**1.** 다음 포물선을 폭이 좁은 것부터 차례로 쓴 것을 고르면?

| | |
|---|---|
| ㉠ $y = x^2$ | ㉡ $y = 4x^2$ |
| ㉢ $y = \frac{3}{2}x^2$ | ㉣ $y = \frac{1}{4}x^2$ |

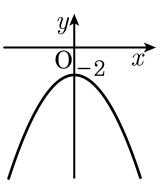
① ㉠-㉡-㉢-㉣ ② ㉡-㉣-㉠-㉢ ③ ㉡-㉢-㉠-㉣

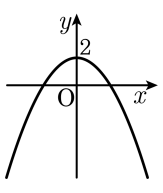
④ ㉢-㉠-㉣-㉡ ⑤ ㉣-㉡-㉢-㉠

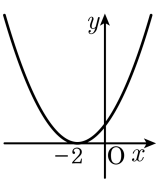
해설

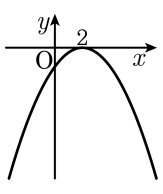
이차항의 계수의 절댓값이 클수록 포물선의 폭은 좁아진다.

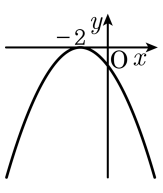
**2.** 다음 중 $y=-\frac{1}{3}(x+2)^2$ 의 그래프는?

① 


② 


③ 

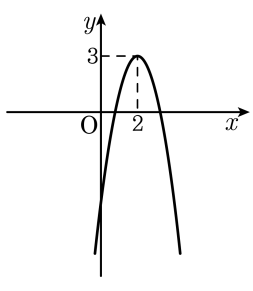

④ 


⑤ 


해설

꼭짓점의 좌표가 $(-2,\ 0)$ 이고, 위로 볼록한 모양의 포물선이다.

**3.** 다음 포물선은 $y = -2x^2$ 의 그래프를 $x$축의 방향으로 $p$만큼, $y$축의 방향으로 $q$만큼 평행이동한 것이다. $p+q$의 값을 구하여라.




▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

꼭짓점의 좌표가 $(2,\ 3)$ 이므로 포물선의 식은
$y = -2\,(x-2)^2 + 3$
따라서 $p = 2,\ q = 3$ 이므로 $p + q = 2 + 3 = 5$

**4.** 직선 $x=1$ 을 축으로 하고 두 점 $(0,\ -1),\ (3,\ 5)$를 지나는 포물선이 나타내는 이차함수를 구하면?

① $y=2x^2-4x-1$ ② $y=-2x^2+4x+3$

③ $y=2x^2+4x-5$ ④ $y=\frac{4}{3}x^2-\frac{8}{3}x-1$

⑤ $y=\frac{4}{3}x^2-\frac{8}{3}x+3$

해설

$y=a(x-1)^2+p$ 에 $(0,\ -1)$ 과 $(3,\ 5)$ 를 대입하여 $a$ 와 $p$ 를 구하면, $-1=a+p, 5=4a+p$, $a=2$ , $p=-3$ 이 된다.
따라서 $y=2x^2-4x-1$ 이다.

**5.** 이차함수 $y = -x^2$ 에 대하여 □안에 알맞은 것을 차례대로 나열하면?

㉠ □을 꼭짓점으로 하는 포물선이다.

㉡ □축에 대하여 대칭이다.

㉢ $y$ 가 증가하는 $x$ 의 범위 : □

㉣ $y$ 가 감소하는 $x$ 의 범위 : □

① $(0,\ 0),\ y,\ x < 0,\ x > 0$
② $(0,\ 0),\ y,\ x > 0,\ x < 0$
③ $(0,\ 0),\ x,\ x < 0,\ x > 0$
④ $(1,\ -1),\ y,\ x > 0,\ x < 0$
⑤ $(0,\ 0),\ x,\ x > 0,\ x < 0$

해설

꼭짓점은 $(0,0)$ 이고 대칭축의 방정식은 $x = 0$ ,
위로 볼록한 포물선이므로 $x < 0$ 일 때, $y$ 는 증가하고 $x > 0$ 일 때, $y$ 는 감소한다.

**6.** 이차함수 $y = 5x^2$ 의 그래프를 $x$ 축의 방향으로 $-1$ 만큼 평행이동시키면 점$(1,\ a)$ 을 지난다. 이때, $a$ 의 값을 구하여라.

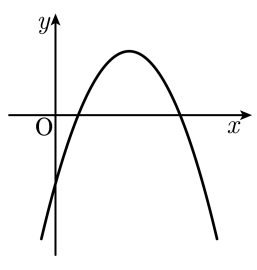
▶ 답:

▷ 정답: 20

해설

$y = 5(x+1)^2$ 의 그래프가
점 $(1,\ a)$ 을 지나므로
$a = 5(1+1)^2$ , $a = 20$ 이다.

**7.** 이차함수 $y = a(x-p)^2 - q$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중 옳은 것은?




① $ap + q < 0$ ② $aq - pq < 0$

③ $p^2 - q < 0$ ④ $a + pq > 0$

⑤ $a(p - q) > 0$

해설

$y = a(x - p)^2 - q$ 의 그래프가 위로 볼록하고 꼭짓점이 제 1 사분면에 있으므로

$a < 0$, $p > 0$, $q < 0$ 이다.

따라서 $ap + q < 0$ 이다.

**8.** 이차함수 $y = -x^2 + 6x + 2k - 5$ 의 꼭짓점이 직선 $y = x + 2$ 위에 있다고 한다. 이때, $k$ 의 값을 구하여라.

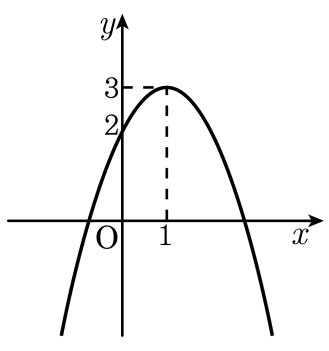
▶ 답:

▷ 정답: $k = \frac{1}{2}$

해설

$y = -x^2 + 6x + 2k - 5 = -(x-3)^2 + 2k + 4$
꼭짓점 $(3,\ 2k+4)$ 가 $y = x + 2$ 위에 있으므로 $2k + 4 = 5$ ,
$2k = 1$
$\therefore k = \frac{1}{2}$

**9.** 다음 그림은 이차함수의 그래프를 그린 것이다. 이 이차함수의 식을 구하면?




① $y = -2x^2 + 4x + 2$ ② $y = -x^2 + 2x + 2$

③ $y = -2x^2 - 4x + 2$ ④ $y = -x^2 - 2x + 2$

⑤ $y = -3x^2 - 6x + 2$

해설

$y = a(x-1)^2 + 3$ 가 점 $(0,\ 2)$ 를 지나므로
$2 = a(0-1)^2 + 3,\ a = -1$ 이다.

$\therefore y = -(x-1)^2 + 3$
$= -x^2 + 2x + 2$

**10.** 이차함수 $y = -x^2 + ax + b$ 의 그래프가 $x$ 축과 두 점 $(-1, 0), (-4, 0)$ 에서 만날 때, 꼭짓점의 좌표는?

① $\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{4}\right)$ ② $\left(-\frac{1}{3}, \frac{5}{4}\right)$ ③ $\left(-5, \frac{9}{4}\right)$
④ $(-2, 3)$ ⑤ $\left(-\frac{5}{2}, \frac{9}{4}\right)$

해설

$y = -x^2$ 과 계수는 같고, $x$ 절편이 $-1$, $-4$ 인 식의 꼭짓점이므로
$y = -(x+1)(x+4)$

$y = -(x^2 + 5x + 4) = -\left(x + \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{9}{4}$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $\left(-\frac{5}{2}, \frac{9}{4}\right)$ 이다.

**11.** 이차함수 $y = x^2 - 6x + 3 + a$ 의 그래프가 점 $(1, 2)$ 를 지날 때, 이 함수의 최솟값은?

① $-2$ ② $-1$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

해설

점$(1, 2)$ 를 대입하면, $a = 4$
$y = x^2 - 6x + 7 = (x - 3)^2 - 2$
따라서 최솟값은 $-2$

**12.** 이차함수 $y = ax^2 - 6x + c$ 는 $x = -6$ 일 때, 최댓값 3 을 가진다. 이때, $ac$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{15}{2}$

해설

$y = ax^2 - 6x + c$ 는 $x = -6$ 일 때,
최댓값 3 이므로
$y = a(x+6)^2 + 3 = ax^2 + 12ax + 36a + 3$
$12a = -6$ , $36a + 3 = c$ 이므로
$a = -\frac{1}{2}$ , $-18 + 3 = c$ , $c = -15$
$\therefore ac = -\frac{1}{2} \times (-15) = \frac{15}{2}$

**13.** 가로의 길이와 세로의 길이의 합이 12 인 직사각형의 넓이를 $y$라고 할 때, $y$의 최댓값을 구하면?

① 36 ② 16 ③ 12 ④ 10 ⑤ 8

해설

가로의 길이를 $x$ 라고 두면 세로의 길이는 $12 - x$ 이다.

$y = x \times (12 - x)$

$= -x^2 + 12x$

$= -(x^2 - 12x + 36) + 36$

$= -(x - 6)^2 + 36$

따라서 36이 최댓값이다.

**14.** 둘레의 길이가 24 cm 인 부채꼴의 넓이가 최대일 때, 이 부채꼴의 호의 길이를 구하여라.

▶ 답 : _____ cm

▷ 정답 : 12 cm

해설

반지름 $x$ cm , 호의 길이를 $(24-2x)$ cm 라 두면

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2}x(24-2x) \\ &= x(12-x) \\ &= -x^2+12x \\ &= -(x^2-12x+36)+36 \\ &= -(x-6)^2+36 \end{aligned}$$

따라서 꼭짓점이 $(6, 36)$ 이므로 반지름의 길이가 6 cm 일 때, 부채꼴의 넓이가 최댓값 $36\,\text{cm}^2$ 를 가진다.
따라서 호의 길이는 $24-2x=12$ cm 이다.

**15.** 다음 표는 종국이네 학급 학생 25 명의 미술 실기 점수를 조사하여 나타낸 표이다. 평균 점수를 구하여라.

| 점수(점) | 학생 수(명) |
|---|---|
| 3 | 1 |
| 4 | 1 |
| 5 | 3 |
| 6 | 5 |
| 7 | 4 |
| 8 | 6 |
| 9 | 3 |
| 10 | 2 |
| 계 | 25 |

▶ 답: 점

▷ 정답: 7점

해설

$$\frac{3\times1+4\times1+5\times3+6\times5}{25}$$
$$+\frac{7\times4+8\times6+9\times3+10\times2}{25}$$
$$=7$$

**16.** 희영이네 반 학생 38 명의 몸무게의 평균이 58kg 이다. 2 명의 학생이 전학을 온 후 총 40 명의 학생의 몸무게의 평균이 58.5kg 이 되었다. 이때, 전학을 온 2 명의 학생의 몸무게의 평균은?

① 60kg ② 62kg ③ 64kg ④ 66kg ⑤ 68kg

해설

전학을 온 2 명의 학생의 몸무게의 합을 $x$kg 이라고 하면

$\frac{38 \times 58 + x}{40} = 58.5, \quad 2204 + x = 2340 \quad \therefore \ x = 136(\text{kg})$

따라서 전학을 온 2 명의 학생의 몸무게의 평균은

$\frac{136}{2} = 68(\text{kg})$ 이다.

**17.** 다음 도수분포표에서 평균을 구하였더니 7.6 이었다. 이때, $a$, $b$ 의 값은?

| 변량 | 도수 |
|---|---|
| 5 | 2 |
| 6 | $a$ |
| 7 | 2 |
| 8 | $b$ |
| 11 | 2 |
| 계 | 10 |

① $a=1,\ b=3$ ② $a=2,\ b=2$ ③ $a=3,\ b=1$
④ $a=4,\ b=2$ ⑤ $a=5,\ b=1$

해설

전체 학생 수가 10 명이므로 $2+a+2+b+2=10$
$\therefore\ a+b=4\cdots$㉠
또한, 평균이 7.6 이므로
$\dfrac{5\times2+6\times a+7\times2+8\times b+11\times2}{10}=7.6,$
$10+6a+14+8b+22=76,\ 6a+8b=30$
$\therefore\ 3a+4b=15\cdots$㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=1,\ b=3$
$\therefore\ a=1,\ b=3$

**18.** 다음 표는 정수가 올해 시험을 쳐서 받은 수학점수이다. 평균이 80 점, 분산이 $\frac{146}{7}$ 일 때, 4 월과 7 월 시험성적을 구하여라. (단, 4 월 보다 7 월 시험 성적이 더 우수하다.)

| 월 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 점수(점) | 72 | $a$ | 80 | 84 | $b$ | 81 | 86 |

▶ 답: 점

▶ 답: 점

▷ 정답: 4 월 시험 성적 : 75 점

▷ 정답: 7 월 시험 성적 : 82 점

해설

$\frac{72+a+80+84+b+81+86}{7} = 80$,

$a+b=157$ 이다.

$\frac{64+(a-80)^2+0+16+(b-80)^2+1+36}{7} = \frac{146}{7}$,

$(a-80)^2+(b-80)^2=29$ 이다.

두 식을 연립해서 풀면, $a=75$, $b=82$ 이다.

**19.** 네 개의 수 5, 8, $a$, $b$ 의 평균이 4이고, 분산이 7일 때, $a^2+b^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

변량 5, 8, $a$, $b$ 의 평균이 4 이므로

$\frac{5+8+a+b}{4}=4,\ a+b+13=16$

$\therefore\ a+b=3\cdots$㉠

또, 분산이 7 이므로

$\frac{(5-4)^2+(8-4)^2+(a-4)^2+(b-4)^2}{4}=7$

$\frac{1+16+a^2-8a+16+b^2-8b+16}{4}=7$

$\frac{a^2+b^2-8(a+b)+49}{4}=7$

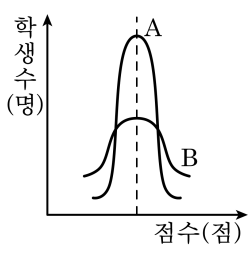
$a^2+b^2-8(a+b)+49=28$

$\therefore\ a^2+b^2-8(a+b)=-21\cdots$㉡

㉡의 식에 ㉠을 대입하면

$\therefore\ a^2+b^2=8(a+b)-21=8\times3-21=3$

**20.** 다음 그림은 A, B 두 학급의 수학 성적을 나타낸 그래프이다. 다음 보기의 설명 중 <u>틀린</u> 것을 고르면?




① A 반 학생 성적은 평균적으로 B 반 학생 성적과 비슷하다.

② 중위권 학생은 A 반에 더 많다.

③ A 반 학생의 성적이 더 고르다.

④ 고득점자는 A 반에 더 많다.

⑤ 평균 점수 부근에 있는 학생은 A 반 학생이 더 많다.

해설

④ 고득점자는 A 반에 더 많다. ⇒ 고득점자는 B 반에 더 많다.

**21.** 이차함수 $y=-\frac{1}{4}x^2$ 의 그래프를 $y$ 축 방향으로 $a$ 만큼 평행이동하면 점 $\left(-\sqrt{2},\ \frac{1}{2}\right)$ 을 지난다고 할 때, $a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$y=-\frac{1}{4}x^2+a$ 에 점 $\left(-\sqrt{2},\ \frac{1}{2}\right)$ 을 대입하면

$\frac{1}{2}=-\frac{1}{4}(-\sqrt{2})^2+a$

$\therefore a=1$

**22.** 이차함수 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 $y$ 절편은 $-3$ 이고, $f(-3) = f(1)$ , $a + b = 3$ 을 만족할 때, $a - b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-4$

해설

$f(x) = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 $y$ 절편은 $-3$ 이므로 $c = -3$
$f(-3) = f(1)$ 이므로
$9a - 3b + c = a + b + c$
$2a = b$
또한 $a + b = 3$ 이므로 $a = 1,\ b = 2$
$\therefore\ a - b + c = 1 - 2 - 3 = -4$

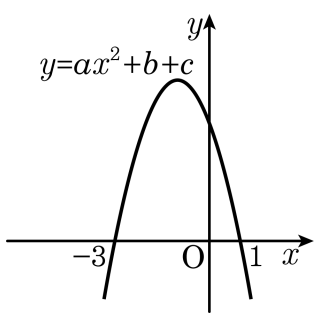
**23.** 함수 $f(x)=\begin{cases} x^2 (x<0) \\ 3x^2 (x\geq 0) \end{cases}$ 의 그래프 위의 점 P 와 점 A$(2,0)$ 에 대하여 삼각형 POA 의 넓이가 24 일 때, 점 P 의 $x$ 좌표들의 곱을 구하면?

① $-6\sqrt{3}$ ② $-7\sqrt{3}$ ③ $-8\sqrt{3}$
④ $-9\sqrt{3}$ ⑤ $-10\sqrt{3}$

해설

점 P$(a,b)$ 라고 하면 $b>0$ 이므로 (△POA의 넓이) $=\frac{1}{2}\times 2\times b=$ 24 이다.
따라서 $b=24$ 이다.
P$(a,24)$ 인 $a$ 의 값을 구하면
( i ) $a<0$ 일 때
$y=x^2$ 에 $(a,24)$ 를 대입하면
$24=a^2,\ a=-2\sqrt{6}$
( ii ) $a\geq 0$ 일 때
$y=3x^2$ 에 $(a,24)$ 를 대입하면
$24=3a^2,\ a=2\sqrt{2}$
( i ), ( ii ) 에서 P$(-2\sqrt{6},24)$ 또는 P$(2\sqrt{2},24)$ 이다.
따라서 점 P 의 $x$ 좌표들의 곱은
$-2\sqrt{6}\times 2\sqrt{2}=-8\sqrt{3}$ 이다.

**24.** 함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?




① $abc > 0$ ② $a + b + c > 0$

③ $9a - 3b + c < 0$ ④ $a - b + c < 4a + 2b + c$

⑤ $b^2 - 4ac > 0$

해설

위로 볼록한 포물선이므로 $a < 0$ , 축이 $y$ 축의 왼쪽에 있으므로 $ab > 0$ , $b < 0$ , $y$ 절편이 양수이므로 $c > 0$

① $abc > 0$

② $x = 1$ 일 때, $a + b + c = 0$

③ $x = -3$ 일 때, $9a - 3b + c = 0$

④ $x = -1$ 일 때, $a - b + c > 0$ 이고, $x = 2$ 일 때 $4a + 2b + c < 0$ 이므로 $a + b - c > 4a + 2 + c$

⑤ $x$ 축과의 교점이 두 개이므로 $b^2 - 4ac > 0$

**25.** 이차함수 $y = ax^2+bx+c$ 의 최댓값이 9 이고 이차방정식 $ax^2+bx+c = 0$ 의 두 근이 $-2,\ 4$ 일 때, $abc$ 의 값은? (단, $a,\ b,\ c$ 는 상수이다.)

① $-10$ ② $-12$ ③ $-14$ ④ $-16$ ⑤ $-18$

해설

$ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근이 $-2,\ 4$ 이므로

$y = ax^2 + bx + c$

$= a(x + 2)(x - 4)$

$= a(x^2 - 2x - 8)$

$= a(x - 1)^2 - 9a$

최댓값이 9 이므로 $-9a = 9$

$\therefore a = -1$

따라서 구하는 이차함수는 $y = -x^2 + 2x + 8$ 이고

$b = 2,\ c = 8$ 이다.

$\therefore abc = -1 \times 2 \times 8 = -16$