

1. 이탈리아의 어느 도시의 3 년 전 내국인과 외국인을 합한 총 인구는 3500000 명이었다. 그런데 그 후로 매년 내국인은 10% 씩 감소하고, 외국인은 매년 20% 씩 증가하여 금년에 외국인이 내국인보다 396900 명이 많았다. 이 때, 3 년 전의 외국인은 몇 명인가?(필요하면 $0.9^3 = 0.729$, $1.2^3 = 1.728$ 를 이용하시오.)

① 1180000 명

② 1190000 명

③ 1200000 명

④ 1210000 명

⑤ 1220000 명

해설

내국인의 수를 x 명, 외국인의 수를 y 명

$$x + y = 3500000, 1.2^3 y - 0.9^3 x = 396900$$

두 방정식을 연립하여 풀면 $y = 1200000$ (명) 이다.

2. 어느 상점에서 지난 달 A 물건과 B 물건을 판 금액은 70 만원이고, 이 달에 판 금액은 A 가 4%, B 가 2% 늘어서 A , B 를 합하여 2 만원이 많아졌다고 한다. 이 달에 A 물건을 판 금액은?

- ① 312000 원 ② 335000 원 ③ 359000 원
④ 398000 원 ⑤ 408000 원

해설

지난 달 A 물건을 판 금액을 x 원, B 물건을 판 금액을 y 원이라고 하면

$$\begin{cases} x + y = 700000 \\ \frac{4}{100}x + \frac{2}{100}y = 20000 \end{cases}, \text{ 즉 } \begin{cases} x + y = 700000 \\ 2x + y = 1000000 \end{cases}$$

$$\therefore x = 300000, y = 400000$$

따라서 이 달에 A 물건을 판 금액은

$$300000 + 300000 \times \frac{4}{100} = 312000(\text{원}) \text{ 이다.}$$

3. 그릇에 농도가 다른 두 소금물 A, B가 있다. A 소금물 100 g과 B 소금물 200 g을 섞으면 농도가 20%의 소금물이 되고, A 소금물 300 g과 B 소금물 100 g을 섞으면 25%의 소금물이 되었을 때, A 소금물과 B 소금물의 농도를 각각 차례대로 구하여라.

▶ 답 : %

▶ 답 : %

▷ 정답 : 28 %

▷ 정답 : 16 %

해설

소금물 A의 농도를 $x\%$, 소금물 B의 농도를 $y\%$ 라고 하면

$$\begin{cases} \frac{x}{100} \times 100 + \frac{y}{100} \times 200 = \frac{20}{100} \times 300 \\ \frac{x}{100} \times 300 + \frac{y}{100} \times 100 = \frac{25}{100} \times 400 \end{cases} \rightarrow$$

$$\begin{cases} x + 2y = 60 \cdots \textcircled{㉠} \\ 3x + y = 100 \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x = 28$, $y = 16$ 이다.

4. 함수 $f(x) = \frac{1+x}{1-x}$ 에 대하여, $f^2(x) = f(f(x)) = \frac{1+f(x)}{1-f(x)}$, $f^3(x) = f(f^2(x)) = \frac{1+f^2(x)}{1-f^2(x)}$, ... 로 정의한다. 이 때, $f^{99}\left(-\frac{1}{2}\right)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$$f\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1 - \frac{1}{2}}{1 + \frac{1}{2}} = \frac{1}{3}, \quad f^2\left(-\frac{1}{2}\right) = f\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{1 + \frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{3}} =$$

$$2, \quad f^3\left(-\frac{1}{2}\right) = f(2) = \frac{1+2}{1-2} = -3$$

$$f^4\left(-\frac{1}{2}\right) = f(-3) = \frac{1-3}{1+3} = -\frac{1}{2}, \quad \dots$$

$$f^n\left(-\frac{1}{2}\right) \text{ 는 } \frac{1}{3}, 2, -3, -\frac{1}{2} \text{ 의 값을 순환한다.}$$

$$99 \div 4 = 24 \dots 3 \text{ 이므로}$$

$$\therefore f^{99}\left(-\frac{1}{2}\right) = f^3\left(-\frac{1}{2}\right) = -3$$

5. 직선 $y = px + 2p - 1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 후, y 축에 대하여 대칭이동한 직선이 원점을 지날 때, 상수 p 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$y = px + 2p - 1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼 평행이동하면

$$y = p(x - 1) + 2p - 1 \text{ 이므로 } y = px + p - 1$$

또, y 축에 대하여 대칭이동하면 $y = -px + p - 1$

이 그래프가 원점을 지나면 y 절편이 0 이 되어야 하므로 $0 = p - 1$

$$\therefore p = 1$$

6. 두 직선 $3x + 2y - 9 = 0$, $7x + 3y - 11 = 0$ 의 교점을 지나고 직선 $y = \frac{3}{2}x + 4$ 와 y 축 위에서 만나는 직선의 x 절편은?

① -1

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$\begin{cases} 3x + 2y - 9 = 0 & \cdots \textcircled{㉠} \\ 7x + 3y - 11 = 0 & \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x = -1, y = 6$

또, y 절편이 4이므로 구하는 직선을 $y = ax + 4$ 라 놓고 $x = -1, y = 6$ 을 대입하면

$$6 = -a + 4 \therefore a = -2$$

$$\therefore y = -2x + 4$$

$$y = 0 \text{ 일 때, } 0 = -2x + 4 \therefore x = 2$$

7. 좌표평면에서 두 직선 $y = 2x + 4$ 와 $y = -x + 7$ 의 교점을 A, 직선 $y = 2x + 4$ 와 y 축이 만나는 점을 B, 직선 $y = -x + 7$ 과 x 축이 만나는 점을 C라고 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$2x + 4 = -x + 7 \text{에서}$$

$$3x = 3, x = 1, y = 6$$

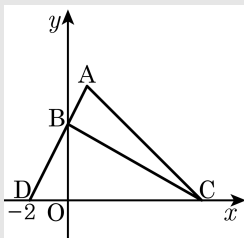
점 A의 좌표 : (1, 6)

$y = 2x + 4$ 에서 $x = 0$ 일 때 $y = 4$ 이므로

점 B의 좌표 : (0, 4)

$y = -x + 7$ 에서 $y = 0$ 일 때 $x = 7$ 이므로

점 C의 좌표 : (7, 0)



$$\triangle ABC = \triangle ADC - \triangle BDC$$

$$= \left(\frac{1}{2} \times 9 \times 6 \right) - \left(\frac{1}{2} \times 9 \times 4 \right)$$

$$= 9$$