

1. 다음 포물선을 폭이 좁은 것부터 차례로 쓴 것을 고르면?

$$\textcircled{\text{㉠}} y = x^2$$

$$\textcircled{\text{㉡}} y = 4x^2$$

$$\textcircled{\text{㉢}} y = \frac{3}{2}x^2$$

$$\textcircled{\text{㉣}} y = \frac{1}{4}x^2$$

① ㉠-㉡-㉢-㉣

② ㉡-㉣-㉠-㉢

③ ㉡-㉢-㉠-㉣

④ ㉢-㉠-㉣-㉡

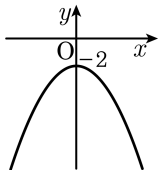
⑤ ㉣-㉡-㉢-㉠

해설

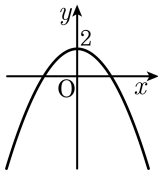
이차항의 계수의 절댓값이 클수록 포물선의 폭은 좁아진다.

2. 다음 중 $y = -\frac{1}{3}(x+2)^2$ 의 그래프는?

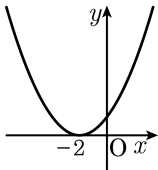
①



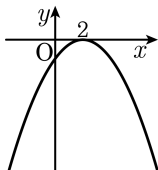
②



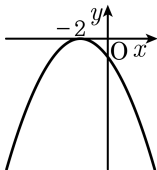
③



④



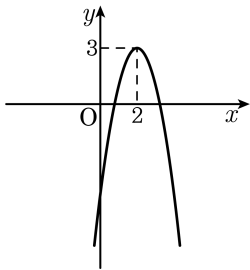
⑤



해설

꼭짓점의 좌표가 $(-2, 0)$ 이고, 위로 볼록한 모양의 포물선이다.

3. 다음 포물선은 $y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동한 것이다. $p+q$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

꼭짓점의 좌표가 $(2, 3)$ 이므로 포물선의 식은

$$y = -2(x - 2)^2 + 3$$

따라서 $p = 2$, $q = 3$ 이므로 $p + q = 2 + 3 = 5$

4. 직선 $x = 1$ 을 축으로 하고 두 점 $(0, -1)$, $(3, 5)$ 를 지나는 포물선이 나타내는 이차함수를 구하면?

① $y = 2x^2 - 4x - 1$

② $y = -2x^2 + 4x + 3$

③ $y = 2x^2 + 4x - 5$

④ $y = \frac{4}{3}x^2 - \frac{8}{3}x - 1$

⑤ $y = \frac{4}{3}x^2 - \frac{8}{3}x + 3$

해설

$y = a(x - 1)^2 + p$ 에 $(0, -1)$ 과 $(3, 5)$ 를 대입하여 a 와 p 를 구하면, $-1 = a + p$, $5 = 4a + p$, $a = 2$, $p = -3$ 이 된다.
따라서 $y = 2x^2 - 4x - 1$ 이다.

5. 이차함수 $y = -x^2$ 에 대하여 □안에 알맞은 것을 차례대로 나열하면?

㉠ □을 꼭짓점으로 하는 포물선이다.

㉡ □축에 대하여 대칭이다.

㉢ y 가 증가하는 x 의 범위 : □

㉣ y 가 감소하는 x 의 범위 : □

㉠ (0, 0), y , $x < 0$, $x > 0$

㉡ (0, 0), y , $x > 0$, $x < 0$

㉢ (0, 0), x , $x < 0$, $x > 0$

㉣ (1, -1), y , $x > 0$, $x < 0$

㉤ (0, 0), x , $x > 0$, $x < 0$

해설

꼭짓점은 (0, 0) 이고 대칭축의 방정식은 $x = 0$,
위로 볼록한 포물선이므로 $x < 0$ 일 때, y 는 증가하고 $x > 0$ 일
때, y 는 감소한다.

6. 이차함수 $y = 5x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동시키면 점 $(1, a)$ 을 지난다. 이때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

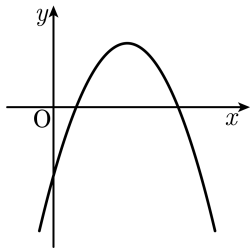
$y = 5(x + 1)^2$ 의 그래프가

점 $(1, a)$ 을 지나므로

$a = 5(1 + 1)^2$, $a = 20$ 이다.

7. 이차함수 $y = a(x-p)^2 - q$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중 옳은 것은?

- ① $ap + q < 0$ ② $aq - pq < 0$
 ③ $p^2 - q < 0$ ④ $a + pq > 0$
 ⑤ $a(p - q) > 0$



해설

$y = a(x-p)^2 - q$ 의 그래프가 위로 볼록하고 꼭짓점이 제 1 사분면에 있으므로
 $a < 0, p > 0, q < 0$ 이다.
 따라서 $ap + q < 0$ 이다.

8. 이차함수 $y = -x^2 + 6x + 2k - 5$ 의 꼭짓점이 직선 $y = x + 2$ 위에 있다고 한다. 이때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $k = \frac{1}{2}$

해설

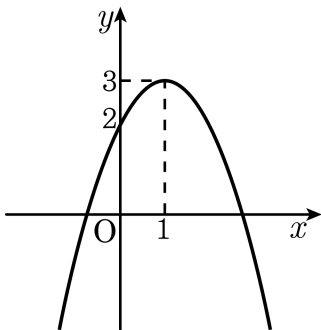
$$y = -x^2 + 6x + 2k - 5 = -(x - 3)^2 + 2k + 4$$

꼭짓점 $(3, 2k + 4)$ 가 $y = x + 2$ 위에 있으므로 $2k + 4 = 5$,

$$2k = 1$$

$$\therefore k = \frac{1}{2}$$

9. 다음 그림은 이차함수의 그래프를 그린 것이다. 이 이차함수의 식을 구하면?



① $y = -2x^2 + 4x + 2$

② $y = -x^2 + 2x + 2$

③ $y = -2x^2 - 4x + 2$

④ $y = -x^2 - 2x + 2$

⑤ $y = -3x^2 - 6x + 2$

해설

$y = a(x - 1)^2 + 3$ 가 점 $(0, 2)$ 를 지나므로

$2 = a(0 - 1)^2 + 3$, $a = -1$ 이다.

$$\therefore y = -(x - 1)^2 + 3$$

$$= -x^2 + 2x + 2$$

10. 이차함수 $y = -x^2 + ax + b$ 의 그래프가 x 축과 두 점 $(-1, 0), (-4, 0)$ 에서 만날 때, 꼭짓점의 좌표는?

① $\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{4}\right)$

② $\left(-\frac{1}{3}, \frac{5}{4}\right)$

③ $\left(-5, \frac{9}{4}\right)$

④ $(-2, 3)$

⑤ $\left(-\frac{5}{2}, \frac{9}{4}\right)$

해설

$y = -x^2$ 과 계수는 같고, x 절편이 $-1, -4$ 인 식의 꼭짓점이므로
 $y = -(x+1)(x+4)$

$$y = -(x^2 + 5x + 4) = -\left(x + \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{9}{4}$$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $\left(-\frac{5}{2}, \frac{9}{4}\right)$ 이다.

11. 이차함수 $y = x^2 - 6x + 3 + a$ 의 그래프가 점 $(1, 2)$ 를 지날 때, 이 함수의 최솟값은?

① -2

② -1

③ 1

④ 2

⑤ 4

해설

점 $(1, 2)$ 를 대입하면, $a = 4$

$$y = x^2 - 6x + 7 = (x - 3)^2 - 2$$

따라서 최솟값은 -2

12. 이차함수 $y = ax^2 - 6x + c$ 는 $x = -6$ 일 때, 최댓값 3 을 가진다. 이때, ac 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{15}{2}$

해설

$y = ax^2 - 6x + c$ 는 $x = -6$ 일 때,
최댓값 3 이므로

$$y = a(x + 6)^2 + 3 = ax^2 + 12ax + 36a + 3$$

$$12a = -6, 36a + 3 = c \text{ 이므로}$$

$$a = -\frac{1}{2}, -18 + 3 = c, c = -15$$

$$\therefore ac = -\frac{1}{2} \times (-15) = \frac{15}{2}$$

13. 가로와 세로의 길이의 합이 12 인 직사각형의 넓이를 y 라고 할 때, y 의 최댓값을 구하면?

① 36

② 16

③ 12

④ 10

⑤ 8

해설

가로의 길이를 x 라고 두면 세로의 길이는 $12 - x$ 이다.

$$y = x \times (12 - x)$$

$$= -x^2 + 12x$$

$$= -(x^2 - 12x + 36) + 36$$

$$= -(x - 6)^2 + 36$$

따라서 36 이 최댓값이다.

14. 둘레의 길이가 24 cm 인 부채꼴의 넓이가 최대일 때, 이 부채꼴의 호의 길이를 구하여라.

▶ 답 : cm

▷ 정답 : 12 cm

해설

반지름 x cm , 호의 길이를 $(24 - 2x)$ cm 라 두면

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2}x(24 - 2x) \\ &= x(12 - x) \\ &= -x^2 + 12x \\ &= -(x^2 - 12x + 36) + 36 \\ &= -(x - 6)^2 + 36 \end{aligned}$$

따라서 꼭짓점이 $(6, 36)$ 이므로 반지름의 길이가 6 cm 일 때,
부채꼴의 넓이가 최댓값 36 cm^2 를 가진다.

따라서 호의 길이는 $24 - 2x = 12 \text{ cm}$ 이다.

15. 다음 표는 중국이네 학급 학생 25 명의 미술 실기 점수를 조사하여 나타낸 표이다. 평균 점수를 구하여라.

점수 (점)	학생 수 (명)
3	1
4	1
5	3
6	5
7	4
8	6
9	3
10	2
계	25

▶ 답 : 점

▷ 정답 : 7 점

해설

$$\begin{array}{r}
 3 \times 1 + 4 \times 1 + 5 \times 3 + 6 \times 5 \\
 \hline
 25 \\
 + \frac{7 \times 4 + 8 \times 6 + 9 \times 3 + 10 \times 2}{25} \\
 \hline
 = 7
 \end{array}$$

16. 희영이네 반 학생 38 명의 몸무게의 평균이 58kg 이다. 2 명의 학생이 전학을 온 후 총 40 명의 학생의 몸무게의 평균이 58.5kg 이 되었다. 이때, 전학을 온 2 명의 학생의 몸무게의 평균은?

① 60kg

② 62kg

③ 64kg

④ 66kg

⑤ 68kg

해설

전학을 온 2 명의 학생의 몸무게의 합을 x kg 이라고 하면

$$\frac{38 \times 58 + x}{40} = 58.5, \quad 2204 + x = 2340 \quad \therefore x = 136(\text{kg})$$

따라서 전학을 온 2 명의 학생의 몸무게의 평균은

$$\frac{136}{2} = 68(\text{kg}) \text{ 이다.}$$

17. 다음 도수분포표에서 평균을 구하였더니 7.6 이었다. 이때, a , b 의 값은?

변량	도수
5	2
6	a
7	2
8	b
11	2
계	10

- ① $a = 1$, $b = 3$ ② $a = 2$, $b = 2$ ③ $a = 3$, $b = 1$
④ $a = 4$, $b = 2$ ⑤ $a = 5$, $b = 1$

해설

전체 학생 수가 10 명이므로 $2 + a + 2 + b + 2 = 10$

$$\therefore a + b = 4 \cdots \textcircled{A}$$

또한, 평균이 7.6 이므로

$$\frac{5 \times 2 + 6 \times a + 7 \times 2 + 8 \times b + 11 \times 2}{10} = 7.6,$$

$$10 + 6a + 14 + 8b + 22 = 76, \quad 6a + 8b = 30$$

$$\therefore 3a + 4b = 15 \cdots \textcircled{B}$$

$\textcircled{A}$, $\textcircled{B}$ 을 연립하여 풀면 $a = 1$, $b = 3$

$$\therefore a = 1, \quad b = 3$$

18. 다음 표는 정수가 올해 시험을 쳐서 받은 수학점수이다. 평균이 80 점, 분산이 $\frac{146}{7}$ 일 때, 4 월과 7 월 시험성적을 구하여라. (단, 4 월 보다 7 월 시험 성적이 더 우수하다.)

월	3	4	5	6	7	8	9
점수(점)	72	a	80	84	b	81	86

▶ 답 : 점

▶ 답 : 점

▷ 정답 : 4 월 시험 성적 : 75점

▷ 정답 : 7 월 시험 성적 : 82점

해설

$$\frac{72 + a + 80 + 84 + b + 81 + 86}{7} = 80,$$

$a + b = 157$ 이다.

$$\frac{64 + (a - 80)^2 + 0 + 16 + (b - 80)^2 + 1 + 36}{7} = \frac{146}{7},$$

$(a - 80)^2 + (b - 80)^2 = 29$ 이다.

두 식을 연립해서 풀면, $a = 75$, $b = 82$ 이다.

19. 네 개의 수 5, 8, a , b 의 평균이 4이고, 분산이 7일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

변량 5, 8, a , b 의 평균이 4 이므로

$$\frac{5 + 8 + a + b}{4} = 4, a + b + 13 = 16$$

$$\therefore a + b = 3 \cdots \textcircled{A}$$

또, 분산이 7 이므로

$$\frac{(5-4)^2 + (8-4)^2 + (a-4)^2 + (b-4)^2}{4} = 7$$

$$\frac{1 + 16 + a^2 - 8a + 16 + b^2 - 8b + 16}{4} = 7$$

$$\frac{a^2 + b^2 - 8(a+b) + 49}{4} = 7$$

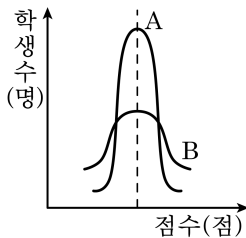
$$a^2 + b^2 - 8(a+b) + 49 = 28$$

$$\therefore a^2 + b^2 - 8(a+b) = -21 \cdots \textcircled{B}$$

$\textcircled{B}$ 의 식에 $\textcircled{A}$ 을 대입하면

$$\therefore a^2 + b^2 = 8(a+b) - 21 = 8 \times 3 - 21 = 3$$

20. 다음 그림은 A, B 두 학급의 수학 성적을 나타낸 그래프이다. 다음 보기의 설명 중 틀린 것을 고르면?



- ① A 반 학생 성적은 평균적으로 B 반 학생 성적과 비슷하다.
- ② 중위권 학생은 A 반에 더 많다.
- ③ A 반 학생의 성적이 더 고르다.
- ④ 고득점자는 A 반에 더 많다.
- ⑤ 평균 점수 부근에 있는 학생은 A 반 학생이 더 많다.

해설

④ 고득점자는 A 반에 더 많다. $\Rightarrow$ 고득점자는 B 반에 더 많다.

21. 이차함수 $y = -\frac{1}{4}x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 a 만큼 평행이동하면 점 $(-\sqrt{2}, \frac{1}{2})$ 을 지난다고 할 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$y = -\frac{1}{4}x^2 + a$ 에 점 $(-\sqrt{2}, \frac{1}{2})$ 을 대입하면

$$\frac{1}{2} = -\frac{1}{4}(-\sqrt{2})^2 + a$$

$$\therefore a = 1$$

22. 이차함수 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 y 절편은 -3 이고, $f(-3) = f(1)$, $a + b = 3$ 을 만족할 때, $a - b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -4

해설

$f(x) = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 y 절편은 -3 이므로 $c = -3$

$f(-3) = f(1)$ 이므로

$$9a - 3b + c = a + b + c$$

$$2a = b$$

또한 $a + b = 3$ 이므로 $a = 1$, $b = 2$

$$\therefore a - b + c = 1 - 2 - 3 = -4$$

23. 함수 $f(x) = \begin{cases} x^2 (x < 0) \\ 3x^2 (x \geq 0) \end{cases}$ 의 그래프 위의 점 P 와 점 A(2, 0) 에

대하여 삼각형 POA 의 넓이가 24 일 때, 점 P 의 x 좌표들의 곱을 구하면?

① $-6\sqrt{3}$

② $-7\sqrt{3}$

③ $-8\sqrt{3}$

④ $-9\sqrt{3}$

⑤ $-10\sqrt{3}$

해설

점 P(a, b) 라고 하면 $b > 0$ 이므로 ($\triangle POA$ 의 넓이) $= \frac{1}{2} \times 2 \times b = 24$ 이다.

따라서 $b = 24$ 이다.

P($a, 24$) 인 a 의 값을 구하면

(i) $a < 0$ 일 때

$y = x^2$ 에 ($a, 24$) 를 대입하면

$$24 = a^2, a = -2\sqrt{6}$$

(ii) $a \geq 0$ 일 때

$y = 3x^2$ 에 ($a, 24$) 를 대입하면

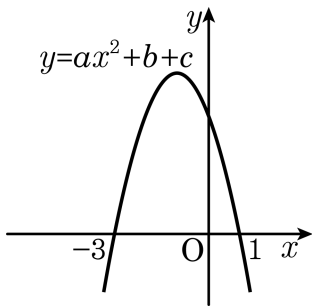
$$24 = 3a^2, a = 2\sqrt{2}$$

(i), (ii) 에서 P($-2\sqrt{6}, 24$) 또는 P($2\sqrt{2}, 24$) 이다.

따라서 점 P 의 x 좌표들의 곱은

$$-2\sqrt{6} \times 2\sqrt{2} = -8\sqrt{3} \text{ 이다.}$$

24. 함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?



① $abc > 0$

② $a + b + c > 0$

③ $9a - 3b + c < 0$

④ $a - b + c < 4a + 2b + c$

⑤ $b^2 - 4ac > 0$

해설

위로 볼록한 포물선이므로 $a < 0$, 축이 y 축의 왼쪽에 있으므로 $ab > 0$, $b < 0$, y 절편이 양수이므로 $c > 0$

① $abc > 0$

② $x = 1$ 일 때, $a + b + c = 0$

③ $x = -3$ 일 때, $9a - 3b + c = 0$

④ $x = -1$ 일 때, $a - b + c > 0$ 이고, $x = 2$ 일 때 $4a + 2b + c < 0$
이므로 $a + b - c > 4a + 2 + c$

⑤ x 축과의 교점이 두 개이므로 $b^2 - 4ac > 0$

25. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 최댓값이 9 이고 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근이 -2, 4 일 때, abc 의 값은? (단, a, b, c 는 상수이다.)

① -10

② -12

③ -14

④ -16

⑤ -18

해설

$ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근이 -2, 4 이므로

$$\begin{aligned}y &= ax^2 + bx + c \\&= a(x+2)(x-4) \\&= a(x^2 - 2x - 8) \\&= a(x-1)^2 - 9a\end{aligned}$$

최댓값이 9 이므로 $-9a = 9$

$$\therefore a = -1$$

따라서 구하는 이차함수는 $y = -x^2 + 2x + 8$ 이고

$$b = 2, c = 8 \text{ 이다.}$$

$$\therefore abc = -1 \times 2 \times 8 = -16$$