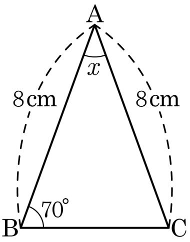
1. 다음과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC} = 8\text{cm}$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① $40\,^\circ$　② $45\,^\circ$　③ $50\,^\circ$　④ $55\,^\circ$　⑤ $60\,^\circ$

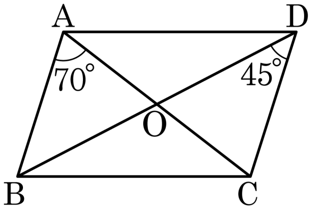
해설

$\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로

$\angle ACB = 70\,^\circ$

따라서 $x = 180\,^\circ - 2 \times 70\,^\circ = 40\,^\circ$

2. 평행사변형ABCD 에서 $\angle \mathrm{BAC} = 70°$, $\angle \mathrm{BDC} = 45°$ 일 때, $\angle \mathrm{OBC} + \angle \mathrm{OCB}$ 의 크기는?



① 70° ② 65° ③ 60° ④ 50° ⑤ 45°

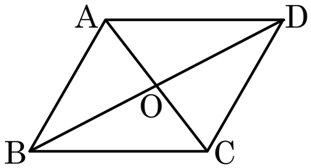
해설

$\angle \mathrm{ABO} = 45°$ (엇각)

$\angle \mathrm{OBC} + \angle \mathrm{OCB}$ 는 $\triangle \mathrm{OBC}$ 외각

$\therefore \angle \mathrm{AOB} = 65°$

3. 다음은 '평행사변형에서 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.' 를 증명한 것이다. □ 안에 들어갈 알맞은 것은?



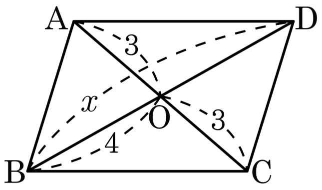
[가정] □ABCD 에서 $\overline{AB} // \overline{DC}$, $\overline{AD} // \overline{BC}$
[결론] $\overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$
[증명] △OAD 와 △OCB 에서 평행사변형의 대변의 길이는 같으므로
$\overline{AD} = \overline{BC} \cdots$ ㉠
$\overline{AD} // \overline{BC}$ 이므로
$\angle OAD = \angle OCB$ (엇각) $\cdots$ ㉡,
$\angle ODA = \boxed{}$ (엇각) $\cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 △OAD ≡ △OCB (ASA 합동)
$\therefore \overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$

① ∠ODA
② ∠OAB
③ ∠CDO
④ ∠OBC
⑤ ∠BCO

해설

△OAD 와 △OCB 에서 평행사변형의 대변의 길이는 같으므로
$\overline{AD} = \overline{BC}$, $\overline{AD} // \overline{BC}$ 이고
$\angle OAD = \angle OCB$ (엇각), $\angle ODA = \angle OBC$ (엇각) 이므로
△OAD ≡ △OCB (ASA 합동) 이다.

4. 다음 그림에서 $\overline{BO} = 4$, $\overline{CO} = 3$일 때, □ABCD가 평행사변형이 되도록 하는 x의 값을 구하여라.



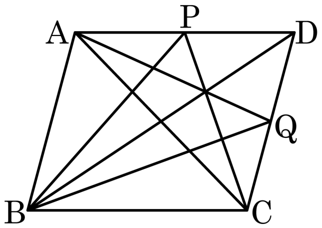
▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$x = 2 \times 4 = 8$

5. 다음 그림에서 $\square\mathrm{ABCD}$은 넓이가 100인 평행사변형이다. $\triangle\mathrm{DCP} = 20$일 때, $\triangle\mathrm{ABP}$의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 30

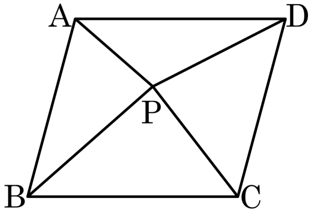
해설

$\triangle\mathrm{ABP} = \triangle\mathrm{ACP}$

$$\begin{aligned}\triangle\mathrm{ACP} + \triangle\mathrm{DCP} &= \triangle\mathrm{ACP} + 20 \\ &= \triangle\mathrm{ABP} + 20 \\ &= \triangle\mathrm{ACD} \\ &= \frac{1}{2}\square\mathrm{ABCD} \\ &= \frac{1}{2} \times 100\end{aligned}$$

$\therefore\ \triangle\mathrm{ABP} = 30$

6. 다음 그림에서 $\square ABCD$ 는 평행사변형이고, $\triangle APD = 12\text{cm}^2$, $\triangle PBC = 30\text{cm}^2$ 일 때, $\frac{1}{2}\square ABCD$ 의 넓이는?

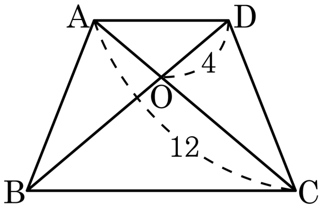


① 36cm^2　② 38cm^2　③ 40cm^2
④ 42cm^2　⑤ 44cm^2

해설

내부의 한 점 P 에 대하여 $\frac{1}{2}\square ABCD = \triangle PAB + \triangle PCD = \triangle APD + \triangle PBC$ 이다.
$\triangle APD = 12\text{cm}^2$, $\triangle PBC = 30\text{cm}^2$ 이므로
$12 + 30 = \frac{1}{2}\square ABCD$ 이다.
따라서 $\frac{1}{2}\square ABCD$ 의 넓이는 42cm^2 이다.

7. 다음 그림에서 □ABCD가 등변사다리꼴이고 $\overline{AC} = 12$, $\overline{DO} = 4$일 때, $\overline{BO}$의 길이를 구하여라.



▶ **답 :**

▷ **정답 :** 8

해설

등변사다리꼴은 두 대각선의 길이가 서로 같으므로 $\overline{BD} = \overline{AC} = 12$이다.

$\therefore$ $\overline{BO} = 12 - 4 = 8$ 이다.

8. 다음 사각형 중 평행사변형이 <u>아닌</u> 것은?(정답 2개)

① 정사각형 ② 직사각형 ③ 마름모

④ 사다리꼴 ⑤ 등변사다리꼴

해설

두 쌍의 대변이 각각 평행한 사각형을 평행사변형이라 한다.
따라서 ④, ⑤는 평행사변형이라 할 수 없다.

9. 다음은「두 내각의 크기가 같은 삼각형은 이등변삼각형이다.」를 보이는 과정이다.

> $\angle A$ 의 이등분선과 변 BC 와의 교점을 D 라 하면
> $\triangle ABD$ 와 $\triangle ACD$ 에서
> $\angle BAD = \boxed{\text{(가)}}$ $\cdots$ ㉠
> $\overline{AD}$ 는 공통 $\cdots$ ㉡
> $\angle B = \boxed{\text{(나)}}$ 이므로
> $\angle ADB = \boxed{\text{(다)}}$ $\cdots$ ㉢
> ㉠, ㉡, ㉢에 의해
> $\triangle ABD \equiv \triangle ACD$ ($\boxed{\text{(라)}}$ 합동) 이므로
> $\boxed{\text{(마)}}$
> $\therefore$ $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이다.

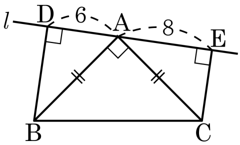
(가) ~ (마) 에 들어갈 것으로 옳지 않은 것은?

① (가) $\angle CAD$
② (나) $\angle C$
③ (다) $\angle ADC$
④ (라) SAS
⑤ (마) $\overline{AB} = \overline{AC}$

해설

$\angle A$ 의 이등분선과 변 BC 와의 교점을 D 라 하면
$\triangle ABD$ 와 $\triangle ACD$ 에서
$\angle BAD = \angle CAD \cdots$ ㉠
$\overline{AD}$ 는 공통 $\cdots$ ㉡
$\angle B = \angle C$ 이므로
$\angle ADB = \angle ADC \cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해
$\triangle ABD \equiv \triangle ACD$ (ASA 합동) 이므로
$\overline{AB} = \overline{AC}$
$\therefore$ $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이다.

10. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$, $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 직각이등변삼각형 ABC 의 꼭짓점 B, C 에서 점 A 를 지나는 직선 l 위에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라 할 때, $\overline{DB} + \overline{EC}$ 의 값은 ?



① 2 ② 6 ③ 8 ④ 14 ⑤ 16

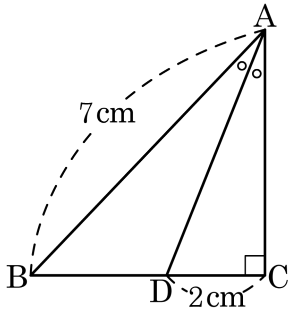
해설

$\triangle ABD \equiv \triangle CAE$ (RHA 합동)이므로

$\overline{BD} = \overline{AE}, \overline{CE} = \overline{DA}$ 이다.

따라서 $\overline{DB} + \overline{EC} = \overline{DE} = 14$ 이다.

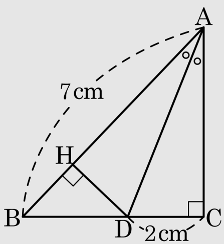
11. 다음 그림에서 $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\angle A$ 의 이등분선이 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 D 라 하고, $\overline{AB} = 7\text{cm}$, $\overline{DC} = 2\text{cm}$ 일 때, $\triangle ABD$ 의 넓이는?



① 5cm^2 ② 6cm^2 ③ 7cm^2 ④ 8cm^2 ⑤ 9cm^2

해설

점 D 에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선과의 교점을 H 라 하면, $\triangle AHD \equiv \triangle ACD$(RHA합동)



$\overline{DC} = \overline{DH} = 2\text{cm}$

$\therefore \triangle ABD = \dfrac{1}{2} \times 7 \times 2 = 7(\text{cm}^2)$

12. 둘레의 길이가 18cm 이고, 넓이가 27cm^2 인 삼각형의 내접원의 반지름의 길이가 $r$cm 이다. r의 값 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

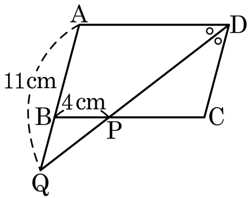
해설

삼각형 ABC , 내심을 I 라 하자.

$$\triangle ABC = \triangle ABI + \triangle BCI + \triangle ACI$$
$$= \frac{1}{2}r \times \overline{AB} + \frac{1}{2}r \times \overline{BC} + \frac{1}{2}r \times \overline{AC}$$
$$= \frac{1}{2}r \times (\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{AC})$$
$$= \frac{1}{2}r \times 18 = 27$$

$\therefore r = 3(\text{cm})$

13. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{AD}}+\overline{\mathrm{DC}}$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 18 cm

해설

$\triangle$BQP 가 $\overline{\mathrm{BQ}}=\overline{\mathrm{BP}}$ 인 이등변삼각형이므로

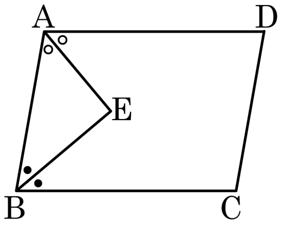
$\overline{\mathrm{DC}}=\overline{\mathrm{AB}}=11-4=7(\mathrm{cm})$

$\triangle$AQD 가 $\overline{\mathrm{AQ}}=\overline{\mathrm{AD}}$ 인 이등변삼각형이므로

$\overline{\mathrm{AD}}=\overline{\mathrm{AQ}}=11(\mathrm{cm})$

$\overline{\mathrm{AD}}+\overline{\mathrm{DC}}=11+7=18(\mathrm{cm})$

14. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle A$ 와 $\angle B$ 의 이등분선이 만나는 점을 E 라 할 때, $\angle AEB$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ____ °

▷ 정답 : 90 °

해설

$\square ABCD$ 가 평행사변형이므로 $\angle A + \angle B = 180°$

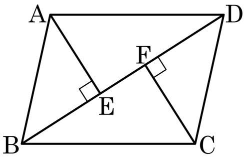
$\angle BAE = \frac{1}{2}\angle A$, $\angle ABE = \frac{1}{2}\angle B$ 이므로

$\angle BAE + \angle ABE = \frac{1}{2}(\angle A + \angle B) = \frac{1}{2} \times 180° = 90°$

$\triangle ABE$ 에서 $\angle BAE + \angle ABE + \angle AEB = 180°$ 이므로 $90° + \angle AEB = 180°$

$\therefore \angle AEB = 90°$

15. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 두 꼭짓점 A, C 에서 대각선 B, D 에 내린 수선의 발을 각각 E, F 라 할 때, 다음 중 □AECF 가 평행사변형이 되는 조건으로 가장 알맞은 것은?



① $\overline{AE} // \overline{CF}$, $\overline{AF} // \overline{CE}$　② $\overline{AE} = \overline{CF}$, $\overline{AF} = \overline{CE}$

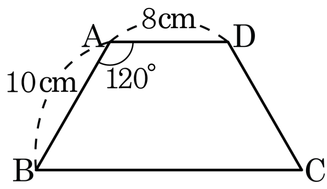
③ $\overline{AE} = \overline{CF}$, $\overline{AE} // \overline{CF}$　④ $\overline{AE} // \overline{CF}$

⑤ $\overline{AF} = \overline{CF}$, $\overline{AF} // \overline{CF}$

해설

$\triangle ABE \equiv \triangle CDF$(RHA합동) 이므로
$\overline{AE} = \overline{CF}$, $\overline{AE} // \overline{CF}$ 이다.

16. 다음 그림의 □ABCD는 $\overline{AD} // \overline{BC}$인 등변사다리꼴이다. $\overline{AB} = 10\text{cm}$, $\overline{AD} = 8\text{cm}$, $\angle A = 120°$일 때, □ABCD의 둘레의 길이를 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)

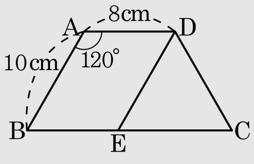


▶ 답 :

▷ 정답 : 46

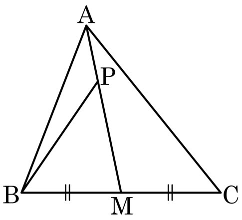
해설

$\angle A + \angle B = 180°$이므로 $\angle B = 60°$이다.
점 D를 지나고 $\overline{AB}$와 평행한 직선이 $\overline{BC}$와 만나는 점을 E라 하자.



$\overline{AD} // \overline{BE}$, $\overline{AB} // \overline{DE}$이므로 □ABED는 평행사변형이다.
$\overline{AD} = \overline{BE} = 8\text{cm}$, $\overline{AB} = \overline{DE} = 10\text{cm}$이고, 동위각이므로 $\angle ABE = \angle DEC = 60°$이다.
△DEC는 $\overline{DE} = \overline{DC} = 10\text{cm}$에서 이등변삼각형임을 알 수 있고 밑각이 $60°$이므로
세 내각의 크기가 모두 같은 정삼각형이 된다.
$\overline{DC} = \overline{CE} = \overline{ED} = 10\text{cm}$
$\therefore \overline{BC} = \overline{BE} + \overline{EC} = 8 + 10 = 18\text{cm}$
따라서 둘레의 길이는 $8 + 10 + 18 + 10 = 46(\text{cm})$이다.

17. 다음 그림에서 점 M은 $\overline{BC}$의 중점이고 $\overline{AP}:\overline{PM}=1:2$이다. $\triangle ABC=60\text{cm}^2$일 때 $\triangle PBM$의 넓이를 구하여라.



▶ **답 :** ______ cm^2

▷ **정답 :** 20 cm^2

해설

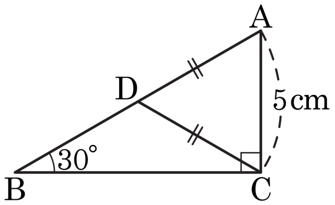
$\triangle ABM$과 $\triangle AMC$의 밑변의 길이와 높이가 같으므로, 두 삼각형의 넓이는 같다.

$\triangle ABM=30\text{cm}^2$

$\triangle APB$와 $\triangle BMP$의 높이는 같고 밑변의 길이의 비가 $1:2$이므로

$\triangle PBM=30\times\frac{2}{3}=20(\text{cm}^2)$

18. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AD} = \overline{CD}$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이는?



① 7cm　② 8cm　③ 9cm　④ 10cm　⑤ 11cm

해설

$\triangle ABC$ 에서

$\angle BAC = 180° - (90° + 30°) = 60°$

$\triangle ACD$ 는 이등변삼각형이므로 $\angle DAC = \angle DCA$

그런데 $\angle DAC = \angle BAC$ 이므로 $\angle DAC = \angle DCA = 60°$

또 $\angle CDA = 60°$ 이므로 $\triangle ACD$ 는 정삼각형

$\angle C = 90°$ 이고 $\angle DCA = 60°$ 이므로

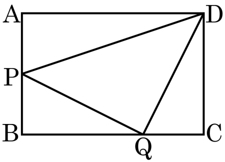
$\angle BCD = 90° - 60° = 30°$

따라서 $\triangle BCD$ 는 이등변삼각형

$\overline{AD} = \overline{CD} = \overline{BD}$ 이므로

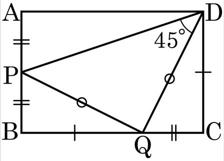
$\overline{AB} = \overline{AD} + \overline{BD} = 5 + 5 = 10(\text{cm})$

19. 다음 그림의 $\overline{AB} : \overline{BC} = 2 : 3$ 인 직사각형ABCD에서 점 P 는 변 $\overline{AB}$ 의 중점이고, 점 Q 는 변 BC 를 2 : 1 로 내분하는 점이다. 이때, $\angle ADP + \angle BQP$ 의 크기는?



① 45° ② 50° ③ 55° ④ 60° ⑤ 65°

해설



위의 그림처럼 D 와 Q 를 연결하자.

$\triangle PBQ$ 와 $\triangle QCD$ 에서

$\overline{BQ} : \overline{QC} = 2 : 1$, $\overline{AB} : \overline{BC} = 2 : 3$ 이므로 $\overline{AB} = \overline{BQ} = \overline{CD}$,

$\overline{PB} = \overline{QC}$

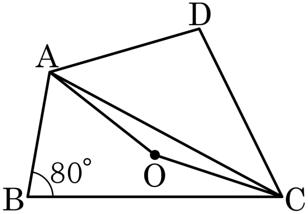
$\angle PBC = \angle QCD$

$\therefore \triangle PBQ \equiv \triangle QCD$

따라서 $\angle PQB = \angle QDC$ 이고, $\overline{PQ} = \overline{QD}$ 이므로 $\triangle PQD$ 는 직각이등변삼각형이다.

$\therefore \angle ADP + \angle BQP = \angle ADP + \angle CDQ = 45°$

20. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이고 동시에 $\triangle ACD$ 의 외심일 때, $\angle D$ 의 크기는?



① 20 ° ② 40 ° ③ 60 ° ④ 80 ° ⑤ 100 °

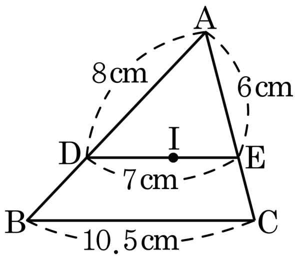
해설

$\angle AOC = 2 \times 80° = 160°$이므로

$\angle ADC = \frac{1}{2}(360° - 160°) = 100°$

$\therefore \angle D = 100°$

21. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고 $\overline{DE} \,//\, \overline{BC}$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 31.5 cm

해설

$\triangle DBI$ 에서

점 I 가 내심이므로 $\angle DBI = \angle IBC \cdots$ ㉠

$\overline{DE} \,//\, \overline{BC}$ 이므로 $\angle IBC = \angle DIB$ (엇각) $\cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 $\angle DBI = \angle DIB$ 이므로 $\triangle DBI$ 는 이등변삼각형이다.

$\overline{DB} = \overline{DI}$

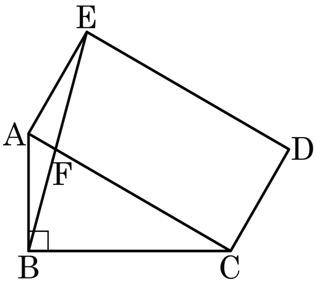
같은 방법으로 $\triangle EIC$ 도 이등변삼각형이다.

$\overline{EC} = \overline{EI}$

따라서 $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이는

$$\begin{aligned}\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{AC} &= \overline{AD} + \overline{AE} + \overline{DE} + \overline{BC} \\ &= 8 + 6 + 7 + 10.5 = 31.5(\,\mathrm{cm})\end{aligned}$$

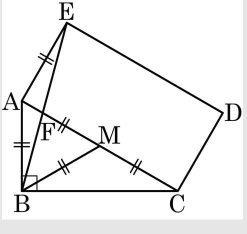
22. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\angle B = 90°$, $\angle C = 30°$ 인 직각삼각형이고 $\square ACDE$ 는 $\overline{AC} = 2\overline{AE}$ 인 직사각형이다. $\overline{AC}$ 와 $\overline{BE}$ 의 교점을 F 라 할 때, $\angle AEB$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad °}$

▷ 정답 : $15°$

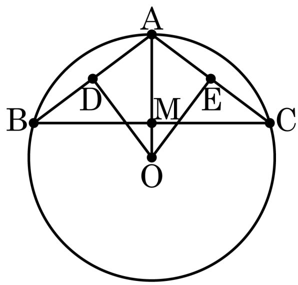
해설



직각삼각형의 외심은 빗변의 중점에 있으므로
$\overline{AC}$ 의 중점을 M 이라 하면 $\overline{AM} = \overline{BM} = \overline{CM}$
$\angle BAC = 60°$ 이므로 $\triangle ABM$ 은 정삼각형이다.
또한, $\overline{AC} = 2\overline{AE}$ 에서 $\overline{AM} = \overline{AE} = \overline{AB}$ 이므로
$\triangle ABE$ 는 이등변 삼각형이다.

$\therefore\ \angle AEB = \dfrac{1}{2}(180° - 60° - 90°) = 15°$

23. 다음 그림에서 삼각형 ABC 는 반지름의 길이가 25 인 원 O 에 내접하는 이등변삼각형이고, 원의 중심 O 에서 변 AB, AC 에 내린 수선의 발을 각각 D, E, 변 BC 의 중점을 M 이라 정한다. $\overline{AB}=30$, $\overline{BC}=48$, $\overline{AM}=18$ 일 때, 선분 OE 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

삼각형의 외심은 세 변의 수직이등분선의 교점이므로

$\angle AMC = 90°$, $\overline{OM} = 25 - 18 = 7$

또 $\overline{AB} = \overline{AC} = 30$

$\triangle OAD$ 와 $\triangle OAE$ 에서

$\angle ODA = \angle OEA = 90°$, $\overline{OA}$ 는 공통, $\angle OAD = \angle OAE$ ($\because$ $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형) 이므로

$\triangle OAD \equiv \triangle OAE$ (RHA 합동)

$\therefore\ \overline{OD} = \overline{OE}$

이때, $\triangle ABC = \triangle OAB + \triangle OAC - \triangle OBC$ 이므로

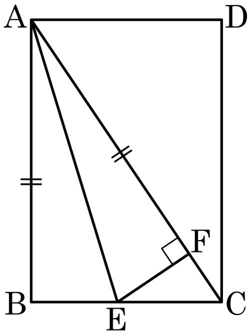
$$\frac{1}{2}\times 48\times 18 = \frac{1}{2}(\overline{AB}\times\overline{OD}+\overline{AC}\times\overline{OE}-\overline{BC}\times\overline{OM})$$

$\overline{OD} = \overline{OE} = x$ 라 하면

$$\frac{1}{2}\times(30\times x + 30\times x - 48\times 7) = 432$$

$\therefore\ \overline{OE} = x = 20$

24. 다음 직사각형 ABCD 에서 $\overline{AE}$ 를 접는 선으로 하여 점 B 를 대각선 $\overline{AC}$ 에 오도록 접고 만나는 점을 F 라 하자. $\angle AEB = 73°$ 라고 할 때, $\angle ECF$ 를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad °}$

▷ 정답 : $56\underline{°}$

해설

$\angle AEB = \angle AEF = 73°$ 이고, $\triangle AEB$ 에서 $\angle EAB = 180° - 73° - 90° = 17°$ 이다.

$\angle EAB = \angle EAF = 17°, \angle BAF = 34°$ 이다. $\triangle ABC$ 에서 $\angle ECF = 180° - 90° - 34° = 56°$ 이다.

25. 다음 사각형 중 각 변의 중점을 차례로 연결하여 만든 사각형이 마름모인것을 모두 고르면?

① 평행사변형 ② 직사각형 ③ 마름모
④ 정사각형 ⑤ 등변사다리꼴

해설