4)^2 - 4 < 0 \\ \Rightarrow -1 < a < 3 & & \Rightarrow 2 < a < 6 \end{aligned}$$

$\therefore$  1), 2) 의 공통 해 :  $2 < a < 3$

$$\therefore \alpha + \beta = 5$$

3. 함수  $f(x) = x^2 - 4x + 2$  에 대하여  $1 \leq x \leq 4$  에서  $f(f(x))$  의 최솟값은?

① -6

② -5

③ -4

④ -3

⑤ -2

해설

$$f(x) = x^2 - 4x + 2 = (x - 2)^2 - 2$$

$1 \leq x \leq 4$  에서  $-2 \leq f(x) \leq 2$  이므로

$f(x) = t$  로 놓으면

$$\begin{aligned} f(f(x)) &= f(t) = t^2 - 4t + 2 \\ &= (t - 2)^2 - 2 \quad (-2 \leq t \leq 2) \end{aligned}$$

따라서,  $t = 2$  일 때 최솟값은 -2 이다.

4. 함수  $y = -(x^2 + 4x + 5)^2 - 2(x^2 + 4x) - 6$  이  $x = m$  에서 최댓값  $M$  을 갖는다. 이 때,  $M + m$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

### 해설

$y = -(x^2 + 4x + 5)^2 - 2(x^2 + 4x) - 6$  에서

$x^2 + 4x + 5 = t$  로 놓으면

$$y = -(x^2 + 4x + 5)^2 - 2(x^2 + 4x + 5) + 4$$

$$= -t^2 - 2t + 4 = -(t + 1)^2 + 5$$

그런데  $t = x^2 + 4x + 5 = (x + 2)^2 + 1 \geq 1$  이므로

$t = 1$ , 즉  $x = -2$  일 때 최댓값 1 을 갖는다.

따라서,  $m = -2$ ,  $M = 1$

$$\therefore M + m = -1$$

5. 둘레의 길이가 20 cm 인 철사를 구부려서 부채꼴 모양을 만들려고 한다. 부채꼴의 넓이가 최대가 되도록 하는 부채꼴의 반지름을  $a$ , 이때 부채꼴의 넓이를  $b$  라 할 때,  $a + b$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

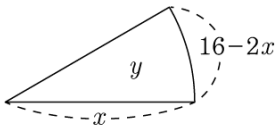
부채꼴의 넓이를  $S$  라 하면

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2}a(20 - 2a) = a(10 - a) = -a^2 + 10a \\ &= -(a^2 - 10a + 25) + 25 \\ &= -(a - 5)^2 + 25 \end{aligned}$$

$$a = 5, b = 25$$

따라서  $a + b = 30$  이다.

6. 둘레의 길이가 16 인 부채꼴에서 반지름의 길이를  $x$  라 하고, 호의 길이는  $16 - 2x$ , 부채꼴의 넓이를  $y$  라 할 때,  $y$  의 최댓값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 16

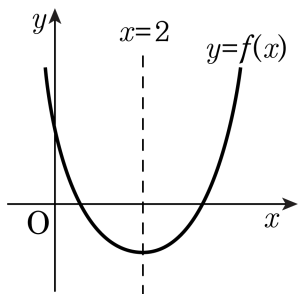
해설

$$\begin{aligned}
 y &= \frac{1}{2} \times x \times (16 - 2x) \\
 &= x(8 - x) \\
 &= -x^2 + 8x \\
 &= -(x^2 - 8x + 16 - 16) \\
 &= -(x - 4)^2 + 16
 \end{aligned}$$

이차함수는 위로 볼록이므로 꼭짓점이 최댓값을 나타낸다.

따라서 꼭짓점이 (4, 16) 이므로 반지름의 길이  $x = 4$  일 때, 부채꼴의 넓이  $y$  가 최댓값 16 을 가진다.

7. 이차함수  $y = f(x)$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때,  $x$ 에 대한 방정식  $(f \circ f)(x) = 0$ 의 모든 실근의 합은? (단,  $y = f(x)$ 의 그래프는  $x$ 축의 양의 방향과 서로 다른 두 점에서 만난다.)



① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

### 해설

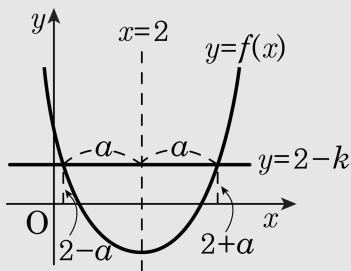
$f(f(x)) = 0$ 에서  $f(x) = t$ 로 놓으면

$f(t) = 0$ 을 만족시키는 두 실근은

$t = 2 - k$  또는  $t = 2 + k$

$(0 < k < 2)$ 로 놓을 수 있다.

$\therefore f(x) = 2 - k$  또는  $f(x) = 2 + k$



(i)  $f(x) = 2 - k$ 를 만족시키는  $x$ 의 값은

$y = f(x)$ 의 그래프와

직선  $y = 2 - k$ 의 교점의  $x$ 좌표이므로

$x = 2 - \alpha$  또는  $x = 2 + \alpha$

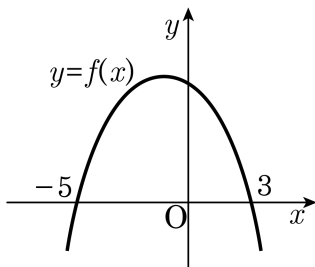
(ii)  $f(x) = 2 + k$ 를 만족시키는  $x$ 의 값도

마찬가지로 생각하면  $x = 2 - \beta$  또는  $x = 2 + \beta$

따라서  $f(f(x)) = 0$ 을 만족시키는 모든 실근의 합은

$(2 - \alpha) + (2 + \alpha) + (2 - \beta) + (2 + \beta) = 8$

8. 이차함수  $y = f(x)$  의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차방정식  $f\left(\frac{x-4}{2}\right) = 0$  의 두 근의 합은?



① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$f(x) = a(x+5)(x-3)$  ( $a < 0$ ) 으로 놓으면

$$\begin{aligned} f\left(\frac{x-4}{2}\right) &= a\left(\frac{x-4}{2} + 5\right)\left(\frac{x-4}{2} - 3\right) \\ &= \frac{a}{4}(x+6)(x-10) \text{ 이므로} \end{aligned}$$

$$\frac{a}{4}(x+6)(x-10) = 0 \text{ 에서}$$

$$x = -6 \text{ 또는 } x = 10$$

따라서 방정식  $f\left(\frac{x-4}{2}\right) = 0$  의 두 근의 합은 4



9.  $x$ 가 실수일 때, 함수  $f(x) = \frac{x^2 + 4x - 1}{x^2 - 2x + 3}$ 의 최댓값을  $M$ , 최솟값을  $m$ 이라 할 때,  $M + m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\frac{x^2 + 4x - 1}{x^2 - 2x + 3} = k \text{ 라 하면}$$

$$x^2 + 4x - 1 = k(x^2 - 2x + 3)$$

$$(k - 1)x^2 - (2k + 4)x + 3k + 1 = 0$$

$$D/4 = (k + 2)^2 - (k - 1)(3k + 1) \geq 0$$

$$-2k^2 + 6k + 5 \geq 0$$

근과 계수의 관계에 의해 최댓값 최솟값의 합은 3이다.

10. 두 실수  $x, y$  가  $x^2 + y^2 - 4x - y - 2 = 0$  을 만족할 때,  $y$  의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$x^2 + y^2 - 4x - y - 2 = 0 \text{ 을 } x \text{ 에 대하여 내림차순으로 정리하면}$$
$$x^2 - 4x + y^2 - y - 2 = 0$$

이 때,  $x$  가 실수이므로 판별식  $D$  라 하면

$$\frac{D}{4} = (-2)^2 - (y^2 - y - 2) \geq 0$$

$$y^2 - y - 6 \leq 0, (y + 2)(y - 3) \leq 0$$

$\therefore -2 \leq y \leq 3$  따라서,  $y$  의 최댓값은 3 이다.

11. 이차함수  $y = x^2 - 2px + 2p^2 - 4p + 2$  의 최솟값을  $m$  이라 할 때,  $m$  의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $-2$

해설

$$\begin{aligned} y &= x^2 - 2px + 2p^2 - 4p + 2 \\ &= (x - p)^2 + p^2 - 4p + 2 \text{ 이므로} \end{aligned}$$

$$m = p^2 - 4p + 2 = (p - 2)^2 - 2$$

따라서  $p = 2$  일 때, 최솟값  $-2$  를 갖는다.

12. 이차함수  $y = x^2 - 2(m+1)x + 4m$  의 최솟값을  $a$  이라 할 때,  $a$  의 최댓값은?

① 1

② -1

③ 2

④ -2

⑤ 0

해설

$$\begin{aligned}y &= x^2 - 2(m+1)x + 4m \\&= \{x^2 - 2(m+1)x + (m+1)^2 - (m+1)^2\} + 4m \\&= \{x - (m+1)\}^2 - (m+1)^2 + 4m \\ \therefore \text{최솟값 } M &= -(m+1)^2 + 4m \\&= -m^2 + 2m - 1 \\&= -(m^2 - 2m + 1) \\&= -(m-1)^2\end{aligned}$$

따라서  $a$  의 최댓값은 0 이다.