

1. $2(x-3)^2 = 18$ 의 양의 정수인 해를 구하면?

① 1

② 3

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$$(x-3)^2 = 9$$

$$x-3 = \pm 3$$

$$\therefore x = 6, 0$$

따라서 양의 정수의 해는 6이다.

2. 이차방정식 $x^2 + 2x + A = 0$ 의 근이 $x = 2$ 또는 $x = -4$ 일 때, A 의 값은?

① 6

② -6

③ 7

④ -8

⑤ -7

해설

근과 계수와의 관계에 의해

$$2 \times (-4) = A$$

$$\therefore A = -8$$

3. 이차함수 $y = \frac{4}{5}x^2$ 의 그래프가 점 $(a, a^2 - 1)$ 를 지날 때, a 의 값을 구하여라. (단, $a < 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\sqrt{5}$

해설

$y = \frac{4}{5}x^2$ 의 그래프가 점 $(a, a^2 - 1)$ 를 지나므로

$$a^2 - 1 = \frac{4}{5}a^2$$

$$\frac{1}{5}a^2 = 1$$

$$a^2 = 5$$

$$a < 0 \text{ 이므로 } a = -\sqrt{5}$$

4. 이차방정식 $(x - 4)^2 = 8$ 의 두 근을 a, b 라 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$(x - 4)^2 = 8$$

$$x = 4 \pm 2\sqrt{2}$$

$$\therefore a + b = (4 + 2\sqrt{2}) + (4 - 2\sqrt{2}) = 8$$

5. 자연수 1에서 n 까지의 합은 $\frac{n(n+1)}{2}$ 이다. 합이 153이 되려면 1부터 n 까지를 더해야 한다고 할 때, n 은?

① 15 ② 16 ③ 17 ④ 18 ⑤ 19

해설

$$\frac{n(n+1)}{2} = 153 \text{ 이므로}$$

$$n^2 + n - 306 = 0$$

$$(n-17)(n+18) = 0$$

$$\therefore n = 17 \text{ } (\because n > 0)$$

6. 어떤 원에서 반지름의 길이를 2 cm 만큼 줄였더니 넓이는 반으로 줄었다. 처음 원의 반지름의 길이는?

① $(4 + 3\sqrt{2})\text{cm}$ ② $(4 - \sqrt{2})\text{cm}$ ③ $(4 + \sqrt{2})\text{cm}$

④ $(4 - 2\sqrt{2})\text{cm}$ ⑤ $(4 + 2\sqrt{2})\text{cm}$

해설

처음 원의 반지름을 $x\text{ cm}$ 라 하면,

$$\frac{1}{2}x^2\pi = (x-2)^2\pi$$

$$x^2 = 2(x^2 - 4x + 4)$$

$$(x-4)^2 = 8$$

$$x = 4 \pm 2\sqrt{2}$$

$x > 2$ 이므로 $x = 4 + 2\sqrt{2}(\text{cm})$ 이다.

7. 어떤 원의 반지름의 길이를 5cm 늘였더니, 그 넓이는 처음 원의 넓이의 6배가 되었다. 처음 원의 반지름의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $1 + \sqrt{6}$

해설

$$\pi(x+5)^2 = 5\pi x^2$$

$$x^2 + 10x + 25 = 5x^2$$

$$5x^2 - 10x - 25 = 0$$

$$x^2 - 2x - 5 = 0$$

$$x = 1 + \sqrt{6} (\because x > 0)$$

8. 다음 보기에서 해가 없는 이차방정식을 모두 골라라. (단, 완전제곱식을 이용하여라.)

보기

㉠ $x^2 - 3x + 5 = 0$

㉡ $x^2 + 4x + 2 = 0$

㉢ $\frac{1}{2}x^2 + \frac{2}{3}x - \frac{3}{4} = 0$

㉣ $\frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{6}x + \frac{1}{12} = 0$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉢

해설

㉠ $x^2 - 3x = -5$

$$x^2 - 3x + \frac{9}{4} = -5 + \frac{9}{4}$$

$$\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = -\frac{11}{4}$$

따라서 제곱한 수는 음수가 될 수 없으므로 해가 없다.

㉡ $x^2 + 4x = -2$

$$x^2 + 4x + 4 = -2 + 4$$

$$(x + 2)^2 = 2$$

㉢ $\frac{1}{2}x^2 + \frac{2}{3}x - \frac{3}{4} = 0$ 에서 양변에 2 를 곱하면 $x^2 + \frac{4}{3}x = \frac{3}{2}$

$$x^2 + \frac{4}{3}x + \frac{4}{9} = \frac{3}{2} + \frac{4}{9}$$

$$\left(x + \frac{2}{3}\right)^2 = \frac{35}{18}$$

㉣ $\frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{6}x + \frac{1}{12} = 0$ 에서 양변에 3 을 곱하면 $x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{4} = 0$

$$x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{16} = -\frac{1}{4} + \frac{1}{16}$$

$$\left(x - \frac{1}{4}\right)^2 = -\frac{3}{16}$$

따라서 제곱한 수는 음수가 될 수 없으므로 해가 없다.

9. 이차방정식 $x^2 + 4x - 1 = 0$ 을 $(x + a)^2 = b$ 의 꼴로 고칠 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① 5

② 7

③ 9

④ 11

⑤ 13

해설

$$x^2 + 4x - 1 = 0$$

$$x^2 + 4x = 1$$

$$(x + 2)^2 = 5$$

$$\therefore a = 2, b = 5$$

$$\therefore a + b = 7$$

10. 이차방정식 $x^2 + 6x - 3 = 0$ 을 $(x + a)^2 = b$ 의 꼴로 고칠 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 36

해설

$$\begin{aligned}x^2 + 6x - 3 &= 0 \\(x + 3)^2 - 3 - 9 &= 0 \\(x + 3)^2 &= 12 \\\therefore a &= 3, b = 12 \\\therefore ab &= 36\end{aligned}$$

11. 이차방정식 $x^2 + 4ax + b = 0$ 의 근이 $x = 2 \pm 2\sqrt{3}$ 일 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a - b = 7$

해설

$x^2 + 4ax + b = 0$ 에서

$$x^2 + 4ax = -b$$

$$x^2 + 4ax + 4a^2 = -b + 4a^2$$

$$(x + 2a)^2 = -b + 4a^2$$

$$x + 2a = \pm \sqrt{4a^2 - b}$$

$$\therefore x = -2a \pm \sqrt{4a^2 - b} = 2 \pm 2\sqrt{3}$$

따라서 $a = -1$, a 값을 대입하면

$$\sqrt{4 - b} = \sqrt{12}$$

$$\therefore b = -8$$

따라서 $a - b = 7$ 이다.

12. 이차방정식 $2x^2 - 4x - 3 = 0$ 을 완전제곱식으로 풀고 두 근 중에서 작은 근을 m , 큰 근을 n 이라 할 때, $a < m < a + 1$, $b < n < b + 1$ 을 만족하는 정수 a, b 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -1$

▷ 정답 : $b = 2$

해설

양변을 2 로 나누면 $x^2 - 2x - \frac{3}{2} = 0$ 이고 $x^2 - 2x = \frac{3}{2}$, 양변에 1 을 더하면

$$x^2 - 2x + 1 = \frac{3}{2} + 1, (x - 1)^2 = \frac{5}{2}, x = \frac{2 \pm \sqrt{10}}{2} \text{ 이다.}$$

작은 근 $\frac{2 - \sqrt{10}}{2} = m$ 이고, $-1 < m < 0$ 이므로 $a = -1$ 이다.

큰 근 $\frac{2 + \sqrt{10}}{2} = n$ 이고, $2 < n < 3$ 이므로 $b = 2$ 이다.

따라서 $a = -1, b = 2$ 이다.

13. 기호 $[a]$ 는 a 의 값을 넘지 않는 최대 정수를 나타낸다. 예를 들면 $[1.2] = 1$, $[\sqrt{5}] = 2$ 이다. 이차방정식 $x^2 - 4x - 7 = 0$ 의 근 중 양수인 것을 a 라 할 때, $(a - [a] + 3)^2$ 의 값을 구하면?

- ① 5 ② 7 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

해설

$$x^2 - 4x - 7 = 0 \text{ 에서}$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 28}}{2} = 2 \pm \sqrt{11}$$

$$\text{따라서 양수인 근 } a \text{ 는 } 2 + \sqrt{11}$$

$$3 < \sqrt{11} < 4 \text{ 이므로 } 5 < 2 + \sqrt{11} < 6$$

$$\therefore [a] = 5$$

$$\begin{aligned} \therefore (a - [a] + 3)^2 &= (2 + \sqrt{11} - 5 + 3)^2 \\ &= (\sqrt{11})^2 = 11 \end{aligned}$$

14. 한 원 위에 $n+1$ 개의 점을 잡아 $n+1$ 각형을 만들었다. 새로 만든 도형의 대각선의 총 개수가 35 개 일 때, n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$\frac{(n+1)(n-2)}{2} = 35 \text{ 이므로}$$

$$n^2 - n - 72 = 0$$

$$(n+8)(n-9) = 0$$

$$\therefore n = 9 \quad (\because n > 0)$$

15. 어떤 무리수 x 가 있다. x 의 소수 부분을 y 라 할 때 x 의 제곱과 y 의 제곱의 합이 33이다.

무리수 x 의 값은? (단, $x > 0$)

① $x = \frac{5 + \sqrt{41}}{2}$
③ $x = \frac{5 + \sqrt{37}}{3}$
⑤ $x = \frac{3 + \sqrt{37}}{4}$

② $x = \frac{2 + \sqrt{41}}{5}$
④ $x = \frac{-2 + \sqrt{41}}{5}$

해설

$x^2 + y^2 = 33, 0 \leq y < 1$
 $0 \leq y^2 = 33 - x^2 < 1, \sqrt{32} < x \leq \sqrt{33}$
따라서 x 의 정수 부분은 5이고 $y = x - 5$
 $x^2 + (x - 5)^2 = 33$
 $\therefore x = \frac{5 \pm \sqrt{41}}{2}$
 $\therefore x = \frac{5 + \sqrt{41}}{2} (\because x > 0)$

16. 어느 반 학생들에게 공책 144 권을 똑같이 나누어 주려고 한다. 한 사람에게 돌아가는 공책의 수가 전체 학생 수보다 7 이 적다고 할 때, 한 명에게 돌아가는 공책의 수는?

① 6 권 ② 9 권 ③ 12 권 ④ 16 권 ⑤ 24 권

해설

한 명에게 돌아가는 공책의 수를 x 권, 전체 학생 수를 $(x + 7)$ 명이라 하면,

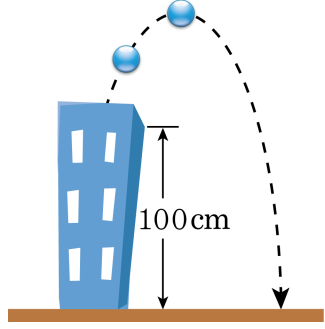
$$x(x + 7) = 144$$

$$x^2 + 7x - 144 = 0$$

$$(x + 16)(x - 9) = 0$$

$$\therefore x = 9 \quad (\because x > 0)$$

17. 지면으로부터 100m 되는 건물의 높이에서 초속 40m 로 위에 던져 올린 물체의 t 초 후의 높이를 h m 라고 하면 t 와 h 사이에는 $h = -5t^2 + 40t + 100$ 인 관계가 성립한다. 이 물체가 지면으로부터 160m 인 지점을 지날 때부터 최고점에 도달하기까지 걸리는 시간과 최고점의 높이는?

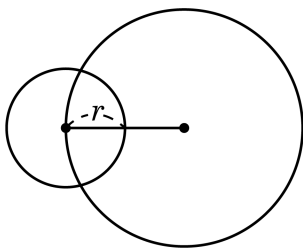


- ① 2 초, 170m ② 3 초, 175m ③ 2 초, 175m
④ 3 초, 180m ⑤ 2 초, 180m

해설

$-5t^2 + 40t + 100 = 160$
 $t^2 - 8t + 12 = 0$
 $(t - 2)(t - 6) = 0$
 $\therefore t = 2$ 또는 $t = 6$
물체가 올라갔다 떨어지는 것이므로 처음으로 160m 를 지나는 시간부터 최고점까지 올라가는데 걸리는 시간은 두 시간 간격사이의 절반이다.
 $t = \frac{6 - 2}{2} = 2(\text{초})$
최고점까지의 거리는 물체가 4 초만큼 움직인 거리이므로
 $h = -5t^2 + 40t + 100$
 $= -5(4^2) + 40 \times 4 + 100$
 $= 180(\text{m})$

18. 다음 그림과 같이 반지름이 r 인 원과 반지름이 이 원의 두 배인 원이 겹치고 있다. 겹치지 않는 부분의 넓이의 차가 12π 라고 할 때, 반지름 r 의 값은?

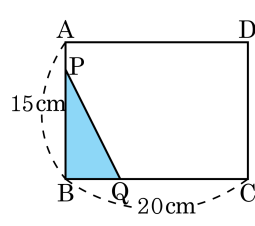


- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

겹치는 부분은 두 원 모두에 있는 부분이므로, 겹치지 않는 부분의 넓이의 차는 두 원의 넓이의 차와 같다.
따라서 식으로 나타내면 $(2r)^2\pi - r^2\pi = 12\pi$ 이다.
 $r^2 - 4 = 0$
 $\therefore r = 2$ ($\because r > 0$)

19. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 15\text{ cm}$, $\overline{BC} = 20\text{ cm}$ 인 직사각형 ABCD가 있다. 점 P는 변 AB위를 점 A로부터 B까지 매초 1 cm의 속력으로 움직이고, 점 Q는 변 BC위를 점 B로부터 C까지 매초 2 cm의 속력으로 움직이고 있다. 두 점 P, Q가 동시에 출발하였다면 몇 초 후에 $\triangle BPQ$ 의 넓이가 36 cm^2 가 되는지

▶ 답: 초

▶ 정답 : 3 초

해설

x 초 후에 $\overline{PB} = (15 - x) \text{ cm}$, $\overline{BQ} = 2x \text{ cm}$ $\triangle BPQ$ 의 넓이는

 $\frac{1}{2} \overline{PB} \times \overline{BQ}$ 이므로
$$\frac{1}{2}PB \times BQ \text{ 이므로}$$
$$\frac{1}{2}(15 - x)2x = 36$$
$$2x^2 - 30x + 72 = 0$$
$$2x^2 - 30x + 72 = 0$$

$$r^2 - 15r + 36 = 0$$
$$(x-3)(x-12) = 0$$

20. $y = 2x^2$ 의 그래프 위의 두 점 $A(2, p)$, $B(q, 2)$ 를 지나는 직선의 방정식은?(단, $q < 0$)

① $y = 2x - 3$

② $y = -2x + 3$

③ $y = 2x + 4$

④ $y = -2x + 4$

⑤ $y = 2x - 4$

해설

$(2, p)$ 를 $y = 2x^2$ 에 대입하면 $p = 2 \times 2^2 = 8$

$(q, 2)$ 를 대입하면 $2 = 2q^2$, $q^2 = 1$ 에서 $q = \pm 1$

그런데 $q < 0$ 이므로 $q = -1$

$(2, 8)$, $(-1, 2)$ 를 지나는 직선의 방정식은

$$(기울기) = \frac{8-2}{2-(-1)} = \frac{6}{3} = 2$$

$y = 2x + b$ 에 $(2, 8)$ 을 대입하면

$$8 = 2 \times 2 + b \quad \therefore b = 4$$

따라서 구하는 식은 $y = 2x + 4$