

1. 지면에서 초속 40m 의 속도로 쏘아 올린 물체의 t 초 후의 높이를 h m 라 할 때, $h = 40t - 5t^2$ 이다. 물체가 지면에 떨어지는 것은 쏘아 올린 지 몇 초 후인가?

① 5 초 후

② 6 초 후

③ 7 초 후

④ 8 초 후

⑤ 9 초 후

해설

지면에 떨어지는 것은 높이가 0 일 때이다.

$$0 = 40t - 5t^2, t^2 - 8t = 0 \rightarrow t(t - 8) = 0$$

$t > 0$ 이므로 $t = 8$

$\therefore$ 8 초 후

2. 지상으로부터 30m 인 지점에서 1 초에 15m 의 빠르기로 던져올린 공의 t 초 후의 높이를 h m 라고 하면 $h = -5t^2 + 15t + 30$ 인 관계가 성립한다. 발사 후 3 초 후의 높이를 구하여라.

▶ 답: m

▷ 정답: 30 m

해설

$h = -5t^2 + 15t + 30$ 에서 $t = 3$ 을 대입하면

$$h = -45 + 45 + 30 = 30$$

따라서 발사 후 3초 후의 높이는 30m이다.

3. 지면으로부터 초속 30 m 로 위로 쏘아 올린 물체의 t 초 후의 높이를 h m 라고 하면, $h = 30t - 2t^2$ 인 관계가 성립한다. 이 물체의 높이가 100 m 가 되는 것은 쏘아 올린지 몇 초 후인지 모두 구하여라.

▶ 답 : 초

▶ 답 : 초

▷ 정답 : 5 초

▷ 정답 : 10 초

해설

$$100 = 30t - 2t^2$$

$$2t^2 - 30t + 100 = 0$$

$$t^2 - 15t + 50 = 0$$

$$t = 5 \text{ 또는 } t = 10$$

4. 지면에서 20m 의 높이에서 초속 50m 로 똑바로 쏘아올린 물체의 x 초 후의 높이는 $(-5x^2 + 50x + 20)$ m 가 된다고 한다. 물체의 높이가 지면에서 145m 가 되는 데 걸리는 시간을 구하는 식과 물체의 높이가 지면에서 145m 가 되는 데 걸리는 시간은?

① $-5x^2 + 50x + 20 = 125$, 5 초

② $-5x^2 + 50x + 20 = 125$, 10 초

③ $-5x^2 + 50x + 20 = 145$, 5 초

④ $-5x^2 + 50x + 20 = 145$, 10 초

⑤ $5x^2 - 50x - 20 = 145$, 5 초

해설

$$-5x^2 + 50x + 20 = 145$$

$$5x^2 - 50x + 125 = 0$$

$$5(x^2 - 10x + 25) = 5(x - 5)^2 = 0$$

$$\therefore x = 5$$

5. 지면에서 초속 60m 로 똑바로 위로 던진 야구공의 t 초 후의 높이가 $(60t - 5t^2)$ m이다. 야구공이 지면으로부터 높이가 100m 이상인 지점을 지나는 것은 몇 초 동안인지 구하여라.



답:

초



정답: 8 초

해설

$$60t - 5t^2 = 100 \text{ 이므로}$$

$$5t^2 - 60t + 100 = 0$$

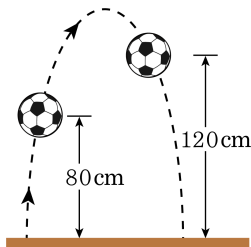
$$t^2 - 12t + 20 = 0$$

$$(t - 2)(t - 10) = 0$$

$t = 2$ 초 또는 10 초이다.

따라서 높이가 100m 이상인 지점을 지나는 시간은 2 초부터 10 초까지이므로 8 초 동안이다.

6. 다음 그림은 지면으로부터 초속 50m 위로 던진 공의 x 초 후의 높이가 $(50x - 5x^2)$ m 이다. 위로 던진 공이 내려오면서 높이 120m 에서 터졌다면 처음으로 80m 를 도달해서 공이 터질 때까지의 시간을 구하여라.



▶ 답 :

초

▷ 정답 : 4 초

해설

처음으로 80m 에 도달했을 때까지의 시간은

$$50x - 5x^2 = 80 \text{ 이므로}$$

$$5x^2 - 50x + 80 = 0$$

$$x^2 - 10x + 16 = 0$$

$$(x - 2)(x - 8) = 0$$

$x = 2$ 초 또는 8 초이다.

처음으로 80m 에 도달했을 때이므로 2 초이다.

두 번째로 120m 에 도달했을 때까지의 시간은

$$50x - 5x^2 = 120 \text{ 이므로}$$

$$5x^2 - 50x + 120 = 0$$

$$x^2 - 10x + 24 = 0$$

$$(x - 4)(x - 6) = 0$$

$x = 4$ 초 또는 6 초이다.

두 번째로 120m 에 도달했을 때이므로 6 초이다.

따라서 처음으로 높이가 80m 인 지점을 지나 두 번째로 120m 인 지점까지의 시간은 2 초부터 6 초까지이므로 4 초 동안이다.

7. 이차함수 $y = -\left(x + \frac{1}{2}\right)^2$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소하는 x 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x > -\frac{1}{2}$

해설

축의 방정식이 $x = -\frac{1}{2}$ 이고, 위로 볼록하므로

$x > -\frac{1}{2}$ 일 때, x 의 값이 증가하면, y 의 값은 감소한다.

8. $y = \frac{4}{3}(x+2)^2 - 4$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값이 감소하는 x 의 값의 범위를 구하여라.

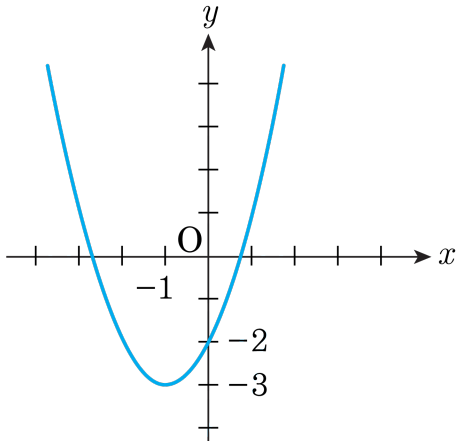
▶ 답 :

▷ 정답 : $x < -2$

해설

주어진 이차함수는 아래로 볼록이고, 축의 방정식이 $x = 2$ 이므로
조건을 만족하는 부분은 $x < -2$

9. 이차함수 $y = (x + 1)^2 - 3$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값도 증가하는 x 의 값의 범위를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $x > -1$

해설

꼭짓점의 좌표가 $(-1, -3)$ 이고 아래로 볼록한 그래프이므로 $x > -1$ 인 범위에서 x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

$\therefore x > -1$

10. 이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동한 그래프에서 x 의 값이 증가할 때 y 의 값도 증가하는 x 의 값의 범위는?

① $x > -2$

② $x < -2$

③ $x < 2$

④ $x > 2$

⑤ $x > 0$

해설

$y = -(x + 2)^2$ 의 그래프이므로
꼭짓점이 $(-2, 0)$ 이고 위로 볼록한 그래프,
 $x < -2$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

11. 이차함수 $y = \frac{1}{2}(x+a)^2 + b$ 의 그래프는 $x < -2$ 이면 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소하고, $x > -2$ 이면 x 의 값이 증가할 때, y 의 값도 증가한다. 이 그래프가 점 $(-1, 3)$ 을 지날 때, 꼭짓점의 좌표를 구하면?

① $(-2, 1)$

② $(3, 5)$

③ $\left(-2, \frac{5}{2}\right)$

④ $(2, 5)$

⑤ $\left(-1, \frac{2}{5}\right)$

해설

$x = -2$ 를 기준으로 x 값에 따른 y 값의 변화가 달라지므로, 축의 방정식은 $x = -2$, $\therefore a = 2$

$y = \frac{1}{2}(x+2)^2 + b$ 의 그래프가 점 $(-1, 3)$ 을 지나므로 $3 =$

$$\frac{1}{2}(-1+2)^2 + b, \therefore b = \frac{5}{2}$$

따라서 $y = \frac{1}{2}(x+2)^2 + \frac{5}{2}$ 에서 꼭짓점의 좌표는 $\left(-2, \frac{5}{2}\right)$ 이다.

12. 이차함수 $y = -x^2 + ax + b$ 의 그래프가 x 축과 두 점 $(-1, 0), (-4, 0)$ 에서 만날 때, 꼭짓점의 좌표는?

① $\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{4}\right)$

② $\left(-\frac{1}{3}, \frac{5}{4}\right)$

③ $\left(-5, \frac{9}{4}\right)$

④ $(-2, 3)$

⑤ $\left(-\frac{5}{2}, \frac{9}{4}\right)$

해설

$y = -x^2$ 과 계수는 같고, x 절편이 $-1, -4$ 인 식의 꼭짓점이므로
 $y = -(x+1)(x+4)$

$$y = -(x^2 + 5x + 4) = -\left(x + \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{9}{4}$$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $\left(-\frac{5}{2}, \frac{9}{4}\right)$ 이다.

13. 두 점 $(2, 0)$, $(4, 0)$ 을 지나고 $y = -x^2$ 의 그래프를 평행이동한 포물선의 식을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $y = -x^2 + 6x - 8$

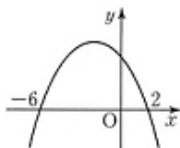
해설

$y = -x^2$ 의 그래프를 평행이동했으므로 x^2 의 계수는 같고, x 절편이 2, 4 이므로

$$y = -(x-2)(x-4)$$

$$\therefore y = -x^2 + 6x - 8$$

14. 이차함수 $y = a(x-p)^2 + 5$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $8ap$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$(-6, 0)$, $(2, 0)$ 을 지난다.

$$y = a(x+6)(x-2) = ax^2 + 4ax - 12a$$

$$y = a(x-p)^2 + 5 = ax^2 - 2apx + ap^2 + 5$$

$$4a = -2ap$$

$$\therefore p = -2$$

$$-12a = 4a + 5$$

$$\therefore a = -\frac{5}{16}$$

$$\therefore 8ap = 8 \times \left(-\frac{5}{16}\right) \times (-2) = 5$$

15. 이차함수 $y = -3x^2$ 의 그래프를 두 점 $(1, 0)$, $(-3, 0)$ 을 지나도록 평행이동시켰을 때, 꼭짓점의 좌표를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $(-1, 12)$

해설

평행이동한 그래프가 두 점 $(1, 0)$, $(-3, 0)$ 을 지나므로

$$\begin{aligned} y &= -3(x-1)(x+3) = -3(x^2 + 2x - 3) = -3x^2 - 6x + 9 \\ &= -3(x+1)^2 + 12 \end{aligned}$$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 12)$

16. 이차함수 $y = 2x^2$ 의 그래프를 두 점 $(3, 0)$, $(-5, 0)$ 을 지나도록 평행이동시켰을 때, 꼭짓점의 좌표를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $(-1, -32)$

해설

평행이동한 그래프가 $(3, 0)$, $(-5, 0)$ 을 지나므로

$$y = 2(x - 3)(x + 5)$$

$$y = 2(x - 3)(x + 5) = 2(x^2 + 2x - 15) = 2(x + 1)^2 - 32$$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $(-1, -32)$ 이다.

17. x 축과의 교점이 $(-3, 0)$, $(2, 0)$ 이고, 점 $(1, -8)$ 을 지나는 이차함수의 식을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $y = 2x^2 + 2x - 12$

해설

x 축과의 교점이 $(-3, 0)$, $(2, 0)$ 이므로

$$y = a(x + 3)(x - 2)$$

점 $(1, -8)$ 을 지나므로

$$-8 = a(1 + 3)(1 - 2), a = 2$$

$$\therefore y = 2(x + 3)(x - 2) = 2x^2 + 2x - 12$$

18. 이차방정식 $4x^2 - 5x - 1 = 0$ 을 풀어라.

▶ 답:

▶ 정답: $x = \frac{5 \pm \sqrt{41}}{8}$

해설

$4x^2 - 5x - 1 = 0$ 에서 $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ 를 이용하면 $a =$

$4, b = -5, c = -1$ 이므로

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \times 4 \times (-1)}}{2 \times 4} = \frac{5 \pm \sqrt{41}}{8}$$

19. 이차방정식 $x^2 + 5x + 3 = 0$ 의 근이 $x = \frac{A \pm \sqrt{B}}{2}$ 일 때, $A + B$ 의 값은?

① 8

② 9

③ 13

④ 15

⑤ 18

해설

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{13}}{2}$$

$$A = -5, B = 13$$

$$\therefore A + B = 8$$

20. 근의 공식을 이용하여 이차방정식 $x^2 - 4x - 3 = 0$ 의 양의 근을 구하면?

① $2 + \sqrt{7}$

② $2 \pm \sqrt{7}$

③ $2 - \sqrt{7}$

④ $-2 + \sqrt{7}$

⑤ $-2 \pm \sqrt{7}$

해설

근의 공식(짝수 공식)으로 풀면

$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 + 3}}{1} = 2 \pm \sqrt{7}$$

따라서 양의 해는 $2 + \sqrt{7}$ 이다.

21. 이차방정식 $2x^2 + bx + c = 0$ 의 근을 $x = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{4}$ 이라 할 때,
이차방정식 $2x^2 - bx - c = 0$ 의 두 근의 합은?

① $-\frac{3}{2}$

② -3

③ -4

④ $\frac{3}{2}$

⑤ 1

해설

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 8c}}{4} = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{4} \text{ 이므로}$$

$$b = 3, c = -1$$

$$\therefore 2x^2 - 3x + 1 = 0, (2x - 1)(x - 1) = 0$$

$$x = \frac{1}{2} \text{ 또는 } x = 1$$

따라서 두 근의 합은 $\frac{3}{2}$ 이다.

22. 기호 $[a]$ 는 a 의 값을 넘지 않는 최대 정수를 나타낸다. 예를 들면 $[1.2] = 1$, $[\sqrt{5}] = 2$ 이다. 이차방정식 $x^2 - 4x - 7 = 0$ 의 근 중 양수인 것을 a 라 할 때, $(a - [a] + 3)^2$ 의 값을 구하면?

① 5

② 7

③ 11

④ 13

⑤ 15

해설

$$x^2 - 4x - 7 = 0 \text{ 에서}$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 28}}{2} = 2 \pm \sqrt{11}$$

따라서 양수인 근 a 는 $2 + \sqrt{11}$

$$3 < \sqrt{11} < 4 \text{ 이므로 } 5 < 2 + \sqrt{11} < 6$$

$$\therefore [a] = 5$$

$$\begin{aligned} \therefore (a - [a] + 3)^2 &= (2 + \sqrt{11} - 5 + 3)^2 \\ &= (\sqrt{11})^2 = 11 \end{aligned}$$

23. 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 의 근을 구하는 식을 유도하는 과정이다. 안에 알맞은 식을 써넣어라. (단, $b^2 - 4ac \geq 0$)

보기

$ax^2 + bx + c = 0$ 에서 양변을 a 로 나누고 상수항을 이항하면 $x^2 + \frac{b}{a}x = -\text{$ 이다.

좌변이 완전제곱식이 되도록 양변에 을 더하면

$x^2 + \frac{b}{a}x + \text{$ $= -\frac{c}{a} + \text{$ 이다.

$(x + \frac{b}{2a})^2 = \text{$, $x + \frac{b}{2a} = \pm \text{$

$\therefore x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

▶ 답 :

▷ 정답 : 풀이 참조

해설

좌변이 완전제곱식이 되도록 양변에 $\frac{b^2}{4a^2}$ 을 더하면

$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2}$ 이다.

$(x + \frac{b}{2a})^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$, $x + \frac{b}{2a} = \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}$

$\therefore x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

24. 이차방정식 $3x^2 - 6x - 12 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha^2 + \alpha\beta + \beta^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$\alpha + \beta = -\frac{(-6)}{3} = 2, \alpha\beta = \frac{-12}{3} = -4$$

$$\begin{aligned}\alpha^2 + \alpha\beta + \beta^2 &= (\alpha + \beta)^2 - \alpha\beta \\ &= 4 + 4 = 8\end{aligned}$$

25. 이차방정식 $x^2 - 3x - 6 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $(\alpha^2 + 1)(\beta^2 + 1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : 58

해설

$x^2 - 3x - 6 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 하면

$$\alpha + \beta = 3, \alpha\beta = -6$$

$$\begin{aligned}(\alpha^2 + 1)(\beta^2 + 1) &= \alpha^2\beta^2 + \alpha^2 + \beta^2 + 1 \\&= (\alpha\beta)^2 + (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta + 1 \\&= (-6)^2 + 3^2 - 2 \times (-6) + 1 \\&= 36 + 9 + 12 + 1 \\&= 58\end{aligned}$$

26. 이차방정식 $x^2 - 4x + 1 = 0$ 의 두 근을 m, n 이라고 할 때, $\frac{n}{m} + \frac{m}{n}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$$m + n = 4, mn = 1$$

$$m^2 + n^2 = (m + n)^2 - 2mn = 16 - 2 = 14$$

$$\therefore \frac{n}{m} + \frac{m}{n} = \frac{m^2 + n^2}{mn} = 14$$

27. 이차방정식 $x^2 - ax - a + 2 = 0$ 의 두 개의 서로 다른 실수의 근을 p, q 라고 할 때 $p^2 + q^2 = 11$ 을 만족하는 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

근과 계수와의 관계에 의해

$$p + q = a, \quad pq = -a + 2$$

$$p^2 + q^2 = 11$$

$$(p + q)^2 - 2pq = 11$$

$$a^2 - 2(-a + 2) = 11$$

$$a^2 + 2a - 15 = 0$$

$$(a + 5)(a - 3) = 0$$

$$\therefore a = -5, 3$$

한편, $x^2 - ax - a + 2 = 0$ 이 서로 다른 두 실수의 근을 가지므로 $D = (-a)^2 - 4(-a + 2) > 0$ 이다.

$a^2 + 4a - 8 > 0$ 이어야 하는데 -5 는 위 부등식을 만족시키지 않는다.

$$\therefore a = 3$$

28. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + 2ax + 9 - 2a^2 = 0$ 이 두 근 α, β 를 가질 때, $\alpha^2 + \beta^2$ 의 최솟값을 구하시오.
(단, $\alpha = \beta$ 인 경우 포함)

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$\alpha + \beta = -2a, \alpha\beta = 9 - 2a^2$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = (-2a)^2 - 2(9 - 2a^2) = 8a^2 - 18$$

그런데 주어진 이차방정식은 두 근을 가지므로

$$D' = a^2 - (9 - 2a^2) \geq 0 \therefore a^2 \geq 3$$

$$a^2 \geq 3 \text{ 이므로 } 8a^2 - 18 \geq 6$$

따라서 $\alpha^2 + \beta^2$ 의 최솟값은 6 이다.

29. 이차방정식 $6x^2 - 5x + a = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2 = \frac{13}{36}$ 이다. 이 때, 상수 a 의 값은?

① 1

② 5

③ 13

④ -1

⑤ -13

해설

근과 계수의 관계에서

$$\alpha + \beta = \frac{5}{6}, \alpha\beta = \frac{a}{6}$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = \frac{25}{36} - \frac{a}{3} = \frac{13}{36}$$

$$\therefore a = 1$$

30. x^2 의 계수가 1인 어떤 이차방정식을 x 의 계수를 잘못 보고 풀었더니 해가 1, 5이었고, 상수항을 잘못 보고 풀었더니 해가 -2, -4이었다. 이 방정식의 옳은 근은?

① 2, 5

② 2, -5

③ 1, 5

④ 1, 2

⑤ -1, -5

해설

원래 이차방정식을 $x^2 + ax + b = 0$ 이라 하면

$$b = 1 \times 5 = 5, -a = -2 + (-4) = -6, a = 6$$

$$\text{따라서 } x^2 + 6x + 5 = 0, (x + 1)(x + 5) = 0$$

$$\therefore x = -1 \text{ 또는 } x = -5$$

해설

$$(x - 1)(x - 5) = 0, x^2 - 6x + 5 = 0$$

일차항의 계수를 잘못 보았으므로 상수항은 5

$$(x + 2)(x + 4) = 0, x^2 + 6x + 8 = 0$$

상수항을 잘못 보았으므로 x 의 계수는 6

$$\text{따라서 } x^2 + 6x + 5 = 0, (x + 1)(x + 5) = 0$$

$$\therefore x = -1 \text{ 또는 } x = -5$$

31. 이차항의 계수가 1 인 이차방정식이 있다. 민호는 일차항의 계수를 잘못 보고 풀어 $x = 1$ 또는 $x = 5$ 의 해를 얻었고, 지숙이는 상수항을 잘못 보고 풀어 $x = -2$ 또는 $x = -4$ 의 해를 얻었다. 처음 이차방정식의 두 근을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $x = -1, -5$

해설

$$(x-1)(x-5) = 0, x^2 - 6x + 5 = 0$$

민호는 일차항의 계수를 잘못 보았으므로 처음 이차방정식의 상수항은 5이다.

$$(x+2)(x+4) = 0, x^2 + 6x + 8 = 0$$

지숙이는 상수항을 잘못 보았으므로 처음 이차방정식의 일차항의 계수는 6이다.

$$\text{처음 이차방정식은 } x^2 + 6x + 5 = 0$$

$$(x+1)(x+5) = 0 \therefore x = -1, -5$$

따라서 처음 이차방정식의 두 근은

$$x = -1 \text{ 또는 } x = -5$$

32. x^2 의 계수가 1인 이차방정식을 A , B 두 사람이 푸는데, A 는 일차항의 계수를 잘못 보고 -3 또는 8 을 해로 얻었고, B 는 상수항을 잘못 보고 3 또는 -5 를 해로 얻었다. 이 때, 원래 주어진 이차방정식의 올바른 해는?

① $x = -2$ 또는 $x = 5$

② $x = -3$ 또는 $x = -5$

③ $x = -4$ 또는 $x = 6$

④ $x = 4$ 또는 $x = -6$

⑤ $x = 3$ 또는 $x = -8$

해설

구하는 이차방정식을 $x^2 + bx + c = 0$ 이라 하자.

A 는 일차항의 계수를 잘못 봤으므로

$$c = (-3) \times 8 = -24$$

B 는 상수항을 잘못 보았으므로

$$-b = 3 + (-5) = -2, b = 2$$

따라서, 처음 식은 $x^2 + 2x - 24 = 0$, $(x - 4)(x + 6) = 0$

$$\therefore x = 4 \text{ 또는 } x = -6$$

33. 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 근의 공식을 $x = \frac{b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ 로

잘못 알고 어떤 이차방정식을 풀어서 두 근 2, -5 를 얻었다. 이 이차방정식을 올바르게 풀었을 때의 근을 α, β 라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 89

해설

$$x = \frac{b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \text{ 가 두 근이므로}$$

$$\frac{b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} + \frac{b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{2b}{2a} = \frac{b}{a} = 2 + (-5) = -3$$

$$\text{즉, } \frac{b}{a} = -3 \text{ 이므로 } b = -3a$$

$$\frac{b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \times \frac{b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{ac}{4a^2} = \frac{c}{4a} = 2 \times (-5) = -10$$

$$\text{즉, } \frac{c}{4a} = -10 \text{ 이므로 } c = -40a$$

따라서 $ax^2 + bx + c = 0$ 에서 $ax^2 - 3ax - 40a = 0$ 이다. 그런데 $a \neq 0$ 이므로

$$x^2 - 3x - 40 = 0$$

$$(x + 5)(x - 8) = 0$$

$$\therefore x = -5, 8$$

따라서 $\alpha^2 + \beta^2 = 89$ 이다.

34. x^2 의 계수가 1인 이차방정식을 A , B 두 사람이 푸는데, A 는 일차항의 계수를 잘못 보고 -3 또는 8 을 해로 얻었고, B 는 상수항을 잘못 보고 3 또는 -5 를 해로 얻었다. 이 때, 원래 주어진 이차방정식의 올바른 해는?

① $x = -2$ 또는 $x = 5$

② $x = -3$ 또는 $x = -5$

③ $x = -4$ 또는 $x = 6$

④ $x = 4$ 또는 $x = -6$

⑤ $x = 3$ 또는 $x = -8$

해설

구하는 이차방정식을 $x^2 + bx + c = 0$ 이라 하자.

A 는 일차항의 계수를 잘못 봤으므로

$$c = (-3) \times 8 = -24$$

B 는 상수항을 잘못 보았으므로

$$-b = 3 + (-5) = -2, b = 2$$

$$\text{따라서 처음 식은 } x^2 + 2x - 24 = 0, (x - 4)(x + 6) = 0$$

$$\therefore x = 4 \text{ 또는 } x = -6$$

35. 이차방정식 $x^2 - ax + b = 0$ 을 철수는 상수항을 잘못보고 풀어서 근이 $-3, 7$ 이 나왔고, 영희는 일차항의 계수를 잘못 보고 풀어서 근이 $2, -6$ 이 나왔다. 올바른 이차방정식의 근을 구했을 때 두 근의 곱은?

① 4

② 8

③ -8

④ 12

⑤ -12

해설

철수는 상수항을 잘못 보았으므로 근과 계수와의 관계에서

$$a = -3 + 7 = 4$$

영희는 일차항의 계수를 잘못 보았으므로

$$b = 2 \times (-6) = -12$$

따라서 $x^2 - 4x - 12 = 0$, $(x+2)(x-6) = 0$, $x = -2$ 또는 $x = 6$
 $\therefore$ 두 근의 곱은 -12

해설

철수는 상수항을 잘못 보았으므로

$$(x+3)(x-7) = 0, x^2 - 4x - 21 = 0 \text{ 에서 일차항의 계수는 } -4$$

영희는 일차항의 계수를 잘못보았으므로

$$(x-2)(x+6) = 0, x^2 + 4x - 12 = 0 \text{ 에서 상수항은 } -12$$

따라서 올바른 방정식은 $x^2 - 4x - 12 = 0$ $(x-6)(x+2) = 0$, $x = 6, -2$

$\therefore$ 두 근의 곱은 -12

36. 연속하는 두 자연수의 각각의 제곱의 합이 113일 때, 이 두 자연수의 합은?

① 11

② 13

③ 15

④ 17

⑤ 19

해설

연속하는 두 자연수를 x , $x+1$ 라 하면

$$x^2 + (x+1)^2 = 113$$

$$x^2 + x - 56 = 0$$

$$(x-7)(x+8) = 0$$

$$\therefore x = 7 (\because x > 0)$$

따라서 두 자연수는 7, 8이므로 $7+8=15$ 이다.

37. 차가 3 인 두 양의 정수의 곱이 108 일 때, 이 두 양의 정수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

두 양의 정수를 x , $x + 3$ 이라 하면

$$x(x + 3) = 108, \quad x^2 + 3x - 108 = 0$$

$$(x + 12)(x - 9) = 0$$

$$x = -12 \text{ 또는 } x = 9$$

x 는 양수이므로

$$x = 9, \quad x + 3 = 12$$

$$\therefore 9 + 12 = 21$$

38. 어떤 수 a 와 a 보다 3작은 자연수가 있다. 두 수의 곱이 108일 때, 두 수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

두 자연수를 a , $a - 3$ 이라 하면

$$a(a - 3) = 108$$

$$a^2 - 3a - 108 = 0$$

$$(a + 9)(a - 12) = 0$$

$$\therefore a = 12 (\because a > 0)$$

따라서 두 자연수는 12, 9이므로 두 자연수의 합은 $12 + 9 = 21$ 이다.

39. 포물선 $y = -(x + 3p)^2 + 6p^2 - 2p$ 의 꼭짓점은 어떤 곡선 위를 움직인다. 이 곡선의 식을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $y = \frac{2}{3}x^2 + \frac{2}{3}x$

해설

꼭짓점의 좌표 $(-3p, 6p^2 - 2p)$

$$x = -3p$$

$$\therefore p = -\frac{1}{3}x$$

$$y = 6p^2 - 2p \cdots \textcircled{7}$$

$$p = -\frac{1}{3}x \text{ 를 } \textcircled{7} \text{에 대입하면}$$

$$y = 6 \times \left(-\frac{1}{3}x\right)^2 - 2 \times \left(-\frac{1}{3}x\right)$$

$$\therefore y = \frac{2}{3}x^2 + \frac{2}{3}x$$

40. 포물선 $y = -(x + 2p)^2 + 3p^2 - p$ 의 꼭짓점은 어떤 곡선 위를 움직인다. 이 곡선의 식을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $y = \frac{3}{4}x^2 + \frac{1}{2}x$

해설

꼭짓점의 좌표 $(-2p, 3p^2 - p)$

$$x = -2p$$

$$\therefore p = -\frac{1}{2}x$$

$$y = 3p^2 - p \cdots \textcircled{7}$$

$p = -\frac{1}{2}x$ 를 $\textcircled{7}$ 에 대입하면

$$y = 3 \times \left(-\frac{1}{2}x\right)^2 - 1 \times \left(-\frac{1}{2}x\right)$$

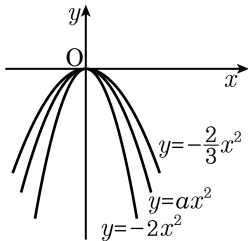
$$\therefore y = \frac{3}{4}x^2 + \frac{1}{2}x$$

41. 이차함수 $y = ax^2$, $y = -2x^2$, $y = -\frac{2}{3}x^2$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중 상수 a 의 값이 될 수 있는 것은?

① $-\frac{5}{2}$
④ $-\frac{1}{3}$

② $-\frac{3}{4}$
⑤ $-\frac{1}{5}$

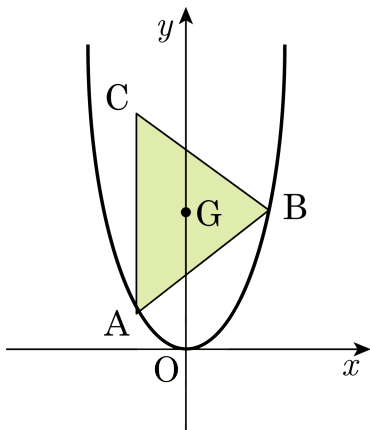
③ $-\frac{1}{2}$



해설

$-2 < a < -\frac{2}{3}$ 이다.

42. 다음 그림에서 점 A, B는 이차함수 $y = ax^2$ 위의 점이고, 점 C는 삼각형 ABC가 한 변의 길이가 $\sqrt{3}$ 인 정삼각형이 되도록 직선 $x = -\frac{1}{2}$ 위에 잡은 점이다. 선분 AC와 y축이 평행하고, 삼각형 ABC의 무게 중심 G가 y축 위에 있을 때, 점 G의 좌표를 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : $G(0, \frac{2\sqrt{3}}{3})$

해설

$G(0, g)$ 라 할 때, $\overline{BG} = \frac{3}{2} \times \frac{2}{3} = 1$ 이므로 점 $G(1, g)$

그러므로 점 A의 x 좌표는 $-\frac{1}{2}$ 이고, $A(-\frac{1}{2}, g - \frac{\sqrt{3}}{2})$ 이 된다.

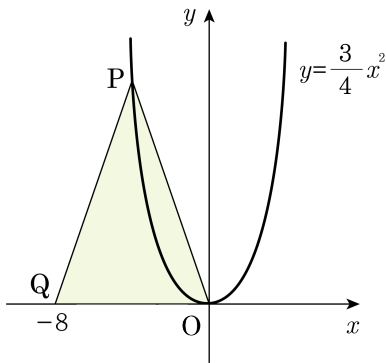
두 점 A와 B는 포물선 위에 있으므로

$$g = a, g - \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{4}a$$

$$\therefore a = g = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$\therefore G(0, \frac{2\sqrt{3}}{3})$$

43. 다음 그림에서 점 P는 이차함수 $y = \frac{3}{4}x^2$ 의 그래프 위의 한 점이다. x 축 위의 점 Q의 좌표가 $(-8, 0)$ 일 때, $\triangle PQO$ 의 넓이가 48이 되는 점 P의 좌표를 구하여라. (단, P는 제 2사분면 위의 점이다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : $P(-4, 12)$

해설

점 P의 좌표를 $(a, \frac{3}{4}a^2)$ 이라고 하면

$$\frac{1}{2} \times 8 \times \frac{3}{4}a^2 = 48$$

$$3a^2 = 48$$

$$a^2 = 16$$

$$\therefore a = \pm 4$$

점 P는 제 2사분면 위에 있으므로 $a = -4$

$$\therefore P(-4, 12)$$

44. 좌표평면 위의 $-\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{5}{2}, -\frac{5}{2} \leq y \leq \frac{1}{2}$ 의 영역에서 x, y 좌표가 모두 정수인 점 중 3개를 지나는 서로 다른 이차함수의 그래프는 몇 개인지 구하여라.

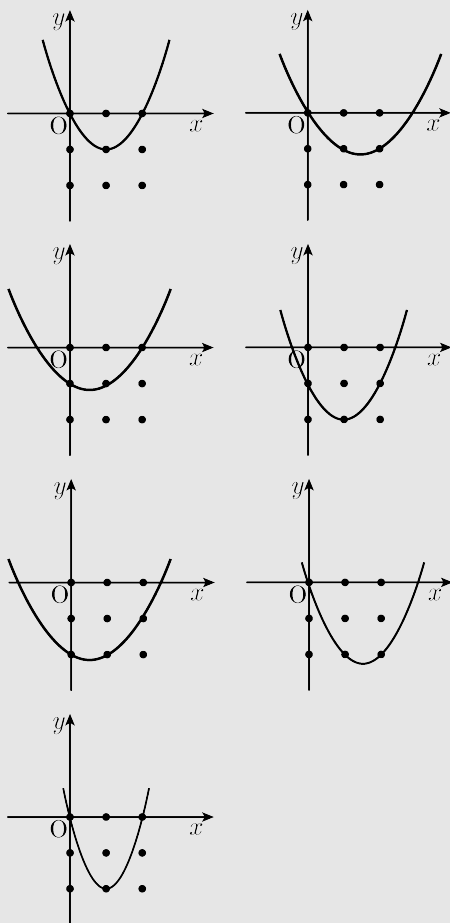
▶ 답 : 개

▷ 정답 : 14개

해설

주어진 범위에서 x 좌표가 될 수 있는 정수는 0, 1, 2이고 y 좌표가 될 수 있는 정수는 -2, -1, 0이다.

포물선이 아래로 볼록한 경우에 아래 그림과 같이 모두 7개를 그릴 수 있다.



포물선이 위로 볼록한 경우도 마찬가지로 7개의 포물선을 그릴 수 있다.

따라서 구하는 포물선의 개수는 14개이다.

45. 다음 보기의 이차함수의 그래프 중 이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프를 평행이동하여 완전히 포괄 수 없는 것을 모두 고르면?

① $y = -2x^2 - 4x - 1$

② $y = -2(x - 1)^2$

③ $y = -\frac{1}{2}x^2 + 1$

④ $y = x^2 - 2x - (1 + 3x^2)$

⑤ $y = -(2 - x)(2 + x) + 1$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프에서 a 의 값이 같으면 평행 이동하여 두 이차 함수의 그래프를 완전히 포괄 수 있다.

따라서 $a = -2$ 가 아닌 것은 ③, ⑤이다.

46. 다음 이차함수의 그래프 중 모양이 아래로 볼록하면서 폭이 가장 넓은 것은?

① $y = -3x^2$

② $y = x^2 - 3$

③ $y = -\frac{1}{2}x^2 - 1$

④ $y = \frac{3}{2}(x - 3)^2$

⑤ $y = 5x^2 + 2x + 3$

해설

x^2 의 계수가 양수이면서 절댓값이 가장 작은 것을 찾는다.
따라서 아래로 볼록하면서 폭이 가장 넓은 것은 ②이다.

47. 다음 보기의 이차함수 그래프 중 이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프와 폭이 같은 것을 모두 골라라.

보기

㉠ $y = -\frac{1}{3}x^2 + 3$

㉡ $y = 2x^2 - x$

㉢ $y = -(2+x)(2-x) + 3$

㉣ $y = -x^2 - 4x + 1$

㉤ $y = x^2 - 2x - 2(1+x^2)$

㉥ $y = -(1-x)^2$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉣

▷ 정답 : ㉤

▷ 정답 : ㉥

해설

a 의 절댓값이 같으면 폭이 같다. 따라서 각각의 절댓값을 구하면

㉠ $\frac{1}{3}$ ㉡ 2 ㉢ 1 ㉣ 1 ㉤ 1 ㉥ 1

따라서 폭이 같은 것은 ㉢, ㉣, ㉤, ㉥이다.

48. 포물선 $y = ax^2 + 2ax + a - 3$ 이 두 점 A(2, 2), B(4, 2) 를 잇는 선분 AB 와 만날 때, a 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{5} \leq a \leq \frac{5}{9}$

해설

$$\begin{aligned} y &= ax^2 + 2ax + a - 3 \\ &= a(x+1)^2 - 3 \end{aligned}$$

꼭짓점의 좌표가 $(-1, -3)$ 이다.

(i) 포물선이 점 A 를 지날 때

$$2 = a \times 9 - 3, \quad a = \frac{5}{9} \text{ 이다.}$$

(ii) 포물선이 점 B 를 지날 때

$$2 = a \times 25 - 3, \quad a = \frac{1}{5} \text{ 이다.}$$

$$\therefore \frac{1}{5} \leq a \leq \frac{5}{9}$$

49. 포물선 $y = \frac{a}{2}x^2 + 2ax + 2a - 3$ 이 두 점 A(2, 2), B(4, 2) 를 잇는 선분 AB 와 만날 때, a 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{5}{18} \leq a \leq \frac{5}{8}$

해설

$$\begin{aligned} y &= \frac{a}{2}x^2 + 2ax + 2a - 3 \\ &= \frac{a}{2}(x+2)^2 - 3 \end{aligned}$$

꼭짓점이 $(-2, -3)$ 이다.

(i) 포물선이 점 A 를 지날 때

$$2 = \frac{a}{2} \times 16 - 3, \quad 8a = 5, \quad a = \frac{5}{8} \text{ 이다.}$$

(ii) 포물선이 점 B 를 지날 때

$$2 = \frac{a}{2} \times 36 - 3, \quad 18a = 5, \quad a = \frac{5}{18} \text{ 이다.}$$

$$\therefore \frac{5}{18} \leq a \leq \frac{5}{8}$$

50. 다음 보기의 이차함수 그래프 중 $y = ax^2$ 의 그래프가 3 번째로 폭이 넓을 때, $|a|$ 의 범위는?

보기

㉠ $y = -\frac{3}{2}x^2$

㉡ $y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{4}$

㉢ $y = 2x^2 - x$

㉣ $-3(x+2)^2$

㉤ $y = \frac{x(x-1)(x+1)}{x+1}$

① $1 < |a| < \frac{1}{2}$

② $1 < |a| < \frac{3}{2}$

③ $1 < |a| < \frac{5}{2}$

④ $\frac{1}{2} < |a| < \frac{3}{2}$

⑤ $\frac{1}{2} < |a| < \frac{5}{2}$

해설

a 의 절댓값이 작을수록 폭이 넓어진다.

a 의 절댓값을 각각 구하면

㉠ $\frac{3}{2}$ ㉡ $\frac{1}{2}$ ㉢ 2 ㉣ 3 ㉤ 1 이므로 폭이 넓은 순서는 ㉡, ㉤, ㉠, ㉢, ㉣

이다. 따라서 두 번째인 1과 세 번째인 $\frac{3}{2}$ 사이에 있어야 하므로

④ $1 < |a| < \frac{3}{2}$ 이다.

51. 다음 이차함수 중 그래프가 모든 사분면을 지나는 것을 모두 골라라.

㉠ $y = -\frac{1}{2}x^2$

㉡ $y = -4x^2 + 8x$

㉢ $y = -2x^2 + 4$

㉣ $y = -x^2 - 2x - 2$

㉤ $y = -5x^2 - 4x + 1$

▶ 답 :

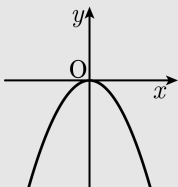
▶ 답 :

▶ 정답 : ㉢

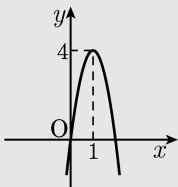
▶ 정답 : ㉤

해설

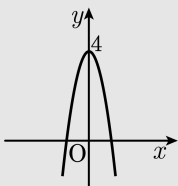
㉠ $y = -\frac{1}{2}x^2$: 꼭짓점이 $(0, 0)$ 이고, y 절편은 0 인 위로 볼록한 그래프로, 제3, 4 사분면을 지난다.



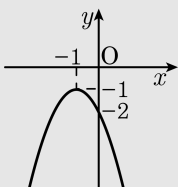
㉡ $y = -4x^2 + 8x = -4(x - 1)^2 + 4$: 꼭짓점이 $(1, 4)$ 이고, y 절편은 0 인 위로 볼록한 그래프로, 제1, 3, 4 사분면을 지난다.



㉢ $y = -2x^2 + 4$: 꼭짓점이 $(0, 4)$ 이고, y 절편은 4 인 위로 볼록한 그래프로, 제1, 2, 3, 4 사분면을 지난다.

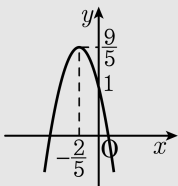


㉣ $y = -x^2 - 2x - 2 = -(x + 1)^2 - 1$: 꼭짓점이 $(-1, -1)$ 이고, y 절편은 -2 인 위로 볼록한 그래프로, 제3, 4 사분면을 지난다.



㉤ $y = -5x^2 - 4x + 1 = -5\left(x + \frac{2}{5}\right)^2 + \frac{9}{5}$: 꼭짓점이 $\left(-\frac{2}{5}, \frac{9}{5}\right)$

이고, y 절편은 1 인 위로 볼록한 그래프로, 제1, 2, 3, 4 사분면을 지난다.



52. 이차함수 $y = -x^2 + 4bx - 4b^2 + b - 7$ 의 꼭짓점이 제 4 사분면에 있기 위한 b 의 값의 범위로 옳은 것은?

① $b < 0$

② $b < 7$

③ $0 < b < 7$

④ $-7 < b < 0$

⑤ $b < 0, b > 7$

해설

$y = -x^2 + 4bx - 4b^2 + b - 7 = -(x - 2b)^2 + b - 7$, 꼭짓점의 좌표가 $(2b, b - 7)$ 이다.

$\therefore 2b > 0, b - 7 < 0$ 즉, $b > 0, b < 7$ 이므로 $0 < b < 7$ 이다.

53. 다음 중 이차함수 $y = -2x^2 + 4x$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면은?

① 제1사분면

② 제2사분면

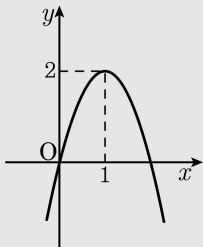
③ 제3사분면

④ 제4사분면

⑤ 제 1, 3 사분면

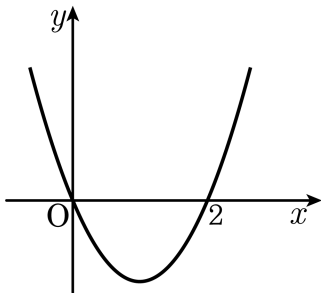
해설

$$\begin{aligned}y &= -2x^2 + 4x \\&= -2(x^2 - 2x + 1 - 1) \\&= -2(x - 1)^2 + 2\end{aligned}$$



그래프의 꼭짓점의 좌표는 (1, 2)이고 y절편은 0이다.

54. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 일차함수 $ax + by + c = 0$ 의 그래프는 몇 사분면을 지나는가?



① 제 1, 2, 3 사분면

② 제 1, 3 사분면

③ 제 2, 4 사분면

④ 제 2, 3, 4 사분면

⑤ 제 1, 2 사분면

해설

$$y = ax^2 + bx + c \text{ 에서 } c = 0$$

$$\text{또한, } y = ax \left(x + \frac{b}{a} \right) \text{ 에서}$$

$$-\frac{b}{a} = 2 > 0$$

$$\therefore \frac{b}{a} < 0$$

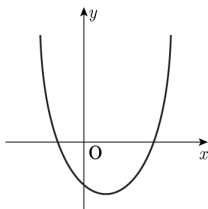
$$\text{그러므로 } ax + by + c = 0 \text{ 에서}$$

$$y = -\frac{a}{b}x$$

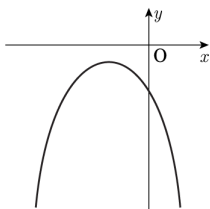
$$\therefore -\frac{a}{b} > 0 \left(\because \frac{b}{a} < 0 \right)$$

따라서 제1, 3 사분면을 지난다.

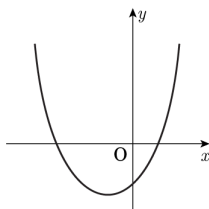
55. $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음과 같을 때, $y = cx^2 + bx + a$ 의 개형 (대략의 모양)은 어느 것인가?



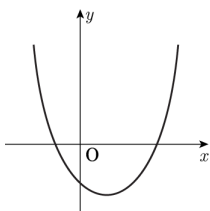
①



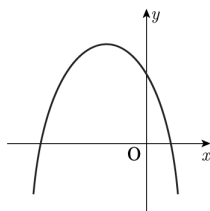
②



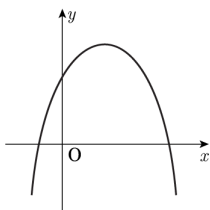
③



④



⑤



해설

아래로 볼록한 포물선이므로 $a > 0$

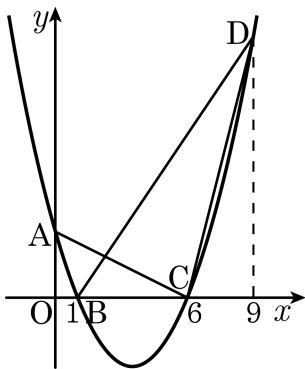
꼭짓점의 x 좌표 $-\frac{b}{2a} > 0$ 이므로 $b < 0$

y 절편 $c < 0$

따라서 $y = cx^2 + bx + a$ 의 그래프는 위로 볼록하고 꼭짓점의 x 좌표 $-\frac{b}{2c} < 0$, y 절편 $a > 0$ 인 포물선이다.

$\therefore$ ④

56. 다음 그림은 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 삼각형 ABC 의 넓이가 $\frac{15}{2}$ 일 때, 삼각형 BCD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times (6 - 1) \times c = \frac{15}{2} \text{ 이다.}$$

$c = 3$, 즉 $A(0, 3)$ 이다.

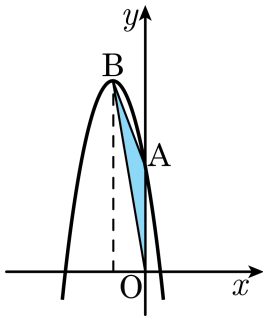
$$y = ax^2 + bx + 3 = a(x - 1)(x - 6) = ax^2 - 7ax + 6a$$

$$6a = 3, a = \frac{1}{2}, b = -\frac{7}{2} \text{ 이다.}$$

$$y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{7}{2}x + 3 \text{ 이므로 } D(9, 12) \text{ 이다.}$$

$$\triangle BCD = \frac{1}{2} \times (6 - 1) \times 12 = 30$$

57. 이차함수 $y = -x^2 - 6x + 8$ 의 그래프가 다음 그림과 같다. 점 A는 y축과의 교점이고 점 B는 꼭짓점이다. 이 때, $\triangle AOB$ 의 넓이는? (단, O는 원점이다.)



① 10

② 12

③ 14

④ 16

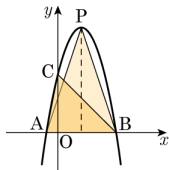
⑤ 18

해설

$$y = -(x + 3)^2 + 17 \text{ 이므로 } B(-3, 17)$$

$$A(0, 8) \text{ 이므로 } \triangle AOB = \frac{1}{2} \times 8 \times 3 = 12$$

58. 다음 그림은 $y = -x^2 + 4x + 5$ 의 그래프이다. 이때, $\triangle ABC$ 와 $\triangle ABP$ 의 넓이의 비를 구하여라. (단, 점 P 는 포물선의 꼭짓점)



▶ 답 :

▶ 정답 : 5 : 9

해설

두 삼각형의 밑변의 길이가 같으므로 높이의 비가 넓이의 비이다.

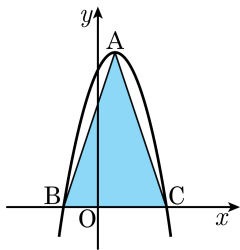
$$y = -(x - 2)^2 + 9$$

$C(0, 5)$, $P(2, 9)$ 이므로 $\triangle ABC$ 의 높이는 5 ,

$\triangle ABP$ 의 높이는 9 이다.

그러므로 $\triangle ABC : \triangle ABP = 5 : 9$

59. 다음 그림은 이차함수 $y = -x^2 + 2x + 8$ 의 그래프이다. 꼭짓점을 A, x 축과의 교점을 각각 B, C 라고 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구 하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 27

해설

이차함수식의 x 절편은

$$x^2 - 2x - 8 = 0 \text{에서}$$

$$(x - 4)(x + 2) = 0$$

$$\therefore x = 4 \text{ 또는 } x = -2$$

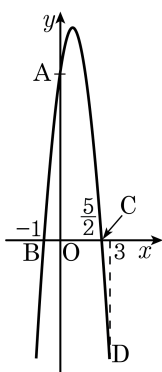
$$B(-2, 0), C(4, 0)$$

$$y = -(x^2 - 2x + 1) + 9 = -(x - 1)^2 + 9$$

$$\therefore A(1, 9)$$

따라서 넓이는 $6 \times 9 \times \frac{1}{2} = 27$ 이다.

60. 다음 그림은 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. $\triangle ABC$ 의 넓이가 $\frac{35}{2}$ 일 때, $\triangle BCD$ 의 넓이를 구하여라. (단, A, B, C, D는 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 위의 점이다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$$A(0, c), B(-1, 0), C\left(\frac{5}{2}, 0\right), D(3, p), \triangle ABC = \frac{1}{2} \times$$

$$\left(1 + \frac{5}{2}\right) \times c = \frac{35}{2}, c = 10$$

$$A(0, 10)$$

$$y = ax^2 + bx + c = a(x+1)\left(x - \frac{5}{2}\right),$$

$$-\frac{5}{2}a = 10, a = -4$$

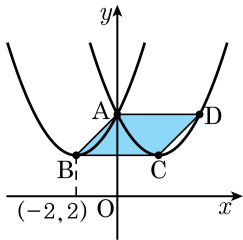
$$y = -4(x+1)\left(x - \frac{5}{2}\right) = -4x^2 + 6x + 10,$$

$y = -4x^2 + 6x + 10$ 에 $D(3, p)$ 를 대입하면

$$p = -36 + 18 + 10 = -8, D(3, -8)$$

$$\therefore \triangle BCD = \frac{1}{2} \times \left(1 + \frac{5}{2}\right) \times 8 = 14 \text{ 이다.}$$

61. 다음 그림은 이차함수 $y = \frac{1}{2}(x+2)^2 + 2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 4만큼 평행이동시킨 것이다. 이 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라. (단, 점 B와 C는 두 포물선의 꼭짓점이다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$y = \frac{1}{2}(x+2)^2 + 2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 4만큼 평행이동시키면 $y = \frac{1}{2}(x-2)^2 + 2$ 이다. 꼭짓점이 $(-2, 2)$ 에서 $(2, 2)$ 로 변하였고 점 A의 좌표는 $(0, 4)$ 이므로 평행사변형의 가로 길이는 4, 높이는 2이다. 따라서 넓이는 $4 \times 2 = 8$ 이다.

62. 이차방정식 $x^2 - 6x + (a - 1) = 0$ 의 서로 다른 두 근이 모두 정수가 되도록 하는 자연수 a 값을 모두 더한 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$$x^2 - 6x = -a + 1, x^2 - 6x + 9 = -a + 10, (x - 3)^2 = -a + 10$$

$$x - 3 = \pm \sqrt{-a + 10}, x = 3 \pm \sqrt{10 - a}$$

두 근이 정수가 되려면 $10 - a$ 가 제곱수가 되어야 하므로

$$10 - a = 9, 4, 1 \text{ 에서 } a = 1, 6, 9$$

a 값 들의 합은 $1 + 6 + 9 = 16$ 이다.

63. 두 수 x, y 가 모두 양의 정수일 때, $(x+y)^2 + 3x + y = 1996$ 을 만족하는 x, y 에 대하여 $y - 2x$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$x + y \leq 44$ 이므로 ($\because 44^2 < 1996 < 45^2$)

1) $x + y = 44$ 이면,

$$\begin{aligned}(x+y)^2 + 3x + y &= (x+y)^2 + 3(x+y) - 2y \\ &= 1936 + 132 - 2y = 1996\end{aligned}$$

$\therefore y = 36, x = 8$

2) $x + y \leq 43$ 이면,

$$2y = (x+y)^2 + 3(x+y) - 1996 \leq 43^2 + 129 - 1996$$

$$2y \leq -18$$

즉, y 의 값이 음수이므로 문제의 조건에 적합하지 않다.

따라서 $y = 36, x = 8$ 이므로 $y - 3x = 20$ 이다.

64. 이차방정식 $x^2 - 8x + a = 0$ 의 해가 정수일 때, 자연수 a 의 값 중 가장 큰 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$x^2 - 8x + a = 0$ 의 해 $x = 4 \pm \sqrt{16 - a}$ 가 정수이기 위해서는
근호 안의 수가 제곱수이어야 한다.

a 는 자연수이므로 $0 \leq 16 - a < 16$

$16 - a = 0, 1, 4, 9$

$\therefore a = 7, 12, 15, 16$

따라서 가장 큰 수는 $a = 16$ 이다.