

1. $0 < a < b$ 인 실수, a, b 에 대하여 다음 중 옳은 것은?

① $\frac{a}{1+a} < \frac{b}{1+b}$

② $\frac{a}{1+a} \leq \frac{b}{1+b}$

③ $\frac{a}{1+a} > \frac{b}{1+b}$

④ $\frac{a}{1+a} \geq \frac{b}{1+b}$

⑤ $\frac{a}{1+a} = \frac{b}{1+b}$

해설

$0 < a < b$ 에서 $\frac{1}{a} > \frac{1}{b} \dots \textcircled{\text{㉠}}$

㉠의 양변에 1을 더하면

$\frac{1}{a} + 1 > \frac{1}{b} + 1, \frac{1+a}{a} > \frac{1+b}{b} \dots \textcircled{\text{㉡}}$

따라서 ㉡의 역수를 취하면 $\frac{a}{1+a} < \frac{b}{1+b}$

2. $-1 \leq x \leq 2$, $-5 \leq y \leq -2$ 일 때, $3x - 2y$ 의 최댓값과 최솟값의 곱은?

① -16

② -8

③ 8

④ 16

⑤ 18

해설

$-1 \leq x \leq 2$ 이므로 $-3 \leq 3x \leq 6 \dots\dots ㉠$

$-5 \leq y \leq -2$ 이므로 $4 \leq -2y \leq 10 \dots\dots ㉡$

㉠ + ㉡을 하면 $1 \leq 3x - 2y \leq 16$ 따라서 최댓값과 최솟값의 곱은
 16

3. 부등식 $ax + 1 > 3x + 2a$ 의 해가 $x < 1$ 일 때, a 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$(a - 3)x > 2a - 1$ 이므로

먼저 $a = 3$ 인 경우를 생각하면

(좌변)=0, (우변)=5가 되어 부등식이 성립하지 않는다.

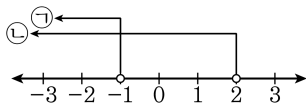
따라서 $a \neq 3$ 인 경우만 생각하면 된다.

(i) $a > 3$ 이면 $x > \frac{2a-1}{a-3}$ 이 되어 $x < 1$ 의 형태가 될 수 없다.

(ii) $a < 3$ 이면 $x < \frac{2a-1}{a-3} = 1$ 에서 $2a - 1 = a - 3 \therefore a = -2$

4. 다 음 은 연 립 부 등 식

$$\begin{cases} ax + b < 0 \cdots \textcircled{\Gamma} \\ cx + d > 0 \cdots \textcircled{\text{L}} \end{cases} \quad \text{의 해 를 수}$$



직선 위에 나타낸 것이다. 이 때,
연립부등식의 해는?

① $x < -1$

② $x < 2$

③ $-1 < x < 2$

④ $-1 \leq x < 2$

⑤ $x > -1$

해설

$x < -1$ 과 $x < 2$ 의 공통부분이 연립부등식의 해이다.

$\therefore x < -1$

5. 연립부등식 $-2 < 3x + 4 \leq 11$ 를 만족하는 정수를 모두 구하면?

① $-1, 0, 1$

② $0, 1, 2$

③ $-1, 0, 1, 2$

④ $-2, -1, 0, 1$

⑤ $0, 1, 2, 3$

해설

$$\begin{cases} -2 < 3x + 4 \\ 3x + 4 \leq 11 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > -2 \\ x \leq \frac{7}{3} \end{cases}$$

따라서 $-2 < x \leq \frac{7}{3}$ 을 만족하는 정수는 : $-1, 0, 1, 2$ 이다.

6. 다음 연립부등식을 만족하는 정수의 개수가 10 개일 때, 정수 a 의 값을 구하여라.

$$\begin{cases} 7x + 4 > 5x \\ 15 - x > a \end{cases}$$

① 3, 4

② 5, 6

③ 6

④ 6, 7

⑤ 4, 5, 6

해설

$$7x + 4 > 5x$$

$$\therefore x > -2$$

$$15 - x > a$$

$$\therefore x < 15 - a$$

만족하는 정수는 10 개이므로 $-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$ 이다.

$$8 < 15 - a \leq 9$$

$$6 \leq a < 7$$

$$\therefore a = 6$$

7. 연립부등식 $\begin{cases} 4x - 2 \geq -10 \\ 6 - x > 3 \end{cases}$ 의 해가 $a \leq x < b$ 일 때, 상수 $a + b$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$6 - x > 3 \rightarrow x < 3$$

$$4x - 2 \geq -10 \rightarrow x \geq -2$$

$$\therefore a + b = -2 + 3 = 1$$

8. 이차부등식 $x^2 + 2x - 35 < 0$ 을 풀면?

① $-15 < x < 12$

② $-15 < x < 5$

③ $-7 < x < 5$

④ $-7 < x < 2$

⑤ $-5 < x < 7$

해설

$$x^2 + 2x - 35 < 0 \text{ 에서 } (x + 7)(x - 5) < 0$$

$$\therefore -7 < x < 5$$

9. 연립이차부등식 $\begin{cases} x^2 - 6x + 9 > 0 \\ x^2 - 3x - 4 \leq 0 \end{cases}$ 의 해를 바르게 구한 것을 고르면?

① $-1 \leq x < 4$

② $3 < x \leq 4$

③ $-1 \leq x < 3$

④ $-1 \leq x < 3$ 또는 $3 < x \leq 4$

⑤ 해가 없다

해설

$$\begin{cases} (x-3)^2 > 0 & : x \neq 3 \text{인 모든 실수} \\ (x-4)(x+1) \leq 0 & : -1 \leq x \leq 4 \end{cases}$$



$\therefore -1 \leq x < 3$ 또는 $3 < x \leq 4$

10. 다음 부등식의 해가 없을 때, 상수 m 의 값의 합은?

$$m^2x - 1 > m(x - 1)$$

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$m^2x - 1 > m(x - 1)$ 에서

$$m^2x - 1 > mx - m$$

$$\therefore (m^2 - m)x > 1 - m \cdots \textcircled{㉠}$$

㉠의 해가 없어야 하므로

$$m^2 - m = 0, 1 - m \geq 0$$

$$m^2 - m = 0 \text{에서 } m(m - 1) = 0$$

$$\therefore m = 0 \text{ 또는 } 1 \cdots \textcircled{㉡}$$

$$1 - m \geq 0 \text{에서 } m \leq 1 \cdots \textcircled{㉢}$$

따라서 ㉡, ㉢에서 $m = 0$ 또는 $m = 1$

11. 연립부등식 $\{x \mid 3 - x > -1, 3x - 1 \geq 2\}$ 의 해를 $a \leq x < b$ 라고 할 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하면?

①

17

② 16

③ 15

④ 14

⑤ 13

해설

$$3 - x > -1, \quad -x > -1 - 3, \quad x < 4,$$

$$3x - 1 \geq 2, \quad 3x \geq 3, \quad x \geq 1 \text{ 이므로}$$

$$\text{연립부등식의 해는 } 1 \leq x < 4,$$

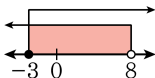
$$\text{따라서 } a^2 + b^2 = 1 + 16 = 17 \text{ 이다.}$$

12. 연립부등식

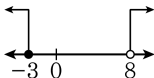
$$\begin{cases} 2(x-4) < x \\ 2x+3 \leq 3(x+2) \end{cases}$$

의 해를 수직선 위에 바르게 나타낸 것은?

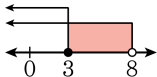
①



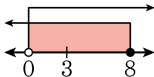
②



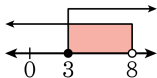
③



④



⑤



해설

1. $2(x-4) < x$, $x < 8$

2. $2x+3 \leq 3(x+2)$, $x \geq -3$

공통된 해를 찾으면 $-3 \leq x < 8$

13. 연립부등식 $\begin{cases} \frac{x-1}{2} > 1 \\ 0.7x + 0.5 < 0.2x + 1 \end{cases}$ 의 해는?

① $-3 < x < 3$

② $x < -3$

③ $x > 3$

④ 해가 없다.

⑤ $-3 < x < 5$

해설

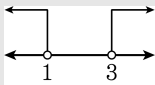
$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{x-1}{2} > 1 \\ 0.7x + 0.5 < 0.2x + 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x - 1 > 2 \\ 7x + 5 < 2x + 10 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x > 3 \\ 5x < 5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x > 3 \\ x < 1 \end{cases}$$

따라서 해가 없다.



14. 연립부등식 $\begin{cases} -x + 1 < 4 \\ 4x + 2 < -10 \end{cases}$ 의 해는?

① $x < -3$

② $x = -3$

③ $x > -3$

④ $-3 < x < 3$

⑤ 해가 없다.

해설

(i) $-x + 1 < 4, x > -3$

(ii) $4x + 2 < -10, x < -3$

따라서 해가 없다.

15. 연립부등식 $2x + a < x + 2 < 4(x - 1)$ 의 해가 $b < x < 5$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① -5

② -1

③ 1

④ 3

⑤ 5

해설

$$2x + a < x + 2 < 4(x - 1)$$

$$2x + a < x + 2 \rightarrow x < 2 - a$$

$$x + 2 < 4(x - 1) \rightarrow x > 2$$

$$2 < x < 2 - a \text{ 가 } b < x < 5 \text{ 이므로 } a = -3, b = 2$$

$$\therefore a + b = -1$$

16. 연립부등식

$$\begin{cases} 4x - a < 3x \\ 3(x - 2) \geq 2x - 1 \end{cases}$$

의 해가 없을 때, 상수 a 의 값의 범위는?

① $a < 10$

② $a \leq 10$

③ $a > 5$

④ $a \leq 5$

⑤ $a > 3$

해설

$4x - a < 3x$, $x < a$, $3(x - 2) \geq 2x - 1$, $x \geq 5$, 해가 없으려면
 $a \leq 5$

17. 모든 실수 x 에 대하여 $a(x^2 + 2x + 2) \geq 2x^2 + 4x + 5$ 가 성립할 때 a 의 최솟값을 구하면?

① -1

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$a(x^2 + 2x + 2) \geq 2x^2 + 4x + 5$ 에서

$$(a-2)x^2 + 2(a-2)x + (2a-5) \geq 0$$

이 모든 실수 x 에 대하여 성립해야 하므로

$$a-2 > 0 \cdots \textcircled{㉠}$$

판별식 $\frac{D}{4} = (a-2)^2 - (a-2)(2a-5) \leq 0$ 이므로

$$a^2 - 4a + 4 - (2a^2 - 9a + 10)$$

$$= a^2 - 4a + 4 - 2a^2 + 9a - 10$$

$$= -a^2 + 5a - 6$$

$$= -(a^2 - 5a + 6)$$

$$= -(a-2)(a-3) \leq 0$$

따라서 $(a-2)(a-3) \geq 0$ 이므로

$$a \leq 2 \text{ 또는 } a \geq 3 \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠, ㉡에서 $a \geq 3$

따라서 a 의 최솟값은 3

18. 부등식 $ax^2 + bx + c > 0$ 의 해가 $0 < \alpha < x < \beta$ 일 때 부등식 $cx^2 - bx + a > 0$ 의 해는?

① $x < -\frac{1}{\alpha}$ 또는 $x > -\frac{1}{\beta}$

② $x < -\frac{1}{\beta}$ 또는 $x > \frac{1}{\alpha}$

③ $-\frac{1}{\alpha} < x < -\frac{1}{\beta}$

④ $\frac{1}{\alpha} < x < \frac{1}{\beta}$

⑤ $\frac{1}{\beta} < x < \frac{1}{\alpha}$

해설

$ax^2 + bx + c > 0$ 의 해가 $\alpha < x < \beta$ 이므로

$a < 0$ 이다. 해가 $0 < \alpha < x < \beta$ 이고

이차항의 계수가 1인 부등식은 $(x - \alpha)(x - \beta) < 0$

양변에 a 를 곱하면

$$a(x - \alpha)(x - \beta) > 0$$

$$ax^2 - a(\alpha + \beta)x + a\alpha\beta > 0$$

$$\therefore b = -a(\alpha + \beta), c = a\alpha\beta$$

따라서 $cx^2 - bx + a > 0$ 에 대입하면

$$a\alpha\beta x^2 + a(\alpha + \beta)x + a > 0$$

$$\alpha\beta x^2 + (\alpha + \beta)x + 1 < 0$$

$$(\alpha x + 1)(\beta x + 1) < 0$$

$$\therefore -\frac{1}{\alpha} < x < -\frac{1}{\beta} \quad (\because 0 < \alpha < \beta)$$

19. $ax^2 - 2ax + 3 < 0$ 를 만족하는 x 가 없도록 하는 실수 a 의 값의 범위는?

① $a > 0$

② $-1 < a < 3$

③ $0 \leq a \leq 3$

④ $-1 < a < 4$

⑤ $-1 \leq a \leq 4$

해설

(i) $a = 0$ 일 때, 성립한다.

(ii) $a \neq 0$ 일 때, 함수 $y = ax^2 - 2ax + 3$ 에서 $D \leq 0$ 이므로
 $a^2 - 3a \leq 0$

$\therefore 0 < a \leq 3 (\because a \neq 0)$

20. 두 부등식 $2x - 1 > 0$, $(x + 1)(x - a) < 0$ 을 동시에 만족하는 x 의 값의 범위가 $\frac{1}{2} < x < 3$ 이 되도록 하는 정수 a 의 값은? (단, $a > 1$)

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$2x - 1 > 0$$

$$\therefore x > \frac{1}{2} \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$(x + 1)(x - a) < 0$$

$$\therefore -1 < x < a \cdots \cdots \textcircled{2}$$

즉 ①, ②의 공통 부분이 $\frac{1}{2} < x < 3$ 이므로

$$\therefore a = 3$$

21. 부등식 $x^2 - 4|x| - 5 < 0$ 을 풀면?



① $-5 < x < 5$

② $-5 < x < 0$

③ $-5 < x < 1$

④ $-1 < x < 5$

⑤ $-1 < x < 6$

해설

(i) $x \geq 0$ 일 때, $|x| = x$ 이므로

$$x^2 - 4x - 5 < 0, (x - 5)(x + 1) < 0$$

$$-1 < x < 5$$

이 때 $x \geq 0$ 과의 공통범위는 $0 \leq x < 5$

(ii) $x < 0$ 일 때

$$x^2 + 4x - 5 < 0, (x + 5)(x - 1) < 0$$

$$-5 < x < 1$$

이 때 $x < 0$ 과 공통 범위는 $-5 < x < 0$

(i), (ii)에서 $-5 < x < 5$

22. 이차방정식 $f(x) = 0$ 의 두 근의 합이 2일 때, 방정식 $f(2x-3) = 0$ 의 두 근의 합은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$f(x) = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하면 $\alpha + \beta = 2$

$f(2x-3) = 0$ 에서 $2x-3 = \alpha, 2x-3 = \beta$

$$\therefore x = \frac{\alpha+3}{2}, \frac{\beta+3}{2}$$

$$\therefore \text{두 근의 합은 } \frac{(\alpha+\beta)+6}{2} = 4$$

23. x 에 관한 이차부등식 $x^2 - (a - 6)x + a - 3 \leq 0$ 을 만족하는 실수 x 가 존재할 때, 실수 a 의 범위는 ?

① $4 \leq a \leq 12$

② $a \leq 4, a \geq 12$

③ $6 \leq a \leq 8$

④ $a \leq 6, a \geq 8$

⑤ $4 \leq a \leq 8$

해설

$x^2 - (a - 6)x + a - 3 \leq 0$ 의 실수해가 존재하려면

$$D = (a - 6)^2 - 4(a - 3) \geq 0$$

$$a^2 - 16a + 48 \geq 0, (a - 4)(a - 12) \geq 0$$

$$\therefore a \leq 4, a \geq 12$$

24. 이차함수 $f(x) = x^2 - 4x + a$ 와 $g(x) = -x^2 - 2x + 1$ 이 있다. 임의의 실수 x_1, x_2 에 대하여 $f(x_1) > g(x_2)$ 일 때, 실수 a 의 값의 범위는?

- ① $a > 6$ ② $a > 5$ ③ $a > 4$ ④ $a > 3$ ⑤ $a > 2$

해설

$$f(x) = x^2 - 4x + a = (x - 2)^2 + a - 4 \text{ 에서}$$

$f(x)$ 의 최솟값은 $a - 4$,

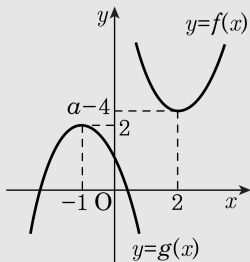
$$g(x) = -x^2 - 2x + 1 \\ = -(x + 1)^2 + 2 \text{ 에서}$$

$g(x)$ 의 최댓값은 2

한편, 모든 실수 x_1, x_2 에 대하여

$f(x_1) > g(x_2)$ 이면 오른쪽 그림과 같이 $f(x)$ 의 최솟값이 $g(x)$ 의 최댓값보다 커야 하므로

$$a - 4 > 2 \quad \therefore a > 6$$



25. 세 변의 길이가 $x-1$, x , $x+1$ 인 삼각형이 둔각삼각형이 되도록 하는 x 의 값의 범위가 $a < x < b$ 라 할 때, $a+b$ 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$x-1$, x , $x+1$ 은 삼각형의 세 변이므로

$$x-1 > 0, x > 0, x+1 > 0$$

$$x-1+x > x+1 \therefore x > 2 \dots\dots ①$$

한편, 둔각삼각형이 되려면 $(x-1)^2 + x^2 < (x+1)^2$

$$x^2 - 4x < 0 \text{에서 } 0 < x < 4 \dots\dots ②$$

①과 ②에서 $2 < x < 4$

$$\therefore a = 2, b = 4$$

$$\text{따라서 } a+b = 6$$

26. 이차방정식 $x^2 - mx + 4 = 0$ 의 두 근 사이에 1 이 있도록 하는 실수 m 의 값의 범위는?

① $m < -5$

② $m > -2$

③ $-2 < m < 2$

④ $m > 2$

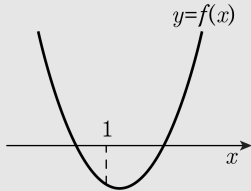
⑤ $m > 5$

해설

$f(x) = x^2 - mx + 4$ 라 하면 함수 $y = f(x)$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.

$$f(1) < 0 \text{ 에서 } 5 - m < 0$$

$$\therefore m > 5$$



27. $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대 정수라고 할 때, $y = 2[x] + 3$, $y = 3[x - 2] + 5$ 를 동시에 만족시키는 정수가 아닌 x 에 대하여 $x + y$ 의 범위를 구하면?

① $13 < x + y < 14$

② $14 < x + y < 15$

③ $-4 < x + y < 4$

④ $15 < x + y < 16$

⑤ $x + y = 16.4$

해설

$$2[x] + 3 = 3[x - 2] + 5, \quad 2[x] + 3 = 3([x] - 2) + 5$$

$$\therefore [x] = 4$$

x 가 정수가 아니므로 $4 < x < 5$

$$y = 2[x] + 3 = 11 \text{ 이므로 } 15 < x + y < 16$$

28. <보기> x 에 대한 부등식 $ax^2 + 4ax + 5a > 0$ 의 설명으로 옳은 것은 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ $a > 0$ 일 때 해는 모든 실수이다.
㉡ $a = 0$ 일 때 해는 $x = 0$ 뿐이다.
㉢ $a < 0$ 일 때 해는 없다.

① ㉠

② ㉠, ㉡

③ ㉠, ㉢

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

$ax^2 + 4ax + 5a > 0$ 에서

$a(x^2 + 4x + 5) > 0$, $a\{(x+2)^2 + 1\} > 0$

㉠ $a > 0$ 일 때 $(x+2)^2 + 1 > 0 \therefore$ 모든 실수

㉡ $a = 0$ 일 때 $0 \cdot \{(x+2)^2 + 1\} > 0 \therefore$ 해는 없다.

㉢ $a < 0$ 일 때 $(x+2)^2 + 1 < 0 \therefore$ 해는 없다.

29. 어느 회사가 판매하고 있는 상품의 1개당 판매 가격을 작년보다 $x\%$ 올리면 이 상품의 판매량이 작년보다 $\frac{x}{2}\%$ 감소한다고 한다. 이 회사가 올해 판매 금액의 10% 를 상여금으로 지급할 때, 올해 판매 금액에서 상여금을 제외한 금액이 작년 판매 금액보다 크거나 같게 되기 위한 x 의 최댓값은?

- ① 60 ② $\frac{200}{3}$ ③ $\frac{230}{3}$ ④ 80 ⑤ 90

해설

이 회사가 판매하는 상품의 작년 1개당
판매 가격을 a , 판매량을 b 라 하자.

올해 판매 가격을 $x\%$ 올리면

올해 판매 가격은 $a\left(1 + \frac{x}{100}\right)$,

판매량은 $b\left(1 - \frac{x}{200}\right)$ 이므로

올해 판매 금액에서 상여금을 제외한 금액은

$$a\left(1 + \frac{x}{100}\right) \times b\left(1 - \frac{x}{200}\right) \times \frac{9}{10}$$

작년 판매 금액이 ab 이므로

$$a\left(1 + \frac{x}{100}\right) \times b\left(1 - \frac{x}{200}\right) \times \frac{9}{10} \geq ab$$

이 부등식을 정리하면

$$9x^2 - 900x + 20000 \leq 0$$

$$(3x - 100)(3x - 200) \leq 0$$

$$\therefore \frac{100}{3} \leq x \leq \frac{200}{3}$$

30. 이차방정식 $x^2 + 2kx + k = 0$ 의 두 근이 모두 -1 과 1 사이에 있기 위한 k 값의 범위가 $a < k \leq b$ 라 할 때, ab 의 값은?

① -1

② $-\frac{1}{2}$

③ 0

④ $\frac{1}{2}$

⑤ 1

해설

$$D/4 = k^2 - k \geq 0, k(k-1) \geq 0, \therefore k \leq$$

$$0, k \geq 1$$

$$f(x) = x^2 + 2kx + k \text{라 하면}$$

$$f(-1) = 1 - k > 0$$

$$\therefore k < 1$$

$$f(1) = 1 + 3k > 0 \therefore k > -\frac{1}{3}$$

$$\text{대칭축 } x = -k \text{ 이므로 } -1 < -k < 1$$

$$\therefore -1 < k < 1$$

$$\therefore -\frac{1}{3} < k \leq 0$$

$$\therefore ab = 0$$

