1. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?(정답 2 개)

- ① 10 이하의 소수는 모두 5 개이다.
- ② 1 은 소수이다.
- ③ 모든 소수는 자신을 약수로 갖는다.
- ④ 합성수는 3 개 이상의 약수를 갖는다.
- ⑤ 소수는 짝수가 없다.

해설

- ① 10 이하의 소수는 2, 3, 5, 7 이다.
- ② 1 은 소수도 합성수도 아니다.
- ⑤ 2 는 소수이다.

2. 다음 중 180의 약수는?

① $2^3 \times 5$

② $3^2 \times 7$

③ $2^2 \times 3^2$

④ $3^3 \times 5 \times 7$

⑤ $2^2 \times 3^3 \times 7$

해설

180을 소인수분해하면 $180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$ 이다.

3. 다음 중 약수의 개수가 가장 많은 것은?

- ① 80   ② 90   ③ 216   ④ 168   ⑤ 180

해설

① $80 = 2^4 \times 5$

$\therefore (4+1) \times (1+1) = 10(\text{개})$

② $90 = 2 \times 3^2 \times 5$

$\therefore (1+1) \times (2+1) \times (1+1) = 12(\text{개})$

③ $216 = 2^3 \times 3^3$

$\therefore (3+1) \times (3+1) = 16(\text{개})$

④ $168 = 2^3 \times 3 \times 7$

$\therefore (3+1) \times (1+1) \times (1+1) = 16(\text{개})$

⑤ $180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$

$\therefore (2+1) \times (2+1) \times (1+1) = 18(\text{개})$

4. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 가장 작은 소수는 2 이다.
- ② 100 과 243 는 서로소이다.
- ③ 두 자연수가 서로소이면 두 자연수는 소수이다.
- ④ 두 자연수가 서로소가 아니면 두 자연수는 소수가 아니다.
- ⑤ 10 보다 작은 자연수 중에서 소수는 4 개이다.

해설

③ 반례: 3 과 4 는 서로소이지만 4 는 소수가 아니다.

5. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 9의 약수는 1, 3, 9이다.
- ② 18의 약수는 1, 2, 3, 6, 9, 18이다.
- ③ 9와 18의 최대공약수는 9이다.
- ④ 9와 18의 모든 공약수는 두 수의 최대공약수인 9의 약수와 같다.
- ⑤ 9와 18의 공약수의 개수는 2개이다.

해설

⑤ 9와 18의 공약수의 개수는 최대공약수 9의 약수와 개수와 같으므로 3개이다.

6. 토마토 15개, 키위 21개를 최대한 많은 학생들에게 똑같이 나누어 주려고 했더니 모두 3개씩 남았다. 학생은 최대 몇 명인가?

① 4명   ② 6명   ③ 8명   ④ 10명   ⑤ 12명

해설

15개, 21개를 똑같이 나누면 3개씩 남는다면, $(15-3)$ 개, $(21-3)$ 개를 똑같이 나누면 나누어 떨어진다. 이러한 수 중 가장 큰 수는 12와 18의 최대공약수 6이다.

7. 두 자연수의 곱이 84 이고 최대공약수가 1 일 때, 최소공배수는?

- ① 42   ② 84   ③ 90   ④ 168   ⑤ 336

해설

(두 수의 곱) = (최대공약수) × (최소공배수) 이므로
 $84 = 1 \times (\text{최소공배수})$
따라서 최소공배수는 84 이다.

8. $\frac{n}{20}, \frac{n}{30}$ 을 자연수가 되게 하는 n 의 값 중 가장 작은 수는?

- ① 10   ② 30   ③ 40   ④ 50   ⑤ 60

해설

두 분수가 자연수가 되려면, n 은 20과 30의 공배수이어야 한다.
공배수 중 가장 작은 수는 두 수의 최소공배수이다.
 n 의 값 중 가장 작은 수는 60이다.

9. 다음 중 거듭제곱의 표현으로 옳지 않은 것은?

① $3 \times 3 \times 3 = 3^3$

② $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 2^3 \times 3^2$

③ $a + a + a + a = a^4$

④ $a \times b \times b \times b \times b = a \times b^4$

⑤ $\frac{1}{2 \times 2 \times 2 \times 7 \times 7} = \frac{1}{2^3 \times 7^2}$

해설

③ $a + a + a + a = 4 \times a$

10. 다음 중 1 과 자기 자신만을 약수로 가지는 수는 모두 몇 개인가?

7, 12, 15, 19, 23, 38, 45, 81

- ① 없다.   ② 1 개   ③ 3 개   ④ 5 개   ⑤ 6 개

해설

12의 약수 : 1, 2, 3, 4, 6, 12
15의 약수 : 1, 3, 5, 15
38의 약수 : 1, 2, 19, 38
45의 약수 : 1, 3, 5, 9, 15, 45
81의 약수 : 1, 3, 9, 27, 81
이므로 소수는 7, 19, 23의 3개이다.

11. 다음 중 소인수분해를 바르게 한 것은?

① $30 = 2^2 \times 3 \times 5$

② $140 = 2^2 \times 3^2 \times 5$

③ $80 = 2^8 \times 10$

④ $60 = 2^2 \times 3 \times 5$

⑤ $200 = 2 \times 10^2$

해설

① $30 = 2 \times 3 \times 5$

② $140 = 2^2 \times 5 \times 7$

③ $80 = 2^4 \times 5$

⑤ $200 = 2^3 \times 5^2$

12. 220의 소인수의 합을 구하면?

- ① 2   ② 4   ③ 8   ④ 18   ⑤ 32

해설

220을 소인수분해하면 $220 = 2^2 \times 5 \times 11$

소인수는 2, 5, 11이다.

$$2 + 5 + 11 = 18$$

13. $2^3 \times 3^2 \times 5$ 에 어떤 자연수를 곱하여 자연수의 제곱이 되게 하려고 할 때, 곱할 수 있는 수 중에서 가장 작은 자연수는?

- ① 3   ② 5   ③ 3×5 ④ 5^2 ⑤ 10

해설

$$2^3 \times 3^2 \times 5$$

곱해야할 가장 작은 자연수는

$$2 \times 5 = 10$$

14. 8과 a 가 서로소일 때, a 의 값이 될 수 없는 것은?

- ① 3   ② 5   ③ 7   ④ 9   ⑤ 12

해설

8과 12의 최대공약수는 4이므로 서로소가 아니다.
따라서 a 의 값이 될 수 없는 것은 12이다.

15. 두 수 $2^a \times 7^b \times 13$, $2^2 \times 13^c$ 의 최소공배수가 $2^4 \times 7^3 \times 13^2$ 일 때, $a+b-c$ 의 값은?

- ① 2   ② 3   ③ 4   ④ 5   ⑤ 6

해설

$2^a = 2^4$ 이므로 $a = 4$,
 $7^b = 7^3$ 이므로 $b = 3$,
 $13^c = 13^2$ 이므로 $c = 2$ 이다.
따라서 $a+b-c = 5$ 이다.

16. 두 자연수 $15 \times x$, $21 \times x$ 의 최소공배수가 210 일 때, x 의 값으로 옳은 것은?

- ① 2   ② 3   ③ 4   ④ 5   ⑤ 6

해설

$15 \times x = 3 \times 5 \times x$, $21 \times x = 3 \times 7 \times x$ 의 최소공배수는 $3 \times 5 \times 7 \times x = 210$
따라서 $x = 2$ 이다.

17. 가로 길이가 16cm, 세로 길이가 12cm, 높이가 24cm 인 직육면체 모양의 벽돌이 있다. 이것을 같은 방향으로 놓이도록 쌓아서 정육면체를 만들 때, 이러한 정육면체 중 가장 작은 것의 한 모서리의 길이는?

- ① 36cm   ② 48cm   ③ 72cm
④ 96cm   ⑤ 144cm

해설

가장 작은 정육면체의 한 모서리의 길이는 16, 12, 24의 최소공배수이므로 48cm 이다.

18. $3^6 = 729$ 를 이용하여 $729 - 3^5 - 3^a = 243$ 을 만족하는 자연수 a 의 값을 구하면?

- ① 1   ② 2   ③ 3   ④ 4   ⑤ 5

해설

$3^6 = 729$ 이고 $3^5 = 243$ 이다.
따라서 $729 - 243 - 3^a = 243$, $3^a = 243$ 이므로 $a = 5$ 이다.

19. 2160 를 소인수분해하면 $a^x \times b^y \times c^z$ 이다. $z < y < x$ 일 때, $a + b + c - (x + y + z)$ 의 값은?

- ① 1   ② 2   ③ 3   ④ 4   ⑤ 5

해설

$2160 = 2^4 \times 3^3 \times 5^1$ 이므로 $a = 2, b = 3, c = 5, x = 4, y = 3, z = 1$ 이다.

$\therefore a + b + c - (x + y + z) = 2 + 3 + 5 - (4 + 3 + 1) = 10 - 8 = 2$

20. 세 수 $2^3 \times 3 \times 5$, $2^2 \times 3^2 \times 5$, $2^2 \times 3^3 \times 5^2$ 의 최대공약수는?

- ① $2^3 \times 3^3 \times 5^2$ ② $2^3 \times 3^2 \times 5$ ③ $2^2 \times 3 \times 5$
④ $2^2 \times 3^2 \times 5^2$ ⑤ $2^3 \times 3^3 \times 5^3$

해설

$2^3 \times 3 \times 5$, $2^2 \times 3^2 \times 5$, $2^2 \times 3^3 \times 5^2$ 에서
최대공약수: $2^2 \times 3 \times 5$ (지수가 작은 쪽)

21. 다음 중 두 자연수 $2^2 \times 3 \times 5$, $2 \times 3^3 \times 5$ 의 공배수가 될 수 없는 것은?

- ① $2 \times 3 \times 5$ ② $2^2 \times 3^3 \times 5$ ③ $2^2 \times 3^3 \times 5^2$
④ $2^3 \times 3^3 \times 5$ ⑤ $2^3 \times 3^3 \times 5^3$

해설

최소공배수: $2^2 \times 3^3 \times 5$

공배수는 최소공배수의 배수이므로 $2^2 \times 3^3 \times 5$ 의 배수가 된다.

22. 100 부터 300 까지의 자연수 중에서 3, 4 중 어떤수로도 나누어 떨어지지 않는 수의 갯수는 모두 몇 개인가?

- ① 67   ② 99   ③ 100   ④ 101   ⑤ 200

해설

3의 배수의 갯수는 $100 - 33 = 67$,

4의 배수의 갯수는 $75 - 24 = 51$,

12의 배수의 갯수는 $25 - 8 = 17$

따라서 3, 4 중 어떤 수로도 나누어 떨어지지 않는 수의 갯수는

$201 - (67 + 51 - 17) = 100$

23. 최대공약수가 $3 \times x$ 인 두 자연수의 공약수가 4 개일 때, x 의 값이 될 수 있는 한 자리의 자연수는 모두 몇 개인가?

- ① 1 개   ② 2 개   ③ 3 개   ④ 4 개   ⑤ 5 개

해설

두 수의 최대공약수는 $3 \times x$,
공약수, 즉 최대공약수의 약수가 4 개이므로
최대공약수는 $a \times b$ (단, a, b 는 소수, $a \neq b$ 이다.) 또는 a^3
풀어야 한다.
따라서 x 가 될 수 있는 수는 2, 5, 7, 9 의 4 개이다.

24. 체육대회 후에 문구류 종합세트를 만들어서 상품으로 나누어 주려고 한다. 볼펜 462 개, 지우개 693 개, 연필 1155 개, 공책 1848 권을 똑같이 나누어서 되도록 많은 개수의 상품세트를 만들려고 할 때, 상품세트는 최대 몇 개를 만들 수 있는가? 또, 상품세트에는 볼펜, 지우개, 연필, 공책이 각각 몇 개씩 들어가는지 구하여라.

- ① 상품세트 231 개, 볼펜 2 개, 지우개 4 개, 연필 5 개, 공책 6 권
- ② 상품세트 231 개, 볼펜 2 개, 지우개 3 개, 연필 5 개, 공책 8 권
- ③ 상품세트 221 개, 볼펜 3 개, 지우개 4 개, 연필 4 개, 공책 8 권
- ④ 상품세트 221 개, 볼펜 2 개, 지우개 4 개, 연필 5 개, 공책 6 권
- ⑤ 상품세트 221 개, 볼펜 3 개, 지우개 3 개, 연필 4 개, 공책 8 권

해설

상품세트의 개수는 462, 693, 1155, 1848 의 최대공약수이므로 231

볼펜의 개수 : $462 \div 231 = 2$ (자루)

지우개의 개수 : $693 \div 231 = 3$

연필의 개수 : $1155 \div 231 = 5$

공책의 개수 : $1848 \div 231 = 8$

25. 어떤 수를 5, 8, 10으로 나누었더니 나머지가 각각 2, 5, 7이었다. 어떤 수가 두 자리의 자연수일 때, 어떤 수가 될 수 있는 수들의 합을 구하여라.

① 110   ② 111   ③ 112   ④ 113   ⑤ 114

해설

어떤 수를 x 라 하면 $x+3$ 은 5, 8, 10의 공배수이고, 세 수의 최소공배수는 40이다.
따라서 $x+3$ 은 40의 배수 중 두 자리의 자연수이므로 $x+3=40$, $x+3=80$ 이다.
 $x=37, 77$ 이다. 따라서 $37+77=114$ 이다.