

1. 다음은 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 을 푸는 과정이다. ① ~ ⑤에 들어갈 식이 바르지 못한 것은?

$$\begin{aligned} ax^2 + bx + c &= 0 \\ x^2 + \frac{b}{a}x &= -\frac{c}{a} \\ x^2 + \frac{b}{a}x + \textcircled{1} &= -\frac{c}{a} + \textcircled{1} \\ (x + \textcircled{2})^2 &= \textcircled{3} \\ x &= \textcircled{4} \pm \textcircled{5} \end{aligned}$$

① $\frac{b^2}{4a^2}$

② $\frac{b}{2a}$

③ $\frac{b^2 - 4ac}{2a}$

④ $-\frac{b}{2a}$

⑤ $\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

해설

$$\begin{aligned} ax^2 + bx + c &= 0 \leftarrow \text{양변을 } a \text{ 로 나눈다.} \\ x^2 + \frac{b}{a}x &= -\frac{c}{a} \leftarrow \text{양변에 } \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2}{4a^2} \text{ 을 더한다.} \\ x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} &= -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2} \\ \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 &= \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \leftrightarrow x + \frac{b}{2a} = \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}} \\ x &= -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\ \therefore \textcircled{3} \text{ 이 잘못되었다.} \end{aligned}$$

2. 다음 이차방정식 중에서 근의 개수가 다른 하나는?

① $x^2 + 2x - 5 = 0$

② $x^2 - 8x = 10$

③ $6x^2 = 4x + 9$

④ $(x + 2)^2 = 0$

⑤ $(x + 1)^2 = 10$

해설

(완전제곱식) = 0 꼴의 이차방정식의 근의 개수는 하나이다.
따라서 ④이다.
나머지 모두 해의 갯수는 2개이다.

3. x^2 의 계수가 1인 이차방정식의 두 근은 $1 \pm \sqrt{5}$ 이다. 이 이차방정식의 식은?

① $x^2 - 2x - 2 = 0$

② $x^2 - 2x - 1 = 0$

③ $x^2 - 2\sqrt{3}x - 4 = 0$

④ $x^2 - 2x - 4 = 0$

⑤ $x^2 - 4x - 2 = 0$

해설

두 근의 합은 2, 두 근의 곱은 -4

$\therefore x^2 - 2x - 4 = 0$

4. n 명 중에서 2 명을 뽑아 줄을 세우는 경우의 수는 $n(n-1)$ 가지이다. 어느 동호회에서 회장과 부회장 2 명을 뽑는 경우의 수가 156 가지 일 때, 동호회 회원은 모두 몇 명인지 구하여라.

▶ **답:** 명

▶ 정답 : 13명

해설

$n(n-1) = 156$ 이므로
 $n^2 - n - 156 = 0$ 이고,
 $(n+12)(n-13) = 0$ 이다.
 따라서 $n = 13$ (n 은 자연수) 이다.

5. 연속한 두 자연수의 제곱의 합이 41 일 때, 두 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

▷ 정답 : 5

해설

연속한 두 자연수를 x , $x + 1$ 이라 하면

$$x^2 + (x + 1)^2 = 41$$

$$2x^2 + 2x - 40 = 0$$

$$(x - 4)(x + 5) = 0$$

$x = 4$ 또는 $x = -5$ 이다.

$x > 0$ 이므로 $x = 4$, $x + 1 = 5$ 이다.

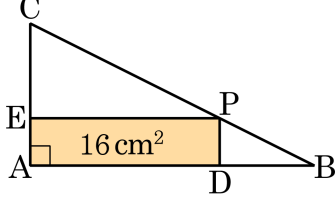
6. 과학탐구반 학생들이 70m 높이의 건물 꼭대기에서 물로켓을 쏘아 올리는데 쏘아 올린 물로켓의 t 초 후의 높이가 $(70 + 25t - 5t^2)$ m 라고 할 때, 물로켓을 쏘아 올린 후 이 로켓의 높이가 40m 가 될 때는 쏘아 올린지 몇 초 후인가?

① 2 초 ② 3 초 ③ 4 초 ④ 5 초 ⑤ 6 초

해설

$$\begin{aligned}70 + 25t - 5t^2 &= 40 \\t^2 - 5t - 6 &= 0 \\(t - 6)(t + 1) &= 0 \\\therefore t &= 6 \text{ (초)} (\because t > 0)\end{aligned}$$

7. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 12\text{cm}$, $\overline{AC} = 6\text{cm}$ 인 직각삼각형 ABC 의 빗변 위에 점 P 를 잡아 직사각형 EADP 를 만들었을 때, 이 직사각형의 넓이가 16cm^2 가 되었다. 이 때, $\overline{AD}$ 의 길이는? (단, $\overline{AD} > 6\text{cm}$)



- ① 7cm ② 8cm ③ 9cm ④ 10cm ⑤ 11cm

해설

$\triangle CEP \sim \triangle CAB$ (AA 닮음) 이므로

$$\overline{CE} : \overline{EP} = \overline{CA} : \overline{AB}$$

$$\overline{EP} = \overline{AD} = x \text{ cm 라 하면 } \overline{CE} : x = 6 : 12$$

$$\therefore \overline{CE} = \frac{1}{2}x (\text{cm})$$

$$\text{따라서 } \overline{EA} = \left(6 - \frac{1}{2}x\right) \text{ cm 이므로}$$

$$x \left(6 - \frac{1}{2}x\right) = 16$$

$$x^2 - 12x + 32 = (x - 4)(x - 8) = 0$$

$$\therefore x = 4 \text{ 또는 } x = 8$$

$$\text{그런데 } 6 < x < 12 \text{ 이므로 } x = 8 (\text{cm})$$

8. 어떤 원의 반지름의 길이를 4cm 늘렸더니 늘어난 부분의 넓이는 처음 원의 넓이의 3 배가 되었다. 처음 원의 반지름의 길이는?

① 3cm ② 4cm ③ 5cm ④ 6cm ⑤ 7cm

해설

처음 원의 반지름의 길이를 x cm 라고 하면,

$$\pi(x+4)^2 - \pi x^2 = 3\pi x^2$$

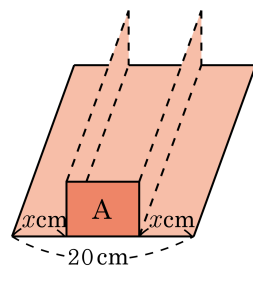
$$x^2 + 8x + 16 - x^2 = 3x^2$$

$$3x^2 - 8x - 16 = 0$$

$$(3x+4)(x-4) = 0$$

$$\therefore x = 4 \text{ cm} (\because x > 0)$$

9. 다음 그림과 같이 단면의 넓이가 48 cm^2 인 사각형 모양의 상자를 펼쳤다. 이 때, 상자를 펼치기 전의 높이를 구하여라. (단, $x > 5$ 이고 단위는 생략)



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 6 cm

해설

$$\begin{aligned}(20 - 2x)x &= 48 \\ 2x^2 - 20x + 48 &= 0 \\ x^2 - 10x + 24 &= 0 \\ \therefore x &= 6 \text{ (cm)} \quad (\because x > 5)\end{aligned}$$

10. 다음 보기에서 y 가 x 에 관한 이차함수가 아닌 것을 골라라.

보기

- ㉠ 한 모서리의 길이가 x 인 정육면체의 겉넓이 y
- ㉡ 가로와 세로의 길이가 각각 $2x$, $x+3$ 인 직사각형의 둘레의 길이
- ㉢ 반지름의 길이가 x 인 원의 넓이 y
- ㉤ 밑면의 반지름의 길이가 x , 높이가 7인 원기둥의 부피 y

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉡

해설

식으로 나타내면 다음과 같다.

㉠ $y = 6x^2$

㉡ $y = 2(2x + x + 3) = 6x + 6$: 일차함수

㉢ $y = \pi x^2$

㉤ $y = 7\pi x^2$

따라서 y 가 x 에 관한 이차함수가 아닌 것은 ㉡이다.

11. 이차함수 $f(x) = -x^2 + ax - 1$ 에 대하여 $f(1) = 2$, $f(-1) = b$ 일 때, 상수 a , b 의 합 $a + b$ 의 값은?

① 2

② 1

③ 0

④ -2

⑤ -4

해설

$$f(1) = 2, -1^2 + a \times 1 - 1 = 2, -1 + a - 1 = 2$$

$$\therefore a = 4$$

$$f(x) = -x^2 + 4x - 1 \text{ 이므로}$$

$$f(-1) = -(-1)^2 + 4(-1) - 1 = -1 - 4 - 1 = -6$$

$$\therefore b = -6$$

$$\therefore a + b = 4 + (-6) = -2$$

12. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 가 두 점 $(-1, p)$, $(1, q)$ 를 지나고 $p - q = -8$ 일 때, $b^2 - 3b$ 의 값은?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

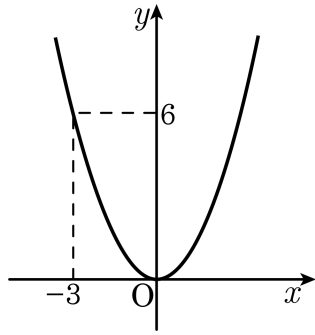
해설

두 점 $(-1, p)$, $(1, q)$ 를 지나므로 대입하면 $p = a - b + c$, $q = a + b + c$ 이다.

두 식을 연립하면 $p - q = -2b = -8$, $b = 4$ 이다.

따라서 $b^2 - 3b = 4^2 - 3 \times 4 = 4$ 이다.

13. 다음 그림과 같이 y 가 x 의 제곱에 정비례하는 이차함수 $y = f(x)$ 에 대하여 $f(-3) = 6$ 일 때, $f(-1)$ 의 값은?



- ① -2 ② $-\frac{3}{2}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

해설

$f(x) = ax^2$ 에서 $f(-3) = 6$ 이므로 $6 = a \times (-3)^2$, $9a = 6$, $a = \frac{2}{3}$ $\therefore f(x) = \frac{2}{3}x^2$

따라서 $f(-1) = \frac{2}{3} \times (-1)^2 = \frac{2}{3}$ 이다.

14. 다음은 이차함수 $y = -(x+1)^2 - 4$ 에 대한 설명이다. 옳지 않은 것은?
- ① 꼭짓점의 좌표는 $(-1, -4)$ 이다.
 - ② 축의 방정식은 $x = -1$ 이다.
 - ③ y 축과의 교점의 좌표는 $(0, -4)$ 이다.
 - ④ $x < -1$ 일 때 x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.
 - ⑤ $y = -x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼, y 축의 방향으로 -4 만큼 평행이동한 것이다.

해설

- ③ y 축과의 교점은 $x = 0$ 일 때, y 의 좌표이다.
 $x = 0$ 을 대입하면
 $y = -(0+1)^2 - 4 = -5$
따라서 y 축과의 교점의 좌표는 $(0, -5)$

15. 이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 4만큼 평행이동한 그래프에서 x 의 값이 증가할 때 y 의 값도 증가하는 x 의 값의 범위는?

① $x > -4$

② $x < -4$

③ $x < 4$

④ $x > 4$

⑤ $x > -5$

해설

$y = -x^2$ 의 그래프를 x 축 방향으로 4만큼 평행이동하면 $y = -(x-4)^2$
꼭짓점이 $(4, 0)$ 이고 위로 볼록한 그래피므로
 $x < 4$ 인 범위에서 x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

16. 꼭짓점의 좌표가 (1, -2) 인 포물선이 두 점 (2, -3), (m, -6) 을 지날 때, 다음 중 m 의 값이 될 수 있는 것은?

① -1 ② 5 ③ -3 ④ -6 ⑤ -9

해설

꼭짓점의 좌표가 (1, -2) 이므로
 $y = a(x - 1)^2 - 2$ 이고 점 (2, -3) 을
지나므로 $-3 = a(2 - 1)^2 - 2$
 $a = -1$ 이다.
 $y = -(x - 1)^2 - 2$
점 (m, -6) 을 지나므로
 $-6 = -(m - 1)^2 - 2$
 $\therefore m = 3$ 또는 $m = -1$

17. 축의 방정식이 $x = 3$ 이고, 두 점 $(1, 6), (4, 0)$ 을 지나는 포물선의 y 절편을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$y = a(x - 3)^2 + q$ 에 두 점 $(1, 6), (4, 0)$ 을 각각 대입하면

$$4a + q = 6, a + q = 0$$

$$\therefore a = 2, q = -2$$

$$y = 2(x - 3)^2 - 2 \text{ 에 } x = 0 \text{ 을 대입하면 } y = 16$$

18. 세 점 $(-2, 14), (0, 6), (1, -4)$ 를 지나는 포물선의 축의 방정식은?

① $x = -2$

② $x = -1$

③ $x = 0$

④ $x = 1$

⑤ $x = 2$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 라 하자.

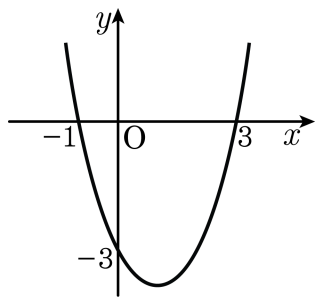
세 점 $(-2, 14), (0, 6), (1, -4)$ 를 각각 대입하면

$$4a - 2b + c = 14, c = 6, a + b + c = -4$$

$$\therefore a = -2, b = -8, c = 6$$

$$\therefore y = -2x^2 - 8x + 6 = -2(x + 2)^2 + 14$$

19. 다음 그림과 같이 나타내어지는 포물선의 식은?



① $y = 3x^2 - 3x - 6$

② $y = -x^2 + 6x - 8$

③ $y = -\frac{1}{2}x^2 - 2$

④ $y = x^2 - 2x - 3$

⑤ $y = -x^2 + 5x - 4$

해설

$y = a(x - 3)(x + 1)$ 이고, $(0, -3)$ 을 지난다.

$$-3 = -3a$$

$$a = 1$$

$$\text{따라서 } y = (x - 3)(x + 1) = x^2 - 2x - 3$$

20. 이차함수 $y = x^2 + 4x + 1$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 식의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$y = x^2 + 4x + 1 = (x + 2)^2 - 3$$

위의 그래프를 y 축의 방향으로 2만큼 평행이동 시키면

$$y = (x + 2)^2 - 3 + 2 = (x + 2)^2 - 1$$

$\therefore x = -2$ 일 때, 최솟값은 -1 이다.

21. 이차방정식 $5x^2 + 12x - 6 = 0$ 의 모든 근 p 에 대해서도 $|p| < n$ 을 만족하는 최소의 양의 정수 n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$p = \frac{-6 \pm \sqrt{66}}{5}$$

$$\left| \frac{-6 - \sqrt{66}}{5} \right| = \left| \frac{6 + \sqrt{66}}{5} \right| < n$$

따라서 최소의 양의 정수 n 은 3이다.

22. 이차방정식 $-x + 0.4(x^2 + 1) = -\frac{1}{3}(x - 1)(2x + 3)$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\alpha - \beta$ 의 값은? (단, $\alpha < \beta$)

- ① $\frac{10}{3}$ ② $-\frac{8}{3}$ ③ -1 ④ 3 ⑤ $-\frac{13}{8}$

해설

$$-x + 0.4(x^2 + 1) = -\frac{1}{3}(x - 1)(2x + 3),$$

$$-x + \frac{2}{5}(x^2 + 1) = -\frac{1}{3}(x - 1)(2x + 3)$$

양변에 15를 곱하여 정리하면

$$-15x + 6(x^2 + 1) = -5(x - 1)(2x + 3)$$

$$16x^2 - 10x - 9 = 0$$

근의 공식을 이용하여 근을 구하면

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 144}}{16} = \frac{5 \pm 13}{16}$$

$$\therefore x = \frac{9}{8} \text{ 또는 } x = -\frac{1}{2}$$

$$\alpha < \beta \text{ 이므로 } \alpha = -\frac{1}{2}, \beta = \frac{9}{8}$$

$$\therefore \alpha - \beta = -\frac{13}{8}$$

23. 이차방정식 $3x^2 - 6x + k + 2 = 0$ 의 근의 개수가 1개일 때, 상수 k 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

이차방정식 $3x^2 - 6x + k + 2 = 0$ 은 중근을 갖는다.

$$3x^2 - 6x + k + 2 = 0$$

$$3(x^2 - 2x) = -k - 2$$

$$3(x^2 - 2x + 1) = -k - 2 + 3$$

$$3(x - 1)^2 = -k + 1$$

중근을 가져야 하므로 $-k + 1 = 0$

$$\therefore k = 1$$

24. 이차방정식 $x^2-x-1=0$ 의 두근을 α, β 라고 할 때, $\alpha^3+\alpha^2\beta+\alpha\beta^2+\beta^3$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

근과 계수의 관계로부터
 $\alpha + \beta = 1, \alpha\beta = -1$ 이므로
 $\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 3$
 $\alpha^3 + \alpha^2\beta + \alpha\beta^2 + \beta^3 = \alpha^2(\alpha + \beta) + \beta^2(\alpha + \beta)$
 $\qquad\qquad\qquad = (\alpha^2 + \beta^2)(\alpha + \beta)$
 $\qquad\qquad\qquad = 3 \times 1 = 3$

25. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 근을 구하는데 소연은 일차항의 계수를 잘못 보고 풀어서 두 근이 $x = 1 \pm \sqrt{2}$ 가 나왔고, 소희는 상수항을 잘못 보고 풀어서 두 근이 $x = 2 \pm \sqrt{6}$ 이 나왔다. 이 때, ab 의 값은?

- ① -4
- ② -2
- ③ 1
- ④ 2
- ⑤ 4

해설

근과 계수와의 관계에 의해 $x^2 + ax + b = 0$ 의 두근의 합은 $-a$,
두 근의 곱은 b 이다.
소연이는 상수항은 제대로 본 것이므로 소연이가 구한 두 근의 곱은
 $(1 + \sqrt{2})(1 - \sqrt{2}) = -1 = b$
한편, 소희는 일차항을 제대로 본 것이므로 소희가 구한 두 근의 합은
 $(2 + \sqrt{6}) + (2 - \sqrt{6}) = -a$
 $\therefore a = -4, b = -1$
 $\therefore ab = 4$

해설

소연이 푼 식은
 $\{x - (1 + \sqrt{2})\} \{x - (1 - \sqrt{2})\} = 0$
소연이는 상수항을 제대로 본 것이므로 구하는 상수항 $b =$
 $(1 + \sqrt{2})(1 - \sqrt{2}) = -1$
소희가 푼 식은
 $\{x - (2 + \sqrt{6})\} \{x - (2 - \sqrt{6})\} = 0$
소희는 일차항의 계수를 제대로 본 것이므로 일차항의 계수는
 $a = -2 + \sqrt{6} - 2 - \sqrt{6} = -4$
따라서, 처음 이차방정식은 $x^2 - 4x - 1 = 0$
 $\therefore ab = 4$

26. 세 자리 자연수가 있다 각 자리의 수의 합은 10 이고, 가운데 자리의 수의 4배는 다른 두 자리의 수의 합과 같다.
또, 이 자연수의 각 자리의 수를 거꾸로 늘어놓아 얻은 자연수는 처음 자연수보다 198만큼 크다. 처음 자연수는?

- ① 235 ② 325 ③ 532 ④ 523 ⑤ 358

해설

일, 십, 백의 자리의 수를 각각 p, q, r 라 하면
 p, q 는 0 이상 10 미만의 정수이고
 r 은 1 이상 10 미만의 자연수이다.

$$\begin{cases} p + q + r = 10 \cdots \textcircled{1} \\ 4q = p + r \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 에서 $q = 2$
 $100p + 20 + r = 100r + 20 + p + 198$
 $p - r = 2 \cdots \textcircled{3}$
 $q = 2$ 를 $\textcircled{1}$ 에 대입하면 $p + r = 8 \cdots \textcircled{4}$
 $\textcircled{3} + \textcircled{4}$ 에서 $p = 5, r = 3$
따라서 구하는 수는 325 이다.

27. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 두 점 $(4, 8)$, $\left(b, \frac{9}{2}\right)$ 를 지난다. 이 함수와 x 축 대칭인 이차함수가 (b, c) 를 지날 때, c 의 값은?(단, $b < 0$)

① -2 ② $-\frac{5}{2}$ ③ 3 ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ $-\frac{9}{2}$

해설

$y = ax^2$ 에 $(4, 8)$, $\left(b, \frac{9}{2}\right)$ 을 대입하면

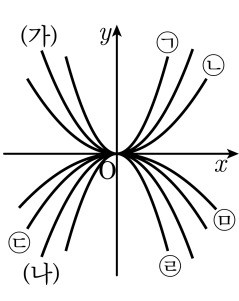
$a = \frac{1}{2}$, $b = -3$ 이다.

이 이차함수와 x 축 대칭인 이차함수는

$y = -\frac{1}{2}x^2$ 이고 $(-3, c)$ 를 지나므로

$\therefore c = -\frac{9}{2}$

28. 다음 그림은 모두 꼭짓점이 원점인 포물선이
고, $y = x^2 \cdots (가)$, $y = -x^2 \cdots (나)$ 이다. $-1 <$
 $a < 0$ 일 때, $y = -ax^2$ 의 그래프로 알맞은
것은?
- ① ㉠ ② ㉡ ③ ㉢
④ ㉣ ⑤ ㉤



해설
 $0 < -a < 1$ 이므로 (가)와 x 축 사이에 있는 그래프를 찾으면 ㉡
 이다.

29. 다음의 이차함수의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

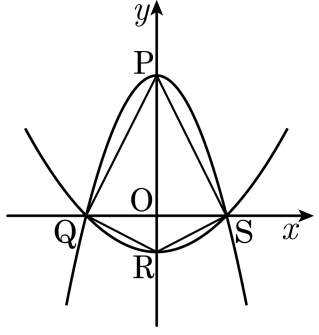
(가) $y = \frac{1}{2}x^2$
(나) $y = -2x^2$
(다) $y = 2x^2$
(라) $y = -\frac{1}{4}x^2$

- ① (나)와 (다)의 그래프는 폭이 같다.
- ② 아래로 볼록한 포물선은 (가)와 (다)이다.
- ③ 폭이 가장 넓은 그래프는 (라)이다.
- ④ (나)와 (다)의 그래프는 x 축에 대하여 서로 대칭이다.
- ⑤ x 축 아래쪽에 나타나지 않는 그래프는 (나), (라)이다.

해설

- ① $|a|$ 이 같으므로 두 그래프는 폭이 같다.
- ② $a > 0$ 이므로 아래로 볼록이다.
- ③ $|a|$ 가 작을 수록 폭이 넓다.
- ④ a 의 부호가 반대이면 x 축 대칭이다.
- ⑤ (나), (라)는 $a < 0$ 이므로 x 축 아래에 나타난다.

30. 함수 $y = -x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 4 만큼 평행이동하고, $y = \frac{1}{4}x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 -1 만큼 평행이동한 그림을 나타낸 것이다. 이 때 다음 설명 중 옳은 것의 개수는?



- ㉠ 점 $P(0, 4)$ 이고, 점 $R(0, -1)$ 이다.
 ㉡ 점 $Q(2, 0)$ 이고, 점 $S(-2, 0)$ 이다.
 ㉢ $\overline{QS} = 8$ 이다.
 ㉤ $\triangle PRS = 5$, $\triangle QPR = 8$ 이다.
 ㉥ $\square PQRS = 12$ 이다.

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

함수 $y = -x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 4 만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y = -x^2 + 4$

함수 $y = \frac{1}{4}x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 -1 만큼 평행이동한

그래프의 식은 $y = \frac{1}{4}x^2 - 1$

$y = -x^2 + 4$ 에 $y = 0$ 을 대입하면 점 $Q(-2, 0)$, $S(2, 0)$ 이다.

$\overline{QS} = 4$

또, $P(0, 4)$ 이고 $R(0, -1)$

$\triangle PRS = \triangle QPR = 5$

따라서 옳은 것은 ㉠이므로 1 개이다.

31. 이차함수 $y = -\frac{3}{4}x^2 + 3$ 의 그래프가 $y = a(x+p)^2$ 의 꼭짓점을 지나고 $y = a(x-p)^2$ 의 그래프가 $y = -\frac{3}{4}x^2 + 3$ 의 꼭짓점을 지날 때, ap 의 값을 구하여라. (단, $p < 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{3}{2}$

해설

$y = a(x+p)^2$ 의 꼭짓점 $(-p, 0)$

$y = -\frac{3}{4}x^2 + 3$ 에 $(-p, 0)$ 을 대입하면

$$-\frac{3}{4}p^2 + 3 = 0, \quad \frac{3}{4}p^2 = 3, \quad p^2 = 4$$

$p = -2$ ($p < 0$ 이므로)

$y = a(x+2)^2$ 에 점 $(0, 3)$ 을 대입하면

$$3 = 4a, \quad a = \frac{3}{4}$$

$$\therefore ap = \frac{3}{4} \times (-2) = -\frac{3}{2}$$

32. 이차함수 $y = x^2 - 4x + 1$ 의 꼭짓점이 일차함수 $y = ax + 1$ 의 위를 지날 때, a 의 값은?

① -1

② -2

③ -3

④ -4

⑤ -5

해설

$y = x^2 - 4x + 1 = (x - 2)^2 - 3$ 이다.

꼭짓점 $(2, -3)$ 이 $y = ax + 1$ 의 위에 있으므로 $-3 = 2a + 1$ 이다.

$\therefore a = -2$

33. 이차함수 $y = x^2 + 2x + 3$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동하였더니 $x = -2$ 일 때, 최솟값 3 을 가졌다. 이 때, a , b 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -1$

▷ 정답 : $b = 1$

해설

$y = x^2 + 2x + 3 = (x + 1)^2 + 2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동하면

$$y = (x + 1 - a)^2 + 2 + b = (x + 2)^2 + 3$$

$$\therefore a = -1, b = 1$$

34. 다음 이차함수의 그래프 중 4 번째로 폭이 좁은 것은?

① $y = -(x-2)^2$

② $y = \frac{2x(x-1)(x+1)}{x-1}$

③ $y = \frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{3}$

④ $y = -3x^2 + x$

⑤ $y = -\frac{5}{2}x^2$

해설

a 의 절댓값이 클수록 폭이 좁아진다.

a 의 절댓값을 각각 구하면

① 1

② 2

③ $\frac{1}{3}$

④ 3

⑤ $\frac{5}{2}$

이므로 폭이 좁은 순서는 ④, ⑤, ②, ①, ③이다. 따라서 네 번째로 폭이 좁은 것은 ①이다.

35. 포물선 $y = x^2 + ax + a - 1$ 이 x 축과 만나는 두 점의 사이의 거리가 2 일 때, a 의 값들의 합을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

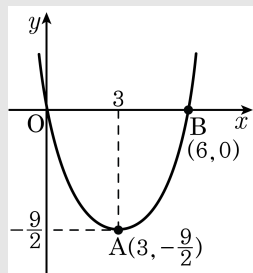
$y = x^2 + ax + a - 1$ 의
 x 절편을 α, β ($\alpha > \beta$) 라고 하면
 $\alpha + \beta = -a, \alpha\beta = a - 1$ 이다.
 $\alpha - \beta = 2$ 이므로
 $(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta$
 $4 = a^2 - 4a + 4$
 $a^2 - 4a = 0$
 $a(a - 4) = 0$
 $\therefore a = 0$ 또는 $a = 4$
따라서 a 의 값의 합은 4이다.

36. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 - 3x$ 의 꼭지점을 A, 원점을 O, 점 O의 포물선의 축에 대하여 대칭인 점을 B라 할 때, $\triangle OAB$ 의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{27}{2}$

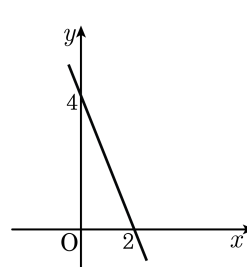
해설



$$\triangle OAB = \frac{1}{2} \times 6 \times \frac{9}{2} = \frac{27}{2}$$

37. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음과 같을 때, 이차함수 $y = -\frac{1}{4}ax^2 - bx + 4$ 의 최솟값을 구하면?

- ① 4 ② -4 ③ 8
 ④ -8 ⑤ 0



해설

기울기 $a = -2$, y 절편 $b = 4$

$$y = -\frac{1}{4}ax^2 - bx + 4$$

$$= \frac{1}{2}x^2 - 4x + 4$$

$$= \frac{1}{2}(x - 4)^2 - 4$$

$x = 4$ 일 때, 최솟값은 -4 이다.

38. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 는 $x = 2$ 에서 최솟값 4 를 가지고, 점 (3, 6) 을 지난다. 이 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\begin{aligned} y &= ax^2 + bx + c \\ &= a(x-2)^2 + 4 \\ \text{점 (3, 6) 을 지나므로 } a(3-2)^2 + 4 &= 6 \\ \therefore a &= 2 \end{aligned}$$

39. $x = 1$ 일 때 최솟값 -1 을 갖고, y 절편이 3 인 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식을 $y = a(x - p)^2 + q$ 라 할 때, 상수 a, p, q 의 곱 apq 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$$y = a(x - 1)^2 - 1 = ax^2 - 2ax + a - 1$$

$$a - 1 = 3, a = 4$$

$$y = 4(x - 1)^2 - 1$$

$$\therefore apq = 4 \times 1 \times (-1) = -4$$

40. 이차함수 $y = x^2 + mx + m$ 의 최솟값을 M 이라 할 때, M 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$y = x^2 + mx + m = \left(x + \frac{m}{2}\right)^2 - \frac{m^2}{4} + m$$

$$\text{최솟값 } M = -\frac{m^2}{4} + m$$

$$M = -\frac{m^2}{4} + m = -\frac{1}{4}(m - 2)^2 + 1$$

$m = 2$ 일 때, M 은 최댓값 1 을 갖는다.

41. $[x]$ 는 자연수 x 의 양의 약수의 개수를 나타낼 때, $[x]^2 - [x] - 2 = 0$ 을 만족시키는 자연수 x 중에서 20 이하인 것의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 8개

해설

$$[x]^2 - [x] - 2 = ([x] - 2)([x] + 1) = 0$$

$$\therefore [x] = 2 \text{ 또는 } [x] = -1$$

그런데, $[x] \neq -1$ 이므로 $[x] = 2$

양의 약수가 2개인 것은 소수이므로,

20 이하의 소수를 구하면

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 이다.

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 이다.

∴ 8 개

42. 다음 두 식을 만족하는 정수 a, b 의 값을 구하여라.

$$\begin{cases} 3(a+b)^2 + 5(a+b) = 2 \\ 5(a-b)^2 - 29(a-b) = 6 \end{cases}$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

▷ 정답 : $b = -4$

해설

(i) $3(a+b)^2 + 5(a+b) = 2$

$a+b = A$ 로 놓으면

$$3A^2 + 5A - 2 = 0$$

$$(3A-1)(A+2) = 0$$

$$\therefore A = \frac{1}{3} \text{ 또는 } A = -2$$

a, b 는 정수이므로 $a+b = -2$

(ii) $5(a-b)^2 - 29(a-b) = 6$

$a-b = B$ 로 놓으면

$$5B^2 - 29B - 6 = 0$$

$$(5B+1)(B-6) = 0$$

$$\therefore B = -\frac{1}{5} \text{ 또는 } B = 6$$

a, b 는 정수이므로 $a-b = 6$

(i), (ii) 에서

$$a+b = -2$$

$$+) a-b = 6$$

$$\hline 2a = 4$$

$$\therefore a = 2, b = -4$$

43. 이차방정식 $4x^2 - 8ax + 8a - 3b = 0$ 의 두 근이 일치할 때, a, b 의 값과 그 근의 합을 구하여라.
(단, a 는 $a \geq 1$ 인 유리수, b 는 양의 정수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

중근을 갖는 것이므로,
 $(4a)^2 - 4(8a - 3b) = 0, \quad 4a^2 - 8a + 3b = 0$
 $\Rightarrow 4(a - 1)^2 = 4 - 3b, \quad 4 - 3b \geq 0$
따라서 b 는 양의 정수이므로 $b = 1$ 이다.

또한, $a \geq 1$ 이므로 $a = \frac{3}{2}$ 이다.

$$\therefore x = \frac{3}{2}$$

$$\therefore a + b + x = \frac{3}{2} + 1 + \frac{3}{2} = 4$$

44. 이차방정식 $2x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근 p, q 에 대하여 $p + 2, q + 2$ 를 두 근으로 가지는 이차방정식은 $2x^2 - 8x + 3 = 0$ 이 될 때, a, b 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 0$

▷ 정답 : $b = -5$

해설

$2x^2 - 8x + 3 = 0$ 의 두 근이 $p + 2, q + 2$ 이므로
근과 계수와의 관계에 의하여

$$p + 2 + q + 2 = 4$$

$$p + q = 0$$

$$(p + 2)(q + 2) = \frac{3}{2}$$

$$pq + p + q + 4 = \frac{3}{2}$$

$$\therefore pq = -\frac{5}{2}$$

$2x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이 p, q 이고

$$p + q = -\frac{a}{2} = 0$$

$$pq = \frac{b}{2} = -\frac{5}{2}$$

$$\therefore a = 0, b = -5$$

45. $\frac{13}{5-2\sqrt{3}}$ 의 정수 부분을 m , 소수 부분을 n 이라 할 때, n 은 이차방정식 $\frac{m}{4}x^2 + ax - b = 0$ 의 한 근이다.
이때, 유리수 a, b 의 곱 ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 72

해설

$\frac{13}{5-2\sqrt{3}} = 5 + 2\sqrt{3} = 8. \times \times \times$ 이므로 정수 부분 $m = 8$, 소수
부분 $n = -3 + 2\sqrt{3}$
 n 이 한 근이므로 $-3 - 2\sqrt{3}$ 도 한 근이다.
두 근의 합은 -6 , 두 근의 곱은 -3
 $\frac{m}{4}x^2 + ax - b = 0 \leftrightarrow 2x^2 + ax - b = 0$
 $a = 12, b = 6$
 $\therefore ab = 72$

46. 지면에서 30m/s 의 속도로 쏘아올린 물체의 t 초 후의 높이를 h m 라 하면 $h = 30t - 5t^2$ 이다. 이 물체가 지면으로부터 40m 높이에 올라간 때로부터 지면으로부터 10m 의 높이에 올 때까지 공중에 머무르는 시간은 몇 초인가 구하여라.

▶ 답: 초

▷ 정답: $1 + \sqrt{7}$ 초

해설

(1) 공의 높이가 40m 일 때이므로 $h = 40$ 을 대입하면

$$40 = 30t - 5t^2$$

$$t^2 - 6t + 8 = 0$$

$$\therefore t = 2 \text{ 또는 } 4$$

(2) 공의 높이가

(2) 공의 높이가 10m 일 때이므로 $h = 10$ 을 대입하면

$$10 = 30t - 5t^2$$

$$t^2 - 6t + 2 = 0$$

$$\therefore t = 3 + \sqrt{7}$$

$$\therefore t = 3 \pm \sqrt{7}$$

따라서 (1)에서 2 초 후에 물체가 지면으로부터 40m 높이의 위치를 올라갔다가
(2)에서 $3 + \sqrt{7}$ 초 후에 높이 10m 를 지나므로 물체가 지면으로

(2)에서 $3 + \sqrt{7}$ 초 후에 높이 10m를 지나므로 물체가 지면으로부터 40m 높이에 올라간 때로부터 지면으로부터 10m의 높이에 올 때까지 공중에 머무르는 시간은 $3 + \sqrt{7} - 2 = 1 + \sqrt{7}$ 초 동안이다.

47. 원가가 2000 원인 인형이 있다. $a\%$ 의 이익을 붙여서 정가를 정하였다가 할인기간에 정가의 $3a\%$ 를 받고 팔았더니 560 원의 손해를 보았다. 이 때, a 의 값을 구하면?

① 10 ② 20 ③ 30 ④ 40 ⑤ 50

해설

정가 : $2000 \times \left(1 + \frac{a}{100}\right)$ 원

$$2000 \times \left(1 + \frac{a}{100}\right) \times \frac{3a}{100} + 560 = 2000$$

$$60a + \frac{3}{5}a^2 + 560 = 2000$$

$$a^2 + 100a - 2400 = 0$$

$$(a - 20)(a + 120) = 0$$

$$\therefore a = 20 \ (a > 0)$$

48. 다음은 $y = 2x^2 - kx + 3$ 이 점 $(1, 1)$ 을 지날 때의 설명을 나타낸 것이다. 이 때, 옳지 않은 것을 모두 고르면?

- ㉠ 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 1)$ 이다.

㉡ 직선 $x = 1$ 을 축으로 한다.

㉢ x 축과 한 점에서 만난다.

㉣ y 축과의 교점의 좌표는 $(0, 3)$ 이다.

㉤ $y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축으로 -1 , y 축으로 3 만큼 평행이동한 것이다.

- ① ㉠, ㉡, ㉢

② ㉠, ㉡, ㉣

③ ㉠, ㉡, ㉤

④ ㉠, ㉢, ㉤

⑤ ㉠, ㉣, ㉤

해설

$y = 2x^2 - kx + 3$ 이 점 $(1, 1)$ 을 지나므로 $1 = 2 - k + 3, k = 4$
 $y = 2x^2 - 4x + 3 = 2(x - 1)^2 + 1$
㉠ 꼭짓점의 좌표 $(1, 1)$
㉡ x 축과 만나지 않는다.
㉢ x 축으로 1 , y 축으로 1 만큼 평행이동한 것이다.

49. $2x + y = a + 1$, $x + 2y = 5(a - 2)$ 를 만족하는 x, y 에 대하여 $x^2 + y^2$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{5}{2}$

해설

$$2x + y = a + 1 \cdots \textcircled{1}$$

$$x + 2y = 5(a - 2) \cdots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1} \times 2 - \textcircled{2}$ 을 하면

$$3x = -3a + 12, \quad x = -a + 4$$

$x = -a + 4$ 를 $\textcircled{1}$ 에 대입하면

$$y = 3a - 7$$

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 &= (-a + 4)^2 + (3a - 7)^2 \\ &= a^2 - 8a + 16 + 9a^2 - 42a + 49 \\ &= 10a^2 - 50a + 65 \\ &= 10\left(a - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{5}{2} \end{aligned}$$

$\therefore$ 최솟값 $\frac{5}{2}$

50. 이차함수 $y = x^2 - 2(m+1)x + 4m$ 의 최솟값을 a 이라 할 때, a 의 최댓값은?

① 1

② -1

③ 2

④ -2

⑤ 0

해설

$$\begin{aligned} y &= x^2 - 2(m+1)x + 4m \\ &= \{x^2 - 2(m+1)x + (m+1)^2 - (m+1)^2\} + 4m \\ &= \{x - (m+1)\}^2 - (m+1)^2 + 4m \\ \therefore \text{최솟값 } M &= -(m+1)^2 + 4m \\ &= -m^2 + 2m - 1 \\ &= -(m^2 - 2m + 1) \\ &= -(m-1)^2 \end{aligned}$$

따라서 a 의 최댓값은 0 이다.