1. $(3a,\ a)$가 일차방정식 $3x-5y=12$ 의 해일 때, 상수 a 의 값은?

① 4 ② -3 ③ 3 ④ -4 ⑤ 5

해설

$(3a,\ a)$ 를 $3x-5y=12$ 에 대입하면 $9a-5a=12$ 이므로 $a=3$ 이다.

2. 국화 4 송이와 장미 5 송이의 가격은 4400 원이고, 국화 7 송이의 가격은 장미 10 송이의 가격보다 200 원 비싸다고 한다. 국화 1 송이의 가격을 구하여라.

▶ 답 : 원

▷ 정답 : 600 원

해설

국화 한 송이의 가격을 x 원, 장미 한 송이의 가격을 y 원이라고 하면

$$\begin{cases} 4x+5y=4400 \\ 7x=10y+200 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x+5y=4400 & \cdots(1) \\ 7x-10y=200 & \cdots(2) \end{cases}$$

$(1)\times 2+(2)$ 하면 $15x=9000$

$\therefore \quad x=600,\ y=400$

3. 배로 4km 의 강을 거슬러 올라가는데 1 시간, 내려가는데 40 분이 걸렸다. 흐르는 강물의 속력과 배의 속력은?

① 강물의 속력 :1km/시, 배의 속력 :5km/시

② 강물의 속력 :2km/시, 배의 속력 :5km/시

③ 강물의 속력 :1km/시, 배의 속력 :3km/시

④ 강물의 속력 :1km/시, 배의 속력 : 4km/시

⑤ 강물의 속력 :2km/시, 배의 속력 :10km/시

해설

배의 속력을 $x$km/시 , 강물의 속력을 $y$km/시 라 하면

$x-y=4$, $\frac{2}{3}x+\frac{2}{3}y=4$

두 방정식을 연립하여 풀면

$\therefore x=5,\ y=1$

4. x, y 에 관한 일차방정식 $\frac{1}{4}\left(2x+\frac{4}{3}y+6\right)=3(2x+y-1)$ 을 $ax+by+c=0$ 의 꼴로 고칠 때, abc 의 값을 구하면? (단, $a>0$)

① 42 ② -66 ③ -144 ④ 132 ⑤ 144

해설

$\frac{1}{4}\left(2x+\frac{4}{3}y+6\right)=3(2x+y-1)$ 을 정리하면 $\frac{11}{2}x+\frac{8}{3}y-\frac{9}{2}=0$

이므로 $a=\frac{11}{2}$, $b=\frac{8}{3}$, $c=-\frac{9}{2}$ 이다. 따라서 $abc=-66$ 이다.

5. 연산 $\odot$을 $x \odot y = 2x+y$ 라 정의할 때, 자연수 x, y 에 대하여 $x \odot 2y = 4 \odot 2$ 의 해를 모두 고르면?

① $(1,\ 5)$ ② $(2,\ 3)$ ③ $(3,\ 3)$

④ $(4,\ 1)$ ⑤ $(5,\ 6)$

해설

$x \odot 2y = 4 \odot 2$ 를 정의에 맞게 계산하면 $2x+2y = 4 \times 2 + 2$ 이고, 이를 정리하면 $x+y = 5$ x, y 가 자연수이므로 $x = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots$ 을 차례로 대입하면 $(1,\ 4)$, $(2,\ 3)$, $(3,\ 2)$, $(4,\ 1)$

6. 연립방정식 $\begin{cases} 2x+3y=8 \\ 5x+ay=3 \end{cases}$ 의 해가 $(b,\ 2)$ 일 때, $a+b$ 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$2x+3y=8$ 에 $(b,\ 2)$ 를 대입하면

$2b+6=8 \qquad \therefore b=1$

$5x+ay=3$ 에 $(1,\ 2)$ 를 대입하면

$5+2a=3 \qquad \therefore a=-1$

$\therefore\ a+b=0$

7. 다음 연립방정식 $\begin{cases} 2x-3y=1 \\ 3x+2y=8 \end{cases}$ 의 해를 $x=a,\ y=b$ 라 할 때, a^2+4b^5 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

x의 계수를 6으로 같게 식을 만들면

$\begin{cases} 6x-9y=3 \\ 6x+4y=16 \end{cases}$ 이므로

$$\begin{array}{r} 6x-9y=3 \\ -)\ 6x+4y=16 \\ \hline -13y=-13 \end{array}$$

$x=2,\ y=1$ 가 나온다. $a=2,\ b=1$ 이므로 $a^2+4b^5=2^2+4=8$ 이다.

8. 연립방정식 $\begin{cases} x+3y=11 \\ -3x+4y=6 \end{cases}$ 을 대입법으로 풀면?

① $x=2,\ y=-3$ ② $x=-2,\ y=3$ ③ $x=2,\ y=3$

④ $x=3,\ y=2$ ⑤ $x=3,\ y=-2$

해설

연립방정식 $\begin{cases} x+3y=11 & \cdots ㉠ \\ -3x+4y=6 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠을 x 에 대하여 풀면 $x=-3y+11 \cdots ㉢$

㉢을 ㉡에 대입하면 $-3(-3y+11)+4y=6$

$9y-33+4y=6$

$13y=39$

$\therefore\ y=3$

$y=3$ 을 ㉢에 대입하면 $x=(-3)\times 3+11=2$

9. 연립방정식 $\begin{cases} 2x+3y=1 \\ kx=3y+3 \end{cases}$ 을 만족하는 y 의 값이 x 의 값보다 2 만큼 더 클 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$y=x+2$ 이므로 $2x+3(x+2)=1$

$2x+3x+6=1$

$5x=-5$

$x=-1$

$y=1$

$(-1,\ 1)$ 을 $kx=3y+3$ 에 대입하면

$-k=3+3$

$\therefore\ k=-6$

10. 연립방정식 $\begin{cases} ax - by = 6 \\ bx + ay = 2 \end{cases}$ 에서 잘못하여

a, b 를 바꾸어 놓고 풀었더니 $x = -1$, $y = -2$ 가 되었다. 이때, $a + b$ 의 값은?

① 0 ② 2 ③ -2 ④ -4 ⑤ 4

해설

a, b를 바꾸어 놓은 식 $\begin{cases} bx - ay = 6 \\ ax + by = 2 \end{cases}$ 에 $x = -1$, $y = -2$ 를 대입하여 연립하여 풀면, $a = 2$, $b = -2$ 따라서 $a + b = 2 + (-2) = 0$

11. 다음 연립방정식을 풀면?

$$\begin{cases} y-2x=3(y-x)-6 \\ 2(x+y)=y-2 \end{cases}$$

① $x=\frac{8}{3},\ y=\frac{13}{3}$

② $x=2,\ y=-2$

③ $x=-\frac{2}{3},\ y=\frac{8}{3}$

④ $x=-\frac{8}{3},\ y=-\frac{13}{3}$

⑤ $x=-2,\ y=2$

해설

주어진 연립방정식을 정리하면

$$\begin{cases} x-2y=-6 & \cdots ㉠ \\ 2x+y=-2 & \cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠ + ㉡ × 2 를 하면 $5x=-10 \quad \therefore x=-2$

$x=-2$ 를 ㉡에 대입하면 $-4+y=-2 \quad \therefore y=2$

12. 연립방정식 $\begin{cases} \frac{2}{5}x - \frac{y}{2} = \frac{3}{10} \\ 2(x+y)+4 = -y \end{cases}$ 을 만족하는 x 의 값은?

① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

해설

$\begin{cases} 4x - 5y = 3 \\ 2x + 2y + 4 = -y \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 4x - 5y = 3 \\ 2x + 3y = -4 \end{cases} \rightarrow$

$\begin{cases} 4x - 5y = 3 \cdots ㉠ \\ 4x + 6y = -8 \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠ − ㉡을 하면 $x = -\frac{1}{2}$, $y = -1$ 이다.

13. 연립방정식 $\begin{cases} 0.3x - 0.5y = 1.9 \\ \dfrac{x}{2} + \dfrac{y}{3} = \dfrac{5}{6} \end{cases}$ 의 해가 $(a,\ b)$ 일 때, $a - b$ 의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

첫 번째 식에 $\times 10$, 두 번째 식에 $\times 6$ 을 하면
$3x - 5y = 19,\ 3x + 2y = 5$ 가 된다.
두 식을 연립하면 $x = 3,\ y = -2$ 이다.
따라서 $a - b = 5$ 이다.

14. 연립방정식 $3x+y-4=\dfrac{6x+y}{3}=18x-9y-4$의 해를 $(a,\ b)$ 라고 할 때, b^2-a^2 의 값은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$9x+3y-12=6x+y$, $3x+2y=12$

$6x+y=54x-27y-12$, $48x-28y=12$

두 식을 연립하여 풀면 $y=3$, 따라서 $x=2$ 이다.

$\therefore\ b^2-a^2=3^2-2^2=5$

15. 다음 연립방정식을 풀면?

$$\begin{cases} \frac{4}{5}x - \frac{6}{5}y = 4 \\ -0.4x + 0.6y = -2 \end{cases}$$

① $x = -1,\ y = 2$

② 해가 무수히 많다.

③ 해가 없다.

④ $x = 3,\ y = 2$

⑤ $x = 2,\ y = 1$

해설

첫 번째 식에 $\times 5$ 를 하면 $4x - 6y = 20$ 이 되고, 두 번째 식에 $\times(-10)$ 을 하면 $4x - 6y = 20$ 이 되어 두 식이 일치하게 되므로 연립방정식의 해가 무수히 많다.

16. 연립방정식 $\begin{cases} 2x - 4y = 6 \\ 4x - 8y = 1 \end{cases}$ 의 해의 개수는?

① 0개 ② 1개 ③ 2개 ④ 3개 ⑤ 4개

해설

두 번째 식을 정리하면,

$2x + 10 = 12 - 3y$, $2x + 3y = 2$ 이다.

이 식에서 첫 번째 식을 빼면,

$0 \cdot x = 3$ 이 되므로 이 연립방정식의 해는 없다.

17. A, B 두 사람이 가위바위보를 하여 이긴 사람은 3 계단을 올라가고, 진 사람은 1 계단을 내려가기로 하였다. 출발점에서 A 는 24 계단을, B 는 처음 위치 그대로였다. B 가 진 횟수를 구하여라. (단, 비기는 경우는 없다.)

▶ 답 : 회

▷ 정답 : 9 회

해설

A 가 이긴 횟수를 x , 진 횟수를 y 라 하면, B 가 이긴 횟수는 y , 진 횟수는 x 이다.

$$\begin{cases} 3x - y = 24 \\ 3y - x = 0 \end{cases}$$ 연립해서 풀면 $x = 9$, $y = 3$ 이다.

18. 상민이가 등산을 하는데 올라갈 때에는 시속 2km 로 걷고, 내려올 때에는 다른 길을 택하여 시속 4km 로 걸어서 모두 5 시간이 걸렸다. 총 12km 를 걸었다고 할 때, 내려온 거리는?

① 4km ② 5km ③ 6km ④ 7km ⑤ 8km

해설

올라갈 때 거리를 $x$km , 내려올 때 거리를 $y$km 라 하면

$$\begin{cases} x+y = 12 \\ \frac{x}{2}+\frac{y}{4} = 5 \end{cases}$$

$x=8,\ \ y=4$

$\therefore$ 4km

19. $a+b+c+d+e=t$ 라 할 때, $a+t=\dfrac{b+t}{2}=\dfrac{c+t}{4}=\dfrac{d+t}{8}=\dfrac{e+t}{16}=6$ 이다. 이 때 t 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 31

해설

$a+t=6$

$b+t=12$

$c+t=24$

$d+t=48$

$e+t=96$

다섯 개의 방정식을 모두 더하면 $(a+b+c+d+e)+5t=186$

$a+b+c+d+e=t$ 이므로 $6t=186$

$\therefore t=31$

20. $x,\ y$ 에 대한 연립방정식 (가), (나)의 해가 같을 때, $a+b$ 의 값은?

(가) $\begin{cases} 5x+3y=7 \\ ax+by=13 \end{cases}$ (나) $\begin{cases} ax-2by=-2 \\ 4x-7y=15 \end{cases}$

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$\begin{cases} 5x+3y=7 \\ 4x-7y=15 \end{cases}$ 를 연립하여 풀면 $x=2,\ y=-1$

$x=2,\ y=-1$ 을 대입해서 $\begin{cases} 2a-b=13 \\ 2a+2b=-2 \end{cases}$ 를 연립하여 풀면

$a=4,\ b=-5$

그러므로 $a+b=-1$

21. 두 자리 자연수가 있다. 각 자리의 숫자의 합은 7 이고, 이 수의 십의 자리와 일의 자리를 바꾼 수는 처음 수의 2 배보다 2 가 크다고 한다. 처음 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 25

해설

십의 자리 숫자를 x , 일의 자리 숫자를 y 라 두면,

$x + y = 7 \cdots ①$

(바꾼 수) $= 2 \times$ (처음 수) $+ 2$

이때 처음 수는 $10x + y$, 바꾼 수는 $10y + x$ 이므로

$10y + x = 2(10x + y) + 2 \cdots ②$

①과 ②를 연립하여 풀면,

$x = 2, y = 5$

따라서 처음 수는 25

22. 4% 의 설탕물과 9% 의 설탕물을 섞어서 5% 의 설탕물 300g 을 만들었다. 이 때, 4% 와 9% 의 설탕물을 각각 몇 g 씩 섞었는가?

① 4% 의 설탕물 : 250g , 9% 의 설탕물 : 50g

② 4% 의 설탕물 : 240g , 9% 의 설탕물 : 60g

③ 4% 의 설탕물 : 220g , 9% 의 설탕물 : 80g

④ 4% 의 설탕물 : 60g , 9% 의 설탕물 : 240g

⑤ 4% 의 설탕물 : 100g , 9% 의 설탕물 : 200g

해설

4% 의 소금물 : xg , 9% 의 설탕물 : yg

$$\begin{cases} x+y=300 \\ \frac{4}{100}\times x+\frac{9}{100}\times y=\frac{5}{100}\times 300 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y=300 & \cdots ① \\ 4x+9y=1500 & \cdots ② \end{cases}$$

① $\times 4$ – ② 하면,

$x=240,\ y=60$

23. 지성, 경희, 찬호 세 사람은 놀이동산의 놀이기구 이용요금을 일정한 비율로 부담하기로 하였다. ㉠ 놀이기구는 $2 : 3 : 4$ 의 비율로 부담하고, ㉡ 놀이기구는 $1 : 3 : 3$ 의 비율로 부담하기로 하였다. 지성은 이 비율에 따라 3500 원을 부담하였고 찬호는 8200 원을 부담하였을 때, 경희가 부담한 금액을 구하여라.

▶ 답 : 원

▷ 정답 : 7050 원

해설

지성, 경희, 찬호 세 사람이 ㉠ 놀이기구를 이용하기 위해 부담한 금액을 각각 $2m$ 원, $3m$ 원, $4m$ 원 이라 하고, ㉡ 놀이기구를 이용하기 위해 부담한 금액을 n 원, $3n$ 원, $3n$ 원 이라 하면

지성이 부담한 금액은 $2m + n = 3500$

찬호가 부담한 금액은 $4m + 3n = 8200$

두 식을 연립하여 풀면

$m = 1150,\ n = 1200$

따라서 경희가 부담한 금액은

$3m + 3n = 3 \times 1150 + 3 \times 1200 = 7050$ (원)

24. 어느 도서대여점의 대여 요금을 다음과 같은 규칙으로 정하였다.

> ㉠ 대여 기일 2 일까지는 권당 500 원의 기본요금
>
> ㉡ 대여 기일 2 일 (48 시간) 초과부터 12 시간당 a 원의 추가요금과 기본요금을 합한다.
>
> ㉢ 대여 기일 5 일 (120 시간) 초과부터 대여 기일 5 일까지의 요금과 12 시간당 b 원의 추가요금이 더해진다.

정우는 책 10 권을 빌려서 3 일 12 시간 만에 반납했을 때, 총 요금이 11000 원이 나왔고, 현지는 책 8 권을 빌려서 6 일만에 반납했을 때, 총 요금이 18400 원이 나왔다. a, b 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = 200$

▷ 정답: $b = 300$

해설

정우는 36 시간에 대한 추가 요금을 내야 하므로
정우가 빌린 책 한 권 당 추가요금은
$\frac{36}{12} \times a = 3a$
따라서 $5000 + 10 \times 3a = 11000 \quad \therefore \ a = 200$
현지는 책을 빌린 지 6 일 째 되는 날 하루 동안의 추가 요금 $2b$ 와 3 일부터 5 일까지의 추가 요금 $6a$ 을 내야 하므로 권당 총 추가 요금이 $6a + 2b$
따라서 $4000 + 8(6a + 2b) = 18400 \quad \therefore \ b = 300$

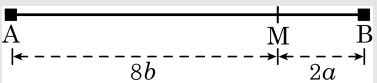
25. 서로 반대방향으로 곧게 뻗어있는 길의 양 끝 A, B 지점에서 두 사람의 자동차 경주가 시작되었다. 철수는 A 지점에서 B 지점을 향해, 영철이는 B 지점에서 A 지점를 향해 달리다가 중간의 휴게소에서 만나서 확인결과 철수가 영철이보다 30km 더 이동했다는 사실을 알았다. 두 사람은 휴게소에서 동시에 출발하여 철수는 2 시간 만에 B 지점에, 영철이는 8 시간 만에 A 지점에 도착하였을 때, 두 지점 A, B 사이의 거리를 구하여라. (단, 두 사람이 이동하는 속력은 각각 일정하다.)

▶ 답: km

▷ 정답: 90 km

해설

철수와 영철이의 속력을 각각 $a$km/h, $b$km/h 라 하고 중간의 휴게소의 위치를 M 이라 하면



$\overline{AM} = 8b(\text{km})$, $\overline{BM} = 2a(\text{km})$ 이다.

철수와 영철이가 휴게소까지 가는 데 걸린 시간이 같으므로

$\frac{8b}{a} = \frac{2a}{b}$

$2a^2 = 8b^2$

$\therefore a = 2b (\because a > 0, b > 0) \cdots ㉠$

또한, $\overline{AM} - \overline{BM} = 30(\text{km})$ 이므로

$8b - 2a = 30 \cdots ㉡$

㉠, ㉡을 연립하여 방정식을 풀면 $a = 15, b = \frac{15}{2}$

$\therefore \overline{AB} = 8b + 2a = 90(\text{km})$