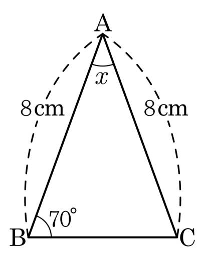
1. 다음과 같은 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB} = \overline{AC} = 8\mathrm{cm}$일 때, $\angle x$의 크기는?

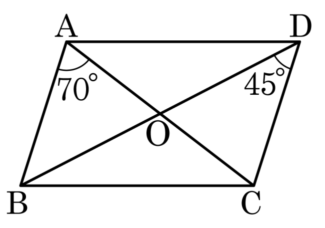


① $40°$ ② $45°$ ③ $50°$ ④ $55°$ ⑤ $60°$

해설

$\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로
$\angle ACB = 70°$
따라서 $x = 180° - 2 \times 70° = 40°$

2. 평행사변형ABCD 에서 $\angle BAC = 70°$, $\angle BDC = 45°$ 일 때, $\angle OBC + \angle OCB$ 의 크기는?

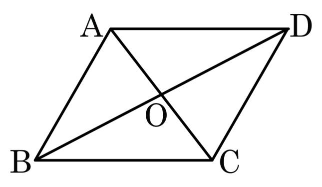


① 70° ② 65° ③ 60° ④ 50° ⑤ 45°

해설

$\angle ABO = 45°$ (엇각)
$\angle OBC + \angle OCB$ 는 $\triangle OBC$ 외각
$\therefore \angle AOB = 65°$

3. 다음은 ‘평행사변형에서 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.’ 를 증명한 것이다. □ 안에 들어갈 알맞은 것은?



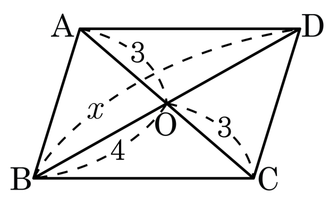
[가정] □ABCD 에서 $\overline{AB} // \overline{DC}$, $\overline{AD} // \overline{BC}$
[결론] $\overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$
[증명] △OAD 와 △OCB 에서 평행사변형의 대변의 길이는 같으므로
$\overline{AD} = \overline{BC}$ ⋯ ㉠
$\overline{AD} // \overline{BC}$ 이므로
∠OAD = ∠OCB (엇각) ⋯ ㉡,
∠ODA = $\boxed{}$ (엇각) ⋯ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 △OAD ≡ △OCB (ASA 합동)
∴ $\overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$

① ∠ODA ② ∠OAB ③ ∠CDO
④ ∠OBC ⑤ ∠BCO

해설

△OAD 와 △OCB 에서 평행사변형의 대변의 길이는 같으므로
$\overline{AD} = \overline{BC}$, $\overline{AD} // \overline{BC}$ 이고
∠OAD = ∠OCB (엇각), ∠ODA = ∠OBC (엇각) 이므로
△OAD ≡ △OCB (ASA 합동) 이다.

4. 다음 그림에서 $\overline{BO} = 4$, $\overline{CO} = 3$일 때, □ABCD가 평행사변형이 되도록 하는 x의 값을 구하여라.



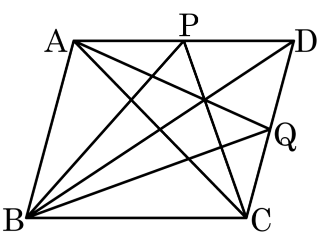
▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$x = 2 \times 4 = 8$

5. 다음 그림에서 □ABCD은 넓이가 100인 평행사변형이다. $\triangle DCP = 20$일 때, $\triangle ABP$의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

$\triangle ABP = \triangle ACP$

$\triangle ACP + \triangle DCP = \triangle ACP + 20$

$= \triangle ABP + 20$

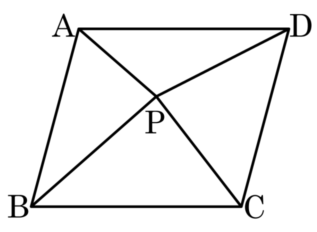
$= \triangle ACD$

$= \frac{1}{2}\square ABCD$

$= \frac{1}{2} \times 100$

$\therefore\ \triangle ABP = 30$

6. 다음 그림에서 □ABCD는 평행사변형이고, $\triangle APD = 12\text{cm}^2$, $\triangle PBC = 30\text{cm}^2$일 때, $\frac{1}{2}$□ABCD의 넓이는?

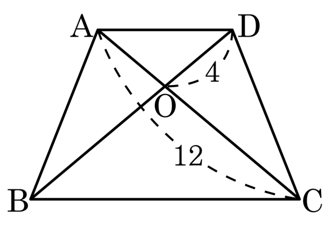


① 36cm^2 ② 38cm^2 ③ 40cm^2
④ 42cm^2 ⑤ 44cm^2

해설

내부의 한 점 P에 대하여 $\frac{1}{2}$□ABCD $= \triangle PAB + \triangle PCD = \triangle APD + \triangle PBC$이다.
$\triangle APD = 12\text{cm}^2$, $\triangle PBC = 30\text{cm}^2$이므로
$12 + 30 = \frac{1}{2}$□ABCD이다.
따라서 $\frac{1}{2}$□ABCD의 넓이는 42cm^2이다.

7. 다음 그림에서 □ABCD가 등변사다리꼴이고 $\overline{AC} = 12$, $\overline{DO} = 4$일 때, $\overline{BO}$의 길이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

등변사다리꼴은 두 대각선의 길이가 서로 같으므로 $\overline{BD} = \overline{AC} = 12$이다.

$\therefore\ \overline{BO} = 12 - 4 = 8$ 이다.

8. 다음 사각형 중 평행사변형이 아닌 것은?(정답 2개)

① 정사각형　② 직사각형　③ 마름모
④ 사다리꼴　⑤ 등변사다리꼴

해설

두 쌍의 대변이 각각 평행한 사각형을 평행사변형이라 한다.
따라서 ④, ⑤는 평행사변형이라 할 수 없다.

9. 다음은「두 내각의 크기가 같은 삼각형은 이등변삼각형이다.」를 보이는 과정이다.

> $\angle A$ 의 이등분선과 변 BC 와의 교점을 D 라 하면
> $\triangle ABD$ 와 $\triangle ACD$ 에서
> $\angle BAD =$ (가) $\cdots$ ㉠
> $\overline{AD}$ 는 공통 $\cdots$ ㉡
> $\angle B =$ (나) 이므로
> $\angle ADB =$ (다) $\cdots$ ㉢
> ㉠, ㉡, ㉢ 에 의해
> $\triangle ABD \equiv \triangle ACD$ ((라) 합동) 이므로
> (마)
> $\therefore \triangle ABC$ 는 이등변삼각형이다.

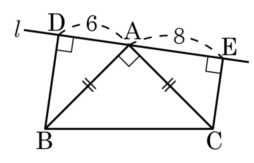
(가) ~ (마) 에 들어갈 것으로 옳지 않은 것은?

① (가) $\angle CAD$
② (나) $\angle C$
③ (다) $\angle ADC$
④ (라) SAS
⑤ (마) $\overline{AB} = \overline{AC}$

해설

$\angle A$ 의 이등분선과 변 BC 와의 교점을 D 라 하면
$\triangle ABD$ 와 $\triangle ACD$ 에서
$\angle BAD = \angle CAD \cdots$ ㉠
$\overline{AD}$ 는 공통 $\cdots$ ㉡
$\angle B = \angle C$ 이므로
$\angle ADB = \angle ADC \cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢ 에 의해
$\triangle ABD \equiv \triangle ACD$ (ASA 합동) 이므로
$\overline{AB} = \overline{AC}$
$\therefore \triangle ABC$ 는 이등변삼각형이다.

10. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$, $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 직각이등변삼각형 ABC 의 꼭짓점 B, C 에서 점 A 를 지나는 직선 l 위에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라 할 때, $\overline{DB} + \overline{EC}$ 의 값은 ?

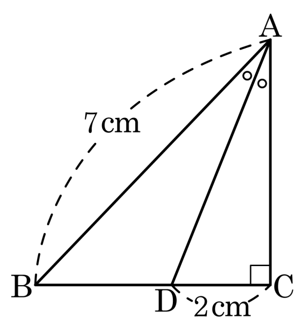


① 2 ② 6 ③ 8 ④ 14 ⑤ 16

해설

$\triangle ABD \equiv \triangle CAE$ (RHA 합동) 이므로
$\overline{BD} = \overline{AE}, \overline{CE} = \overline{DA}$ 이다.
따라서 $\overline{DB} + \overline{EC} = \overline{DE} = 14$ 이다.

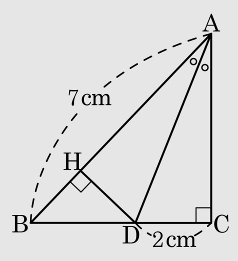
11. 다음 그림에서 $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\angle A$ 의 이등분선이 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 D 라 하고, $\overline{AB} = 7\text{cm}$, $\overline{DC} = 2\text{cm}$ 일 때, $\triangle ABD$ 의 넓이는?



① 5cm^2 ② 6cm^2 ③ 7cm^2 ④ 8cm^2 ⑤ 9cm^2

해설

점 D 에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선과의 교점을 H 라 하면, $\triangle AHD \equiv \triangle ACD$(RHA합동)



$\overline{DC} = \overline{DH} = 2\text{cm}$

$\therefore \triangle ABD = \frac{1}{2} \times 7 \times 2 = 7(\text{cm}^2)$

12. 둘레의 길이가 18cm 이고, 넓이가 27cm^2 인 삼각형의 내접원의 반지름의 길이가 $r$cm 이다. r의 값 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

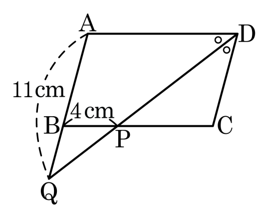
해설

삼각형 ABC , 내심을 I 라 하자.

$$\begin{aligned}\triangle\mathrm{ABC} &= \triangle\mathrm{ABI} + \triangle\mathrm{BCI} + \triangle\mathrm{ACI} \\ &= \frac{1}{2}r\times\overline{\mathrm{AB}} + \frac{1}{2}r\times\overline{\mathrm{BC}} + \frac{1}{2}r\times\overline{\mathrm{AC}} \\ &= \frac{1}{2}r\times(\overline{\mathrm{AB}} + \overline{\mathrm{BC}} + \overline{\mathrm{AC}}) \\ &= \frac{1}{2}r\times 18 = 27\end{aligned}$$

$\therefore r = 3(\mathrm{cm})$

13. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AD}+\overline{DC}$ 의 값을 구하여라.



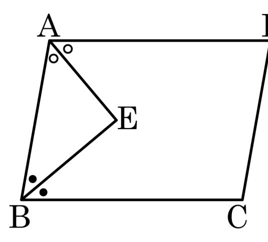
▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 18 cm

해설

$\triangle BQP$ 가 $\overline{BQ}=\overline{BP}$ 인 이등변삼각형이므로
$\overline{DC}=\overline{AB}=11-4=7(\mathrm{cm})$
$\triangle AQD$ 가 $\overline{AQ}=\overline{AD}$ 인 이등변삼각형이므로
$\overline{AD}=\overline{AQ}=11(\mathrm{cm})$
$\overline{AD}+\overline{DC}=11+7=18(\mathrm{cm})$

14. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle A$ 와 $\angle B$ 의 이등분선이 만나는 점을 E 라 할 때, $\angle AEB$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답： $\underline{\quad}^\circ$

▷ 정답： 90°

해설

$\square ABCD$ 가 평행사변형이므로 $\angle A + \angle B = 180^\circ$

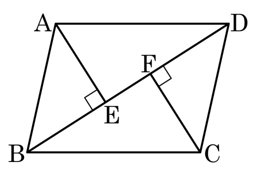
$\angle BAE = \frac{1}{2}\angle A, \angle ABE = \frac{1}{2}\angle B$ 이므로

$\angle BAE + \angle ABE = \frac{1}{2}(\angle A + \angle B) = \frac{1}{2} \times 180^\circ = 90^\circ$

$\triangle ABE$ 에서 $\angle BAE + \angle ABE + \angle AEB = 180^\circ$ 이므로 $90^\circ + \angle AEB = 180^\circ$

$\therefore \angle AEB = 90^\circ$

15. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 두 꼭짓점 A, C 에서 대각선 B, D 에 내린 수선의 발을 각각 E, F 라 할 때, 다음 중 □AECF 가 평행사변형이 되는 조건으로 가장 알맞은 것은?

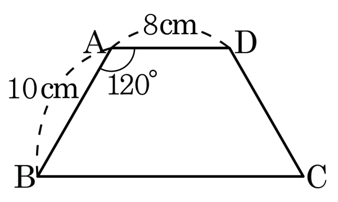


① $\overline{AE}//\overline{CF}$, $\overline{AF}//\overline{CE}$
② $\overline{AE}=\overline{CF}$, $\overline{AF}=\overline{CE}$
③ $\overline{AE}=\overline{CF}$, $\overline{AE}//\overline{CF}$
④ $\overline{AE}//\overline{CF}$
⑤ $\overline{AF}=\overline{CF}$, $\overline{AF}//\overline{CF}$

해설

$\triangle ABE \equiv \triangle CDF$(RHA합동) 이므로
$\overline{AE}=\overline{CF}$, $\overline{AE}//\overline{CF}$ 이다.

16. 다음 그림의 □ABCD는 $\overline{AD} // \overline{BC}$인 등변사다리꼴이다. $\overline{AB} = 10cm$, $\overline{AD} = 8cm$, $\angle A = 120°$일 때, □ABCD의 둘레의 길이를 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)

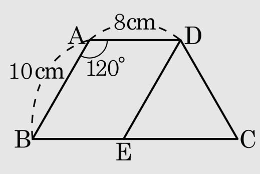


▶ 답 :

▷ 정답 : 46

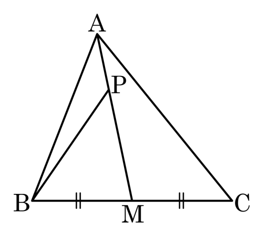
해설

$\angle A + \angle B = 180°$이므로 $\angle B = 60°$이다.
점 D를 지나고 $\overline{AB}$와 평행한 직선이 $\overline{BC}$와 만나는 점을 E라 하자.



$\overline{AD} // \overline{BE}$, $\overline{AB} // \overline{DE}$이므로 □ABED는 평행사변형이다.
$\overline{AD} = \overline{BE} = 8cm$, $\overline{AB} = \overline{DE} = 10cm$이고, 동위각이므로 $\angle ABE = \angle DEC = 60°$이다.
$\triangle DEC$는 $\overline{DE} = \overline{DC} = 10cm$에서 이등변삼각형임을 알 수 있고 밑각이 $60°$이므로
세 내각의 크기가 모두 같은 정삼각형이 된다.
$\overline{DC} = \overline{CE} = \overline{ED} = 10cm$
$\therefore \overline{BC} = \overline{BE} + \overline{EC} = 8 + 10 = 18cm$
따라서 둘레의 길이는 $8 + 10 + 18 + 10 = 46(cm)$이다.

17. 다음 그림에서 점 M은 $\overline{BC}$의 중점이고 $\overline{AP}:\overline{PM} = 1:2$이다. $\triangle ABC = 60cm^2$일 때 $\triangle PBM$의 넓이를 구하여라.



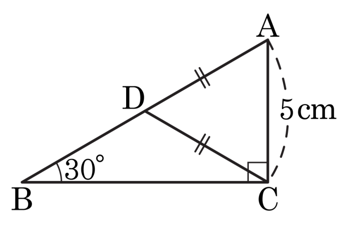
▶ 답: $\underline{\qquad cm^2}$

▷ 정답: 20 $\underline{cm^2}$

해설

$\triangle ABM$과 $\triangle AMC$의 밑변의 길이와 높이가 같으므로, 두 삼각형의 넓이는 같다.
$\triangle ABM = 30cm^2$
$\triangle APB$와 $\triangle BMP$의 높이는 같고 밑변의 길이의 비가 $1:2$이므로
$\triangle PBM = 30 \times \frac{2}{3} = 20(cm^2)$

18. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AD} = \overline{CD}$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이는?

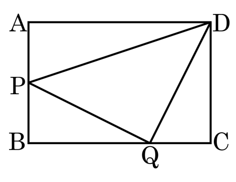


① 7cm ② 8cm ③ 9cm ④ 10cm ⑤ 11cm

해설

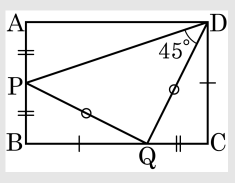
$\triangle ABC$ 에서
$\angle BAC = 180° - (90° + 30°) = 60°$
$\triangle ACD$ 는 이등변삼각형이므로 $\angle DAC = \angle DCA$
그런데 $\angle DAC = \angle BAC$ 이므로 $\angle DAC = \angle DCA = 60°$
또 $\angle CDA = 60°$ 이므로 $\triangle ACD$ 는 정삼각형
$\angle C = 90°$ 이고 $\angle DCA = 60°$ 이므로
$\angle BCD = 90° - 60° = 30°$
따라서 $\triangle BCD$ 는 이등변삼각형
$\overline{AD} = \overline{CD} = \overline{BD}$ 이므로
$\overline{AB} = \overline{AD} + \overline{BD} = 5 + 5 = 10(\text{cm})$

19. 다음 그림의 $\overline{AB} : \overline{BC} = 2 : 3$ 인 직사각형ABCD에서 점 P 는 변 $\overline{AB}$ 의 중점이고, 점 Q 는 변 BC 를 $2 : 1$ 로 내분하는 점이다. 이때, $\angle ADP + \angle BQP$ 의 크기는?



① $45°$ ② $50°$ ③ $55°$ ④ $60°$ ⑤ $65°$

해설



위의 그림처럼 D 와 Q 를 연결하자.

$\triangle PBQ$ 와 $\triangle QCD$ 에서

$\overline{BQ} : \overline{QC} = 2 : 1$, $\overline{AB} : \overline{BC} = 2 : 3$ 이므로 $\overline{AB} = \overline{BQ} = \overline{CD}$,

$\overline{PB} = \overline{QC}$

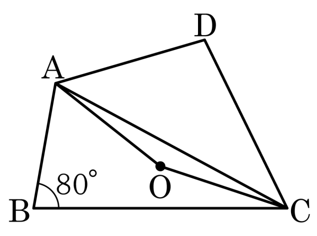
$\angle PBC = \angle QCD$

$\therefore \triangle PBQ \equiv \triangle QCD$

따라서 $\angle PQB = \angle QDC$ 이고, $\overline{PQ} = \overline{QD}$ 이므로 $\triangle PQD$ 는 직각이등변삼각형이다.

$\therefore \angle ADP + \angle BQP = \angle ADP + \angle CDQ = 45°$

20. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이고 동시에 $\triangle ACD$의 외심일 때, $\angle D$의 크기는?



① $20°$　② $40°$　③ $60°$　④ $80°$　⑤ $100°$

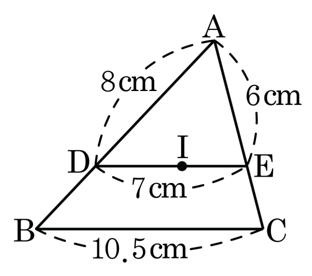
해설

$\angle AOC = 2 \times 80° = 160°$이므로

$\angle ADC = \frac{1}{2}(360° - 160°) = 100°$

$\therefore \angle D = 100°$

21. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고 $\overline{DE} // \overline{BC}$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ________ cm

▷ 정답 : 31.5 cm

해설

$\triangle DBI$ 에서

점 I 가 내심이므로 $\angle DBI = \angle IBC \cdots$ ㉠

$\overline{DE} // \overline{BC}$ 이므로 $\angle IBC = \angle DIB$ (엇각) $\cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 $\angle DBI = \angle DIB$ 이므로 $\triangle DBI$ 는 이등변삼각형이다.

$\overline{DB} = \overline{DI}$

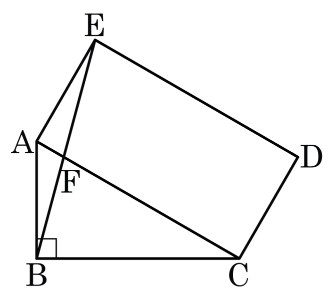
같은 방법으로 $\triangle EIC$ 도 이등변삼각형이다.

$\overline{EC} = \overline{EI}$

따라서 $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이는

$$\begin{aligned}\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{AC} &= \overline{AD} + \overline{AE} + \overline{DE} + \overline{BC} \\ &= 8 + 6 + 7 + 10.5 = 31.5(\mathrm{cm})\end{aligned}$$

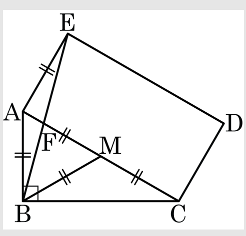
22. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\angle B = 90°$, $\angle C = 30°$ 인 직각삼각형이고 $\square ACDE$ 는 $\overline{AC} = 2\overline{AE}$ 인 직사각형이다. $\overline{AC}$ 와 $\overline{BE}$ 의 교점을 F 라 할 때, $\angle AEB$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: °

▷ 정답: 15°

해설



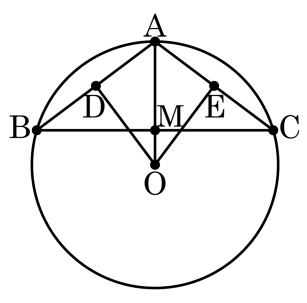
직각삼각형의 외심은 빗변의 중점에 있으므로 $\overline{AC}$ 의 중점을 M 이라 하면 $\overline{AM} = \overline{BM} = \overline{CM}$

$\angle BAC = 60°$ 이므로 $\triangle ABM$ 은 정삼각형이다.

또한, $\overline{AC} = 2\overline{AE}$ 에서 $\overline{AM} = \overline{AE} = \overline{AB}$ 이므로 $\triangle ABE$ 는 이등변 삼각형이다.

$\therefore\ \angle AEB = \frac{1}{2}(180° - 60° - 90°) = 15°$

23. 다음 그림에서 삼각형 ABC 는 반지름의 길이가 25 인 원 O 에 내접하는 이등변삼각형이고, 원의 중심 O 에서 변 AB, AC 에 내린 수선의 발을 각각 D, E, 변 BC 의 중점을 M 이라 정한다. $\overline{AB}=30$, $\overline{BC}=48$, $\overline{AM}=18$ 일 때, 선분 OE 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

삼각형의 외심은 세 변의 수직이등분선의 교점이므로

$\angle AMC = 90°$, $\overline{OM} = 25 - 18 = 7$

또 $\overline{AB} = \overline{AC} = 30$

$\triangle OAD$ 와 $\triangle OAE$ 에서

$\angle ODA = \angle OEA = 90°$, $\overline{OA}$ 는 공통, $\angle OAD = \angle OAE$ ($\because$ $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형) 이므로

$\triangle OAD \equiv \triangle OAE$ (RHA 합동)

$\therefore\ \overline{OD} = \overline{OE}$

이때, $\triangle ABC = \triangle OAB + \triangle OAC - \triangle OBC$ 이므로

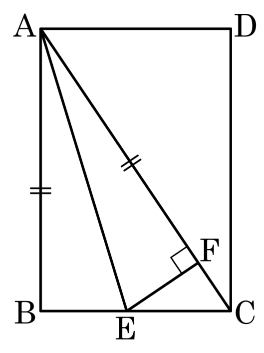
$\frac{1}{2} \times 48 \times 18 = \frac{1}{2}(\overline{AB} \times \overline{OD} + \overline{AC} \times \overline{OE} - \overline{BC} \times \overline{OM})$

$\overline{OD} = \overline{OE} = x$ 라 하면

$\frac{1}{2} \times (30 \times x + 30 \times x - 48 \times 7) = 432$

$\therefore\ \overline{OE} = x = 20$

24. 다음 직사각형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{AE}}$ 를 접는 선으로 하여 점 B 를 대각선 $\overline{\mathrm{AC}}$ 에 오도록 접고 만나는 점을 F 라 하자. $\angle\mathrm{AEB} = 73°$ 라고 할 때, $\angle\mathrm{ECF}$ 를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad}$ °

▷ 정답 : 56 °

해설

$\angle\mathrm{AEB} = \angle\mathrm{AEF} = 73°$ 이고, $\triangle\mathrm{AEB}$ 에서 $\angle\mathrm{EAB} = 180° - 73° - 90° = 17°$ 이다.
$\angle\mathrm{EAB} = \angle\mathrm{EAF} = 17°, \angle\mathrm{BAF} = 34°$ 이다. $\triangle\mathrm{ABC}$ 에서 $\angle\mathrm{ECF} = 180° - 90° - 34° = 56°$ 이다.

25. 다음 사각형 중 각 변의 중점을 차례로 연결하여 만든 사각형이 마름모인것을 모두 고르면?

① 평행사변형 ② 직사각형 ③ 마름모
④ 정사각형 ⑤ 등변사다리꼴

해설