1. 다음 중에서 성립하지 <u>않는</u> 것은?

① $a^2 \geq 0$

② $a^2 + b^2 \geq 0$

③ $a^2 = 0 \Leftrightarrow a = 0$

④ $a^2 + b^2 = 0 \Leftrightarrow a = b = 0$

⑤ $a > b \Leftrightarrow ab > 0$

해설

① $a^2 \geq 0$ (항상 성립)
② $a^2 + b^2 \geq 0$ (항상 성립)
③ $a^2 = 0 \Leftrightarrow a = 0$ (항상 성립)
④ $a^2 + b^2 = 0 \Leftrightarrow a = b = 0$ (항상 성립)
⑤ $a > b \Leftrightarrow ab > 0$
(반례 : $a > 0$, $b < 0$이면 $a > b$이지만 $ab < 0$이다.)

2. x에 대한 부등식 $(a+b)x+a-2b>0$의 해가 $x<1$일 때, x에 대한 부등식 $(b-3a)x+a+2b>0$의 해는?

① $x<-10$ ② $x<-5$ ③ $x>-5$

④ $x<5$ ⑤ $x>5$

해설

$(a+b)x+a-2b>0$에서 $(a+b)x>-a+2b\cdots$ ㉠

㉠의 해가 $x<1$이려면 $a+b<0\cdots$ ㉡

㉠이 양변을 $a+b$로 나누면 $x<\dfrac{-a+2b}{a+b}$이므로

$\dfrac{-a+2b}{a+b}=1,\quad -a+2b=a+b$

$\therefore 2a=b\cdots$ ㉢

㉢을 ㉡에 대입하면 $a+2a=3a<0 \therefore a<0$

㉢을 부등식 $(b-3a)x+a+2b>0$에 대입하면

$(2a-3a)x+a+4a>0,\quad -ax>-5a\quad \therefore x>5$

3. 다음을 연립부등식으로 나타낸 것 중 옳은 것은?

> 어떤 수 x 에서 9를 빼면 11 보다 작고, x 의 3 배에 3을 더하면 25 보다 작지 않다.

① $\begin{cases} x-9<11 \\ 3x+3>25 \end{cases}$

② $\begin{cases} x-9<11 \\ 3x+3<25 \end{cases}$

③ $\begin{cases} x-9<11 \\ 3x+3\geq 25 \end{cases}$

④ $\begin{cases} x-9>11 \\ 3x+3<25 \end{cases}$

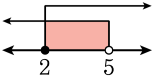
⑤ $\begin{cases} x+9<11 \\ 3x-3\geq 25 \end{cases}$

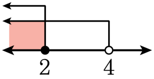
해설

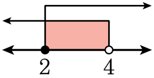
문제의 뜻에 맞게 세우면

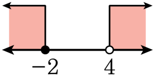
$$\begin{cases} x-9<11 \\ 3x+3\geq 25 \end{cases}$$

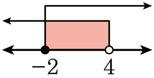
4. 다음 부등식 $-1+x \le -3x+7 < -4x+11$ 의 해를 수직선에 바르게 나타낸 것은?

①


②


③


④


⑤


해설

$-1+x \le -3x+7$

$4x \le 8$

$\therefore x \le 2$

$-3x+7 < -4x+11$

$\therefore \ x < 4$

$\therefore \ x \le 2$

5. 연립부등식 $\begin{cases} 2x+4<a \\ x+7>5 \end{cases}$ 의 해가 $-2<x<6$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$$\begin{cases} 2x+4<a \\ x+7>5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x<\dfrac{a-4}{2} \\ x>-2 \end{cases}$$

$$-2<x<\frac{a-4}{2}$$

$$\frac{a-4}{2}=6,\ a-4=12$$

$$\therefore\ a=16$$

6. 양의 실수 a에 대하여 $-x^2+7x-10 \geq 0$의 모든 해가 $x^2-4ax+3a^2 \leq 0$을 만족할 때, a의 값의 범위는?

① $\frac{1}{3} \leq a \leq 2$ ② $\frac{2}{3} \leq a \leq 2$ ③ $\frac{5}{3} \leq a \leq 2$
④ $\frac{5}{3} \leq a \leq 5$ ⑤ $2 \leq a \leq 5$

해설

$-x^2+7x-10 \geq 0$

$x^2-7x+10 \leq 0$

$(x-2)(x-5) \leq 0$

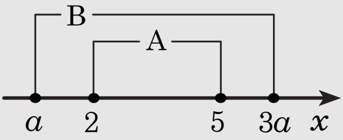
$2 \leq x \leq 5$

$x^2-4ax+3a^2 \leq 0$

$(x-a)(x-3a) \leq 0$

$a \leq x \leq 3a(\because a > 0)$

㉠의 모든 해가 ㉡에 포함되므로



따라서 $a \leq 2,\ 3a \geq 5$이므로 $\frac{5}{3} \leq a \leq 2$

7. 다음 이차부등식 중 해가 존재하지 않는 것은?

① $2x^2 - 6x + 1 \le 0$

② $x^2 - 2x - 3 < 0$

③ $x^2 - x + 1 > 0$

④ $x^2 - 6x + 9 > 0$

⑤ $4x^2 - 4x + 1 < 0$

해설

① $(x - \frac{3 - \sqrt{7}}{2})(x - \frac{3 + \sqrt{7}}{2}) \le 0$

$\Rightarrow \frac{3 - \sqrt{7}}{2} \le x \le \frac{3 + \sqrt{7}}{2}$

② $(x + 1)(x - 3) < 0 \Rightarrow -1 < x < 3$

③ $(x - \frac{1}{2})^2 + \frac{3}{4} > 0 \Rightarrow x$ 는 모든 실수

④ $(x - 3)^2 > 0 \Rightarrow x \neq 3$ 인 모든 실수

⑤ $(2x - 1)^2 < 0 \Rightarrow$ 해는 없다

8. 연립부등식 $\begin{cases} 2x \leq x+4 \\ x^2-4x-5<0 \end{cases}$ 을 만족시키는 정수 x의 개수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5 개

해설

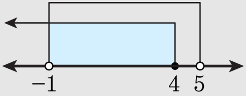
㉠ $2x \leq x+4$,

$\therefore x \leq 4$

㉡ $x^2-4x-5<0$

$\Rightarrow (x-5)(x+1)<0$

$\therefore -1<x<5$



㉠, ㉡의 범위의

공통범위는 $-1<x \leq 4$

$\therefore x=0, 1, 2, 3, 4$ 총 5 개

9. $3x+2 \geq -13$, $x-1 \geq 2x$ 에 대하여 연립부등식의 해를 구하여라.

① $\varnothing$　　② $1 \leq x \leq 5$　　③ $-5 \leq x \leq 1$

④ $-1 \leq x \leq 5$　　⑤ $-5 \leq x \leq -1$

해설

$A : 3x+2 \geq -13$

$\therefore \; x \geq -5$

$B : x \leq -1$

$\therefore -5 \leq x \leq -1$

10. 부등식 A는 $\frac{1}{3}(x-2) \geq \frac{1}{2}(3-x)+x$이고 , B는 $\frac{1}{6}(10-x) \geq \frac{5}{3}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① 부등식 A의 모든 해는 부등식 B의 모든 해이다.

② A와 B의 공통해는 없다.

③ A와 B의 공통해는 B이다.

④ A와 B를 합한 부분은 $x \geq 0$이다.

⑤ A에서 B를 제외하면 $x \geq -13$이다.

해설

A : $\frac{1}{3}(x-2) \geq \frac{1}{2}(3-x)+x$ 의 양변에 6 을 곱하여 간단히 하면

$2(x-2) \geq 3(3-x)+6x$

$2x-4 \geq 9-3x+6x$

$x \leq -13$

B : $\frac{1}{6}(10-x) \geq \frac{5}{3}$ 의 양변에 6 을 곱하여 간단히 하면 $10-x \geq 10$

$x \leq 0$

A가 $x \leq -13$이고, B가 $x \leq 0$이므로

부등식 A의 모든 해는 부등식 B의 모든 해이다.

A와 B의 공통해는 $x \leq -13$이다.

11. 연립부등식 $\begin{cases} 0.3(x-1)+0.2(x+4)<x-3 \\ \frac{5}{6}x-\frac{4}{9}(x+1) \geq \frac{1}{2}x-3 \end{cases}$ 를 만족하는 정수의 개수를 구하면?

① 15 개　② 16 개　③ 17 개　④ 18 개　⑤ 19 개

해설

i) $0.3(x-1)+0.2(x+4)<x-3$

양변에 10 을 곱한 후 괄호를 풀면,

$3x-3+2x+8<10x-30$

$5x>35$

$x>7$

ii) $\frac{5}{6}x-\frac{4}{9}(x+1) \geq \frac{1}{2}x-3$

양변에 분모의 최소공배수인 18을 곱한 후 괄호를 풀면,

$15x-8(x+1) \geq 9x-54$

$15x-8x-8 \geq 9x-54$

$2x \leq 46$

$x \leq 23$

따라서 $7<x \leq 23$ 를 만족하는 정수는 $8,\ 9,\ 10,\ \cdots,\ 23$ 의 16 개이다.

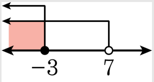
12. 연립부등식 $\begin{cases} 0.8+0.3x \le -0.1 \\ \dfrac{x-1}{3} < 2 \end{cases}$ 를 만족하는 가장 큰 정수를 구하여라.

▶ **답 :**

▷ **정답 :** -3

해설

$\begin{cases} 0.8+0.3x \le -0.1 \\ \dfrac{x-1}{3} < 2 \end{cases}$



$\Rightarrow \begin{cases} 8+3x \le -1 \\ x-1 < 6 \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} x \le -3 \\ x < 7 \end{cases}$

$\therefore\ x \le -3$

가장 큰 정수는 -3 이다.

13. 연립부등식 $\begin{cases} 0.9+0.1x \le -0.3 \\ \dfrac{x-1}{4} < 1 \end{cases}$ 을 만족하는 가장 큰 정수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -12

해설

$0.9+0.1x \le -0.3$

$9+x \le -3$

$x \le -12 \quad \cdots ㉠$

$\dfrac{x-1}{4} < 1$

$x-1 < 4$

$x < 5 \quad \cdots ㉡$

㉠, ㉡의 공통부분은 $x \le -12$

따라서 가장 큰 정수 -12 이다.

14. 연립부등식 $3x - a < 2x + 1 \le \dfrac{10x + b}{3}$ 의 해가 $-1 \le x < 9$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① 15　　② 13　　③ 11　　④ 9　　⑤ 7

해설

i) $3x - a < 2x + 1$

$x < 1 + a$

ii) $2x + 1 \le \dfrac{10x + b}{3}$

양변에 3 을 곱하면

$6x + 3 \le 10x + b$

$x \ge \dfrac{3 - b}{4}$

부등식의 해 $\dfrac{3 - b}{4} \le x < a + 1$ 과 $-1 \le x < 9$ 가 같아야 하므로

$\dfrac{3 - b}{4} = -1, \quad b = 7$

$a + 1 = 9, \quad a = 8$

$\therefore \ a + b = 15$

15. 연립부등식 $\begin{cases} x+a \ge 3+2x \\ 3(x-1) \ge 2x-5 \end{cases}$ 를 만족하는 정수 x 의 개수가 5 개일 때, 상수 a 의 값의 범위는?

① $5 \le a < 6$ ② $5 < a \le 6$ ③ $5 \le a \le 6$

④ $6 \le a < 7$ ⑤ $6 < a \le 7$

해설

1. $x+a \ge 3+2x$

$x \le a-3$

2. $3(x-1) \ge 2x-5$

$x \ge -2$

$\therefore \quad -2 \le x \le a-3$ 만족하는 정수 x 의 개수가 5 개이므로

$2 \le a-3 < 3$

$\therefore \quad 5 \le a < 6$

16. $3x-5 \leq 10$, $x+2 > a$의 정수해가 1개가 되도록 하는 a 의 값의 범위는?

① $4 \leq a < 5$ ② $5 \leq a < 6$ ③ $6 \leq a < 7$

④ $7 \leq a < 8$ ⑤ $8 \leq a < 9$

해설

A : $3x \leq 15 \rightarrow x \leq 5$

B : $x > a-2$

$a-2 < x \leq 5$에 속하는 정수가 1개여야 하므로

$4 \leq a-2 < 5$

$\therefore 6 \leq a < 7$

17. 연립부등식 $\begin{cases} 5(2+x)+9 \le -1 \\ 3(ax+1)-2x \ge -1 \end{cases}$ 을 풀었더니 그 해가 $x=-4$ 이었을 때, a 값을 구하면?

① -2　② -1　③ 1　④ 2　⑤ 5

해설

$5(2+x)+9 \le -1$

$10+5x+9 \le -1$

$5x \le -1-19$

$x \le -4$

이므로 해가 $x=-4$ 이기 위해서는 다음 부등식의 해는 $x \ge -4$ 이어야 하므로

$3(ax+1)-2x \ge -1$

$3ax+3-2x \ge -1$

$(3a-2)x \ge -4$

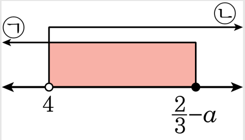
$3a-2=1$　　$\therefore\ a=1$

18. 두 부등식이 $\frac{2-3x}{3} \geq a$, $2x+4 < 3x$ 일 때, 공통된 해가 존재하기 위한 상수 a 의 값의 범위는?

① $a < \frac{2}{3}$ ② $a < \frac{5}{3}$ ③ $a > 4$
④ $a < -\frac{5}{3}$ ⑤ $a < -\frac{10}{3}$

해설

$\frac{2-3x}{3} \geq a$ 를 풀면, $2-3x \geq 3a$, $3x \leq 2-3a$, $x \leq \frac{2}{3}-a$ $\cdots$㉠
$2x+4 < 3x$ 를 풀면, $x > 4$ $\cdots$㉡
㉠, ㉡의 공통부분이 있어야 한다. 즉,



이므로, $4 < \frac{2}{3} - a$

$\therefore\ a < -\frac{10}{3}$

19. 연립부등식

$$\begin{cases} a+5x<2a \\ 2(x-1)\ge -6 \end{cases}$$

이 해를 갖지 않기 위한 정수 a 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -10

해설

$a+5x<2a$

$x<\frac{a}{5}$

$2(x-1)\ge -6$

$2x-2\ge -6$

$\therefore x\ge -2$

연립부등식이 해를 갖지 않으려면

$\frac{a}{5}\le -2$

$\therefore a\le -10$

따라서 a 의 최댓값은 -10 이다.

20. 연립부등식 $\begin{cases} 4x - a < 5 \\ 2(3-x) \le 7 \end{cases}$ 의 해가 없을 때, a 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a \le -7$

해설

$2(3-x) \le 7$

$6 - 2x \le 7$

$-2x \le 1$

$\therefore \ x \ge -\frac{1}{2}$

$4x - a < 5$

$\therefore \ x < \frac{a+5}{4}$

해가 없으려면 $\frac{a+5}{4} \le -\frac{1}{2}$ 이다.

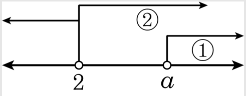
따라서 $a + 5 \le -2$ 이므로 $a \le -7$ 이다.

21. 연립부등식 $\begin{cases} x > a \\ x \le 2 \end{cases}$ 의 해가 없도록 하는 a 의 값 중 가장 작은 값은?

① -2　　② 0　　③ 1　　④ 2　　⑤ 3

해설

$\begin{cases} x > a \\ x \le 2 \end{cases}$ 의 해가 없으려면



$x > a$ 는 ①이거나 ②이므로 $a \ge 2$

따라서 a 의 가장 작은 수는 2 이다.

22. 300 원짜리 사과와 200 원짜리 귤을 합하여 15 개를 사는데 금액을 3950 원 이하로 귤보다 사과를 많이 사려고 한다. 이 조건을 만족하여 살 수 있는 사과의 개수는 최대 몇 개인가?

▶ 답 : ______ 개

▷ 정답 : 9 개

해설

사과의 개수 : x 개 , 귤의 개수 : $(15-x)$ 개

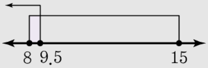
$$\begin{cases} 300x+200(15-x) \le 3950 \cdots ㉠ \\ 8 \le x \le 15 \end{cases}$$

㉠ : $300x+3000-200x \le 3950$

$100x \le 3950-3000$

$100x \le 950$

$\therefore x \le 9.5$



따라서 살 수 있는 사과의 최대 개수는 9 개이다.

23. 200 원짜리 자두와 500 원짜리 복숭아을 합하여 9 개를 사는데, 그 값이 2800 원 이상 3600 원 이하가 되게 하려고 한다. 복숭아는 최대 몇 개까지 살 수 있는지 구하여라.

▶ 답 : ______ 개

▷ 정답 : 6 개

해설

자두의 개수 : $(9-x)$ 개, 복숭아의 개수 : x 개

$2800 \le 200(9-x)+500x \le 3600$

$$\begin{cases} 2800 \le 200(9-x)+500x \\ 200(9-x)+500x \le 3600 \end{cases}$$

$\therefore \dfrac{10}{3} \le x \le 6$

따라서 살 수 있는 복숭아의 최대 개수는 6 개이다.

24. 다각형의 내각의 합이 $450°$ 이상 $600°$ 이하일 때, 이 다각형은 몇 각형인가?

① 오각형 ② 육각형 ③ 칠각형

④ 팔각형 ⑤ 구각형

해설

$450° \le 180°(n-2) \le 600°$

$450° \le 180°n - 360° \le 600°$

$810° \le 180°n \le 960°$

$\frac{81}{18} \le n \le \frac{96}{18}$

$4.5 \le n \le 5.333\cdots$

그러므로 $n = 5$

25. 부등식 $ax^2+(a+1)x+a>0$을 만족하는 실수 x가 존재하기 위한 상수 a의 값의 범위는?

① $a>-1$　② $a>-\frac{1}{2}$　③ $a>-\frac{1}{3}$

④ $a>-\frac{1}{4}$　⑤ $a>-\frac{1}{5}$

해설

$ax^2+(a+1)x+a>0$에서

i) $a=0$이면 $x>0$

$\therefore$ 실수해가 존재한다.

ii) $a>0$ 이면 $y=ax^2+(a+1)x+a$의 그래프가 아래로 볼록한 모양이므로

$ax^2+(a+1)x+a>0$을 만족시키는 x값이 반드시 존재한다.

iii) $a<0$이면 $D=(a+1)^2-4a^2>0$

$3a^2-2a-1<0$, $(3a+1)(a-1)<0$

$\therefore\ -\frac{1}{3}<a<1$, $a<0$ 이므로 $-\frac{1}{3}<a<0$

i), ii), iii) 에서 $a>-\frac{1}{3}$

26. 다음 부등식의 해가 $a < x < b$일 때 ab의 값은?

$$x^2 + |x| - 2 < 0$$

① -2　② -1　③ 0　④ 1　⑤ 2

해설

(i) $x \geq 0$일 때, $|x| = x$이므로
$x^2 + x - 2 < 0$, $(x+2)(x-1) < 0$
$\therefore -2 < x < 1$
이 때, $x \geq 0$과 $-2 < x < 1$의 공통 범위는 $0 \leq x < 1$
(ii) $x < 0$일 때, $|x| = -x$ 이므로
$x^2 - x - 2 < 0$, $(x-2)(x+1) < 0$
$\therefore -1 < x < 2$
이 때 $x < 0$과 $-1 < x < 2$의 공통 범위는 $-1 < x < 0$
(i), (ii)에서 $-1 < x < 1$

27. 이차부등식 $[x]^2 + [x] - 12 \leq 0$의 해가 $a \leq x < b$일 때, $a+b$의 값은? (단, $[x]$는 x보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$[x]^2 + [x] - 12 \leq 0$에서

$([x]+4)([x]-3) \leq 0$

$\therefore -4 \leq [x] \leq 3$

$x = -4,\ -3,\ -2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 3$

$\therefore -4 \leq x < 4$

따라서 $a = -4,\ b = 4$이므로 $a + b = 0$이다

28. 모든 실수 x에 대하여 이차부등식$x^2 + 2kx - k + 6 > 0$이 항상 성립하도록 k의 범위를 구하면 $m < k < n$이다. 이 때, $m^2 + n^2$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$x^2 + 2kx - k + 6 > 0$이 항상 성립하려면
판별식 $D < 0$이다.

$$\frac{D}{4} = k^2 - (-k + 6) < 0$$

$k^2 + k - 6 < 0$, $(k + 3)(k - 2) < 0$

$-3 < k < 2$

$\therefore m = -3,\ n = 2$

$\therefore\ m^2 + n^2 = (-3)^2 + 2^2 = 13$

29. 모든 실수 x 에 대해 $x^2-2ax+a+6 \geq 0$ 이기 위한 정수 a 의 개수는?

① 4 개 ② 5 개 ③ 6 개 ④ 7 개 ⑤ 8 개

해설

모든 실수 x 에 대하여
$x^2-2ax+a+6 \geq 0$ 이려면
판별식이 허근 또는 중근을 가지면 된다.

$$\frac{D}{4}=a^2-(a+6) \leq 0,\ a^2-a-6 \leq 0$$

$$(a+2)(a-3) \leq 0$$

$$\therefore\ -2 \leq a \leq 3$$

따라서 정수 a 는 $-2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 3$ 으로
6 개이다.

30. 모든 실수 x 에 대하여 $a(x^2+4) \geq 2x(a+1)$ 이 성립할 때, 실수 a 의 조건은?

① $a < -\frac{1}{3},\ a > 1$　② $a \leq -\frac{1}{3}$　③ $a \geq 1$

④ $-\frac{1}{3} \leq a \leq 1$　⑤ $a = 0,\ 1$

해설

주어진 식을 정리하면

$f(x) = ax^2 - 2(a+1)x + 4a \geq 0$

$a = 0$ 일 때 $f(x) = -2x < 0$ 인 부분이 있고,

$a < 0$ 이면 $f(x) < 0$ 인 부분이 있다.

따라서 모든 x 에 대하여 성립하려면 $a > 0$

$D/4 = (a+1)^2 - 4a^2 \leq 0$

$\therefore\ 3a^2 - 2a - 1 \geq 0$

$(3a+1)(a-1) \geq 0$

$\therefore\ a \geq 1,\ a \leq -\frac{1}{3}$

$a > 0$ 이므로 $a \geq 1$

31. 이차방정식 $f(x)=0$의 두 근의 합이 10일 때, 방정식 $f(4x-3)=0$의 두 근의 합은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$f(x)=0$의 두 근을 α, β라 하면 $\alpha+\beta=10$

$f(x)=a(x-\alpha)(x-\beta)=0$로 놓으면

$f(4x-3)=a(4x-3-\alpha)(4x-3-\beta)=0$

$x=\dfrac{3+\alpha}{4},\quad \dfrac{3+\beta}{4}$

$\therefore$두 근의 합은 $\dfrac{6+\alpha+\beta}{4}=4$

32. x에 대한 이차방정식 $x^2 - 2kx - 2k + 3 = 0$이 두 실근을 가지도록 실수 k의 값의 범위를 정하면?

① $k \le -3$ 또는 $k \ge 1$
② $-3 \le k \le 1$
③ $k = -3$ 또는 $k = 1$
④ $k < -3$ 또는 $k > 1$
⑤ $-3 < k < 1$

해설

두 실근을 갖는다는 것은
서로 다른 두 실근 또는 중근을 갖는다는 것이므로
$D' = k^2 - (-2k + 3) \ge 0$
$k^2 + 2k - 3 \ge 0$
$(k + 3)(k - 1) \ge 0$
$\therefore\ k \le -3$ 또는 $k \ge 1$

33. 다음은, 둘레의 길이가 28 cm 이고 넓이가 45 cm^2 이상인 직사각형에서 가로의 길이의 범위를 구하는 문제의 풀이 과정이다.

> 가로의 길이를 x cm 라고 하면, 세로의 길이는 (가) cm 이다.
> 이때, x 의 값의 범위는 (나)이다.
> 또 직사각형의 넓이는 (가로)(세로)$=x$ (가)이다.
> 이것이 45 cm^2 이상이 되어야 하므로 $x\times$ (가) $\geq$ (다)
> 이식을 정리하면 (라) ≤ 0
> (라)를 인수분해하면 (마)이다.
> 따라서 가로의 길이를 5 cm 이상, 9 cm 이하로 하면 문제의 뜻에 맞는다.

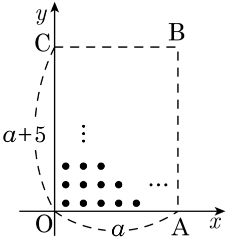
다음 중 (가), (나), (다), (라), (마) 에 들어갈 것으로 옳지 <u>않은</u> 것은?

① (가) $(14-x)$ ② (나) $0<x<14$
③ (다) 45 ④ (라) $14x-x^2-45$
⑤ (마) $(x-5)(x-9)$

해설

(사각형의 둘레의 길이)
$=2$(가로의 길이 $+$ 세로의 길이)
$28=2x+2\cdot$(가), $14=x+$(가)
$\therefore$ (가) $=14-x$
가로의 길이의 범위 : $x>0$, $14-x>0 \rightarrow x<14$
$\therefore\ 0<x<14\ \cdots$ (나)
직사각형의 넓이 : $x(14-x)\geq 45$
$\therefore$ (다) $=45$
(라) $=x^2-14x+45\leq 0$
(마) $=(x-5)(x-9)\leq 0$

34. 다음 그림과 같이 원점을 모서리로 하고, $\overline{OA} = a$, $\overline{OC} = a + 5$ 인 직사각형 OABC 가 있다. 사각형 OABC 내부의 격자점의 수가 50 개 이하가 되도록 할 때, a 의 최댓값은? (단, $a > 0$ 이고, 격자점은 x 좌표와 y 좌표가 모두 정수인 점이다.)



① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$(a-1)(a+4) \leq 50$

$a^2 + 3a - 54 = (a+9)(a-6) \leq 0$

$\therefore 0 < a \leq 6$

35. 이차함수 $y = x^2 - 4ax + 1$ 의 그래프가 직선 $y = 2x - a$ 의 그래프보다 항상 위쪽에 있도록 하는 상수 a 의 범위를 구하면?

① $a > 0$　② $-\frac{1}{4} < a < 0$　③ $-\frac{1}{4} < a < \frac{3}{4}$

④ $-\frac{3}{4} < a < \frac{1}{4}$　⑤ $-\frac{3}{4} < a < 0$

해설

$$\begin{cases} y = x^2 - 4ax + 1 \\ y = 2x - a \end{cases}$$

근이 존재하지 않아야 하므로

$2x - a = x^2 - 4ax + 1$

$x^2 + (-4a - 2)x + (a + 1) = 0$

$D < 0 : \ (2a + 1)^2 - (a + 1) < 0$

$4a^2 + 3a = a(4a + 3) < 0$

$\therefore \ -\frac{3}{4} < a < 0$

36. 부등식 $0 \le x \le 2$ 의 영역이 부등식 $x^2 - ax + a^2 - 4 \le 0$ 의 영역에 포함되도록 하는 실수 a 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M - m$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

부등식 $0 \le x \le 2$ 의 영역이 부등식 $x^2 - ax + a^2 - 4 \le 0$ 의 영역에 포함되어야하므로

$0 \le x \le 2$ 에서

$x^2 - ax + a^2 - 4 \le 0$ 이어야 한다.

$f(x) = x^2 - ax + a^2 - 4$ 라 하면

$0 \le x \le 2$ 에서

$f(x) \le 0$ 이어야 하므로

$y = f(x)$ 의 그래프는 아래 그림과 같아야 한다.

$f(0) = a^2 - 4 \le 0$ 에서

$-2 \le a \le 2 \cdots$ ㉠

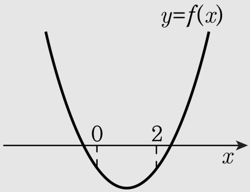
$f(2) = a^2 - 2a \le 0$ 에서

$0 \le a \le 2 \quad \cdots$ ㉡

㉠, ㉡ 의 공통 범위를 구하면 $0 \le a \le 2$

따라서, 최댓값은 $M = 2$, 최솟값은 $m = 0$ 이므로

$M - m = 2$



37. 연립부등식

$$\begin{cases} x^2 \le 3x \\ x^2 + x \ge 2 \end{cases}$$ 의 해가 부등식

$ax^2 + 2bx - 6 \ge 0$ 의 해와 같을 때, ab 의 값을 구하면?

① 8 ② 4 ③ 2 ④ -4 ⑤ -8

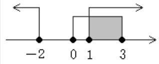
해설

$x^2 - 3x \le 0$, $x(x-3) \le 0$

$0 \le x \le 3$

$x^2 + x - 2 \ge 0$, $(x+2)(x-1) \ge 0$

$x \le -2, x \ge 1$



$(x-1)(x-3) \le 0$, $x^2 - 4x + 3 \le 0$

$\rightarrow -2x^2 + 8x - 6 \ge 0$

$a = -2, b = 4$

$\therefore ab = -8$

38. 부등식 $x(x-1) < (x-1)(x-2) < (x-2)(x-3)$ 을 만족시키는 x 의 값의 범위는?

① $0 < x < 1$　　② $x < 1$　　③ $0 < x < 2$

④ $x > 2$　　⑤ $1 < x < 3$

해설

ⅰ) $x(x-1) < (x-1)(x-2)$

$\Rightarrow 2x < 2 \rightarrow x < 1$

ⅱ) $(x-1)(x-2) < (x-2)(x-3)$

$\Rightarrow 2x < 4$

$\Rightarrow x < 2$

ⅰ)과 ⅱ)의 공통부분을 구하면

$\Rightarrow x < 1$

39. 세 변의 길이가 $x-1,\ x,\ x+1$인 삼각형이 둔각삼각형이 되도록 하는 x의 값의 범위가 $a<x<b$라 할 때, $a+b$의 값은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$x-1,\ x,\ x+1$은 삼각형의 세 변이므로

$x-1>0$, $x>0$, $x+1>0$

$x-1+x>x+1\ \therefore\ x>2\ \cdots\cdots$①

한편, 둔각삼각형이 되려면 $(x-1)^2+x^2<(x+1)^2$

$x^2-4x<0$에서 $0<x<4\ \ \cdots\cdots$②

①과 ②에서 $2<x<4$

$\therefore\ a=2,\ b=4$

따라서 $a+b=6$

40. 이차방정식 $x^2 - mx + 2 = 0$이 2보다 큰 근과 2보다 작은 근을 가질 때 m의 값의 범위를 구하면?

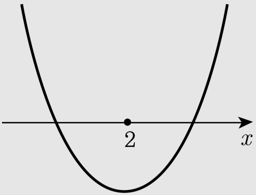
① $m > -1$ ② $m > 1$ ③ $m > -2$

④ $m > 2$ ⑤ $m > 3$

해설

주어진 이차방정식의 근이 2보다 크고 2보다 작은 근을 가지면 $f(2) < 0$

$f(2) = 4 - 2m + 2 < 0$이므로 $m > 3$



41. 함수 $f(x)=ax+b$가 $2 \le f(1) \le 4,\ 0 \le f(2) \le 3$을 만족할 때, $f(3)$의 최댓값과 최솟값의 합은?

① -2　② -1　③ 0　④ 1　⑤ 2

해설

$f(1)=a+b,\ f(2)=2a+b$
$f(3)=3a+b$이므로 $f(3)=2f(2)-f(1)$
조건에서 $2 \le f(1) \le 4$ $\cdots\cdots$ ㉠
$0 \le f(2) \le 3$ $\cdots\cdots$ ㉡
㉠에서 각 변에 -1을 곱하면
$-4 \le -f(1) \le -2$ $\cdots\cdots$ ㉢
㉡에서 각 변에 2를 곱하면
$0 \le 2f(2) \le 6$ $\cdots\cdots$ ㉣
$\therefore\ -4 \le f(3) \le 4$
따라서, $f(3)$의 최댓값은 4 , 최솟값은 -4 이다.

42. 두 부등식 $0.7 - x \leq -2 - 0.1x$, $\dfrac{2+x}{3} \geq x + a$의 공통 부분이 없을 때, a의 값 중 가장 작은 정수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$0.7 - x \leq -2 - 0.1x 7 - 10x \leq -20 - x - 9x \leq -27,\ x \geq 3$

$\dfrac{2+x}{3} \geq x + a 2 + x \geq 3x + 3a - 2x \geq 3a - 2,\ x \leq 1 - \dfrac{3}{2}a$

공통 부분이 없으므로 $1 - \dfrac{3}{2}a < 3$,

$-\dfrac{3}{2}a < 2$

$\therefore\ a > -\dfrac{4}{3}$

따라서 가장 작은 정수 a의 값은 -1이다.

43. 연속하는 세 정수의 합이 30 보다 크고 36 보다 작을 때, 세 정수 중 가운데 정수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

연속한 세 정수 $x-1,\ x,\ x+1$

$30 < (x-1)+x+(x+1) < 36$

$30 < 3x < 36$

$10 < x < 12$

$\therefore x = 11$

44. 부등식 $|2x+2| < a+3$를 만족하는 실수 x값이 존재하기 위한 실수 a의 값의 범위는?

① $a \le -4$　　② $a > -4$　　③ $a < -3$

④ $a > -3$　　⑤ $a \le -1$

해설

i) $x \ge -1$일 때,

$2x+2 < a+3,\ 2x < a+1 \quad \therefore x < \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}$

$x \ge -1,\ x < \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}$를 만족하는 x의 값이 존재하기 위해서는

$\frac{1}{2}a + \frac{1}{2} > -1,\ a > -3$

ii) $x < -1$일 때,

$-2x-2 < a+3,\ -2x < a+5$

$x < -1,\ x > -\frac{1}{2}a - \frac{5}{2}$를 만족하는 x의 값이 존재하기 위해서는

$-\frac{1}{2}a - \frac{5}{2} < -1 \quad \therefore a > -3$

i), ii)에 의하여 $a > -3$

45. 부등식 $x^2+ax+a+3\le 0$를 만족하는 x가 오직 1개이기 위한 양수 a가 존재하는 구간은?

① $1<a<3$　　② $2<a<5$　　③ $3<a<6$

④ $4<a<7$　　⑤ $6<a<7$

해설

$x^2+ax+a+3\le 0$의 해가
1개 존재하기 위해서는
$x^2+ax+a+3=0$이 중근을 가져야 한다.

$$\begin{aligned}\therefore D &= a^2-4(a+3)\\ &= a^2-4a-12\\ &= (a-6)(a+2)=0\end{aligned}$$

$\therefore a=6\ (\because a>0)$

46. 모든 실수 x에 대하여, 부등식 $k\{x^2-(k-2)x-3(k-2)\}>0$가 성립되게 하는 상수 k값의 범위를 구하면?

① $0<k<2$　② $1<k<2$　③ $1<k<4$

④ $-1<k<3$　⑤ $-2<k<-1$

해설

모든 실수 x에 대하여 성립하므로

$k>0 \cdots$ ①

$x^2-(k-2)x-3(k-2)>0$이 항상 성립하려면

$D=(k-2)^2+12(k-2)<0$에서

$(k-2)(k+10)<0$

$\therefore\ -10<k<2\cdots$ ②

①, ②에서 $0<k<2$

47. 이차부등식 $x^2 + ax + b < 0$ 을 풀 때, 근우는 b 를 잘못보고 풀어서 $1 < x < 3$ 이라는 해를 얻었고, 기원이는 a 를 잘못보고 풀어서 $-2 < x < 4$ 이라는 해를 얻었다. 이 부등식의 옳은 해는?

① $-1 < x < 2$

② $-2 < x < 3$

③ $2 - 2\sqrt{5} < x < 2 + 2\sqrt{5}$

④ $1 - \sqrt{3} < x < 1 + \sqrt{3}$

⑤ $2 - 2\sqrt{3} < x < 2 + 2\sqrt{3}$

해설

$1 < x < 3 \Leftrightarrow (x-1)(x-3) < 0 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 < 0$

$\therefore a = -4$

$-2 < x < 4 \Leftrightarrow (x+2)(x-4) < 0$

$\Leftrightarrow x^2 - 2x - 8 < 0$

$\therefore b = -8$

$x^2 - 4x - 8 < 0$

$\therefore 2 - 2\sqrt{3} < x < 2 + 2\sqrt{3}$

48. x에 대한 연립부등식 $\begin{cases} (x+a)(x-4) < 0 \\ (x-a)(x-3) > 0 \end{cases}$ 의 해가 $3 < x < 4$가 되도록 하는 실수 a 의 값의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m 이라 할 때, $M - m$의 값을 구하면?

① 3　　② -3　　③ 4　　④ -4　　⑤ -7

해설

$(x+a)(x-4) < 0 \cdots\cdots$ ㉠
$(x-a)(x-3) > 0 \cdots\cdots$ ㉡
㉠, ㉡의 공통해가 $3 < x < 4$이므로
$-a < 4,\ a < 3$ 이어야 한다.
$\therefore$ ㉠의 해는 $-a < x < 4 \cdots\cdots$ ㉢
㉡의 해는 $x < a$ 또는 $x > 3 \cdots\cdots$ ㉣
㉢, ㉣의 공통 범위가 $3 < x < 4$ 이려면
$-a \le 3,\ a \le -a$
$\therefore -3 \le a \le 0$
$\therefore M = 0,\ m = -3 \therefore M - m = 3$

49. 이차방정식 $x^2-2ax+a+2=0$의 두 근이 모두 1보다 클 때 실수 a의 값의 범위는?

① $0 \le a < 1$　② $1 \le a < 2$　③ $2 \le a < 3$

④ $3 \le a < 4$　⑤ $4 \le a < 5$

해설

$f(x)=x^2-2ax+a+2=(x-a)^2-a^2+a+2$

ⅰ) $D/4=a^2-a-2 \ge 0,\quad a \le -1 \text{ or } a \ge 2$

ⅱ) $f(1)=1-2a+a+2>0 \quad \therefore a<3$

ⅲ) 대칭축 $x=a>1$

ⅰ), ⅱ), ⅲ)에서 $2 \le a < 3$

50. 이차방정식 $x^2-7x+10=0$ 의 두 근이 이차방정식 $x^2-6x+k=0$ 의 두 근 사이에 있기 위한 정수 k 의 최댓값은?

① 4　　② 5　　③ 6　　④ 7　　⑤ 8

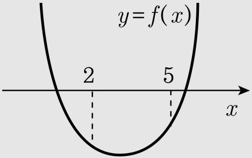
해설

이차방정식 $x^2-7x+10=0$에서

$(x-2)(x-5)=0$ $\therefore$ $x=2$ 또는 $x=5$

$f(x)=x^2-6x+k$로 놓으면 함수 $y=f(x)$의

그래프는 다음 그림과 같아야 한다.



따라서 $f(2)<0$, $f(5)<0$ 이므로

$f(2)=-8+k<0$에서 $k<8$

$f(5)=-5+k<0$에서 $k<5$

$\therefore$ $k<5$ $\therefore$ 정수 k의 최댓값은 4 이다.